

Результаты численного моделирования
парного рождения и распадов W
в Модифицированной Теории Возмущений
в NNLO

М.Л.Некрасов

ИФВЭ, Протвино



Helmholtz International Summer School - HISS
Dubna International Advanced School of Theoretical Physics - DIAS TH

INTERNATIONAL SCHOOL-WORKSHOP “CALCULATIONS FOR MODERN AND FUTURE COLLIDERS”

July 23 - August 2, 2012, Dubna, Russia

TOPICS

- Precision theoretical calculations for experiments at LHC and other modern colliders
- Methods of multiloop calculations and resummation
- Computer codes for calculations in high energy physics
- Theoretical predictions beyond the Standard Model
- Physical program of future experiments in high energy physics

LECTURERS

T. Hahn (Munich, Germany)
J. Henn (Princeton, USA)
F. Jegerlehner (Berlin & Zeuthen, Germany)
V. Kim (St. Petersburg, Russia)
S. Moch (Zeuthen, Germany)
M. Muehlleitner (Karlsruhe, Germany)
A. Nisati (Rome, Italy)
G. Passarino (Torino, Italy)
F. Piccinini (Pavia, Italy)
S. Riemann (Zeuthen, Germany)

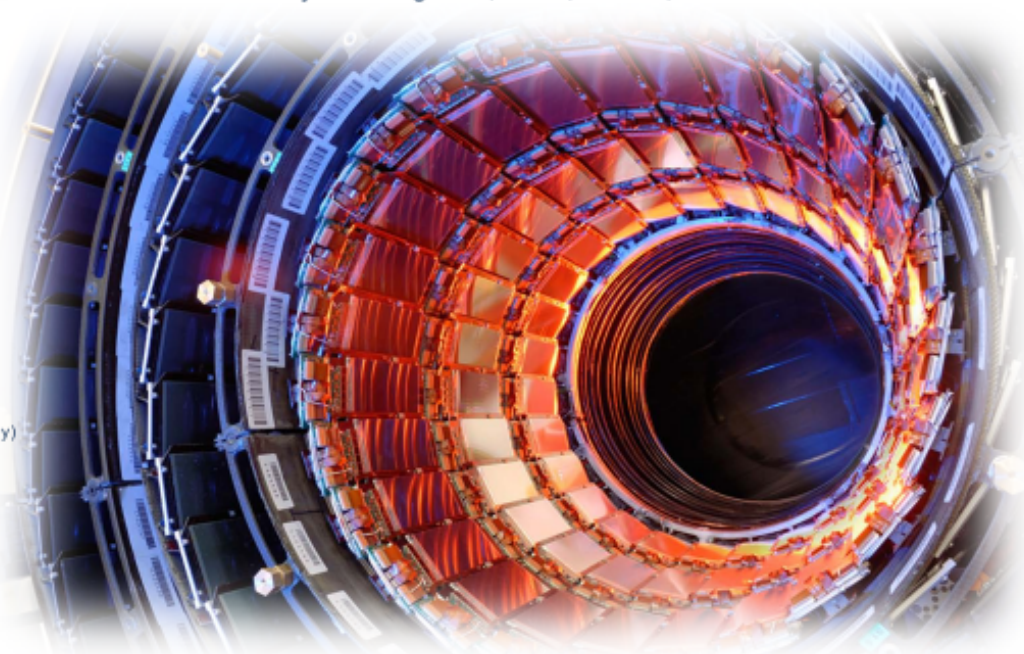
CONTACTS

Dr. Andrej Arbuzov, calc2012@theor.jinr.ru
Visas, accommodation, transportation:
Olga Matyukhina, omatyukhina@jinr.ru

<http://theor.jinr.ru/~calc2012>

ORGANIZING COMMITTEE

D. Kazakov (JINR) – Chairman, T. Riemann (DESY, Zeuthen) – Co-Chairman, A. Arbuzov (JINR) – Sci Secretary,
O. Matyukhina (JINR) – Secretary, D. Bardin (JINR), A. Bednyakov (JINR), A. Gladyshev (JINR),
L. Kalinovskaya (JINR), S. Moch (DESY, Zeuthen), J. Schmelzer (JINR & Uni Rostock), I. Smirnova (JINR)





Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН

2012

12 - 16 ноября 2012 г., НИЯУ МИФИ, г. Москва

Секция ядерной физики Отделения физических наук РАН и
Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"
проводят Международную сессию-конференцию

«Физика фундаментальных взаимодействий»



Программа сессии охватывает основные теоретические и экспериментальные
аспекты физики элементарных частиц и связанные с ней проблемы ядерной
физики и космологии

Оргкомитет:

Председатель	Стриханов М.Н., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ
Зам. председателя:	Данилов М.В., чл.-корр. РАН	ИТЭФ
	Петрухин А.А., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ
Секретарь	Барбашина Н.С.	НИЯУ МИФИ

Члены Оргкомитета:

Абов Ю.Г., чл.-корр. РАН	ИТЭФ	Кекелидзе В.Д., д.ф.-м.н.	ОИЯИ
Барков Л.М., академ. РАН	ИЯФ СО РАН	Кокотин Р.П., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ
Белоцкий К.М., к.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ	Липатов Л.Н., академ. РАН	ПНФ
Беляев С.Т., академ. РАН	РНЦ КИ	Матвеев В.А., академ. РАН	ОИЯИ
Болоткина А.И., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ	Морозов А.Ю., чл.-корр. РАН	ИТЭФ
Бондарь А.Е., чл.-корр. РАН	ИЯФ СО РАН	Нарожный Н.Б., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ
Борс Э.Э., д.ф.-м.н.	НИИЯФ МГУ	Образцов В.Ф., чл.-корр. РАН	ИФВЭ
Воробьев А.А., чл.-корр. РАН	ПНФ	Оганесян Ю.Ц., академ. РАН	ОИЯИ
Высоцкий М.И., чл.-корр. РАН	ИТЭФ	Окунь Л.Б., академ. РАН	ИТЭФ
Гальпер А.М., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ	Ритус В.И., чл.-корр. РАН	ФИАН
Герштейн С.С., академ. РАН	ИФВЭ	Рубаков В.А., академ. РАН	ИЯИ РАН
Данилян Г.В., чл.-корр. РАН	ИТЭФ	Рубин С.Г., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ
Денисов С.П., чл.-корр. РАН	ИФВЭ	Скрипский А.Н., академ. РАН	ИЯФ СО РАН
Дмитриева А.Н., к.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ	Славнов А.А., академ. РАН	МИАН
Зайцев А.М., д.ф.-м.н.	ИФВЭ	Тюрин Н.Е., д.ф.-м.н.	ИФВЭ
Имшенник В.С., чл.-корр. РАН	ИТЭФ	Черепанова О.С., зам. нач. отдела.	ОФН РАН
Иоффе Б.Л., чл.-корр. РАН	ИТЭФ	Хриплович И.Б., чл.-корр. РАН	ИЯФ СО РАН
Кадышевский В.Г., академ. РАН	ОИЯИ	Ширков Д.В., академ. РАН	ОИЯИ
Казakov Д.И., д.ф.-м.н.	ОИЯИ	Яшин И.И., д.ф.-м.н.	НИЯУ МИФИ

Адрес Оргкомитета:

115409, г. Москва, Каширское ш., д. 31,
НИЯУ МИФИ, Оргкомитет МСК СЯФ-2012

Тел.: (499) 324-82-78 Факс: (499) 324-21-11
E-mail: icssnp@mephi.ru

Home page: www.icssnp.mephi.ru



План:

- Введение, постановка проблемы
- Общий формализм МТВ
- Специфика в случае парного рождения W
- Определение модели
- Численные вычисления, оценка погрешностей
- Результаты вычислений
- Выводы

Введение:

Парное рождение W является важнейшим инструментом проверки СМ, определения параметров и поиска новой физики

- точное измерение массы W
- измерение взаимодействий калибровочных бозонов, аномальные вклады в тройную вершину и др. проявления новой физики
- "бэкграунд" для других исследований

} *около порога*

} *выше порога*

Международный e^+e^- линейный коллайдер **ILC**
"Компактный" e^+e^- линейный коллайдер **CLIC**  высокоточные измерения

при $\sqrt{s} \sim 500$ ГэВ рождение нескольких 10^6 W -пар ...

промилле (0.1%) точность измерения сечения

Теоретическое сопровождение с промилле-точностью

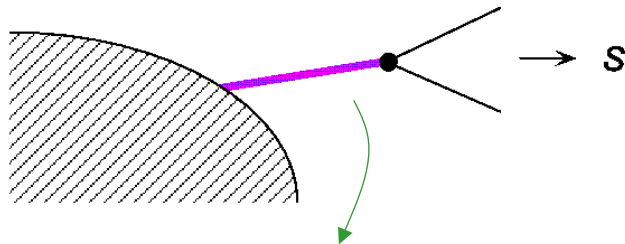
NNLO

Проблема:

NNLO вычисления должны обеспечить:

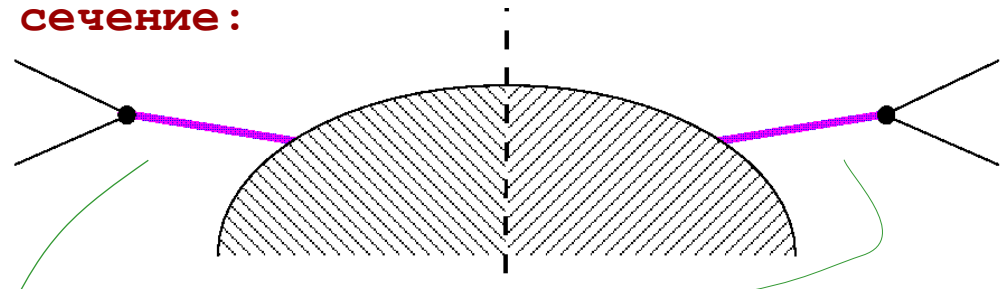
- (i) калибровочные сокращения и унитарность
- (ii) высокую точность учёта резонансных вкладов

амплитуда :



$$\Delta(s) = \frac{1}{s - M^2 + iM\Gamma}$$

сечение :



$$|\Delta(s)|^2 = \frac{1}{(s - M^2)^2 + M^2\Gamma^2} \Rightarrow \frac{1}{(s - M^2)^2} - \frac{M^2\Gamma^2}{(s - M^2)^4} + \dots$$

non-integrable

Существующие методы:

- Pole expansion/DPA: Разложение в ряд Лорана вокруг комплексных полюсов + обычная ТВ для вычетов / LEP1, LEP2 /
 - Complex mass scheme (CMS): комплексно-значные перенормированные массы $\Rightarrow$ комплексно-значные углы Вайнберга, константы связи etc. / A.Denner, S.Dittmaier, M.Roth, etc. /
 - Pinch-technique method $\Rightarrow$ огромный объём дополнительных вычислений
- } NLO

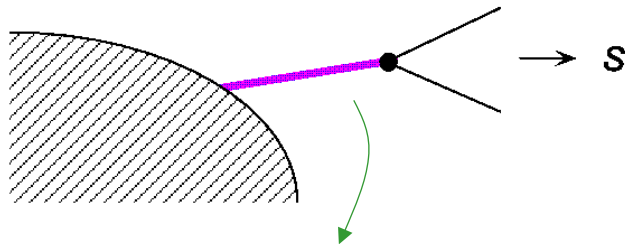
/ J.Papavassiliou, A.Pilaftsis, D.Binosi, etc. /

Проблема:

NNLO вычисления должны обеспечить:

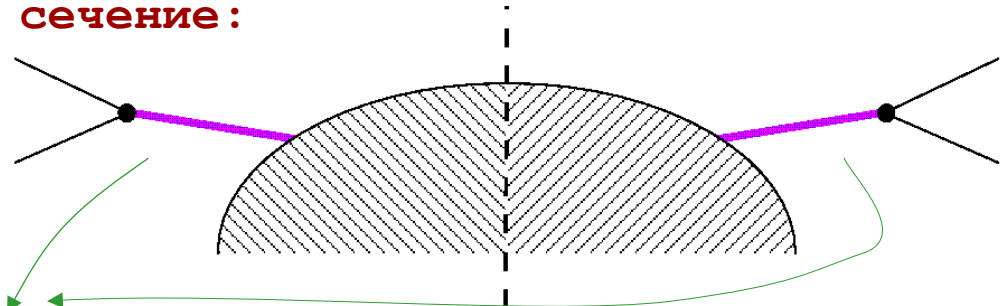
- (i) калибровочные сокращения и унитарность
- (ii) высокую точность учёта резонансных вкладов

амплитуда :



$$\Delta(s) = \frac{1}{s - M^2 + iM\Gamma}$$

сечение :



$$|\Delta(s)|^2 = \frac{1}{(s - M^2)^2 + M^2\Gamma^2} \Rightarrow \frac{1}{(s - M^2)^2} - \frac{M^2\Gamma^2}{(s - M^2)^4} + \dots$$

non-integrable

Существующие методы:

- Pole expansion/DPA: Разложение в ряд Лорана вокруг комплексных полюсов + обычная ТВ для вычетов / LEP1, LEP2 /
- Complex mass scheme (CMS): комплексно-значные перенормированные массы $\Rightarrow$ комплексно-значные углы Вайнберга, константы связи etc. } NLO
- Pinch-technique method $\Rightarrow$ огромный объём дополнительных вычислений

/ A.Denner, S.Dittmaier, M.Roth, etc. /

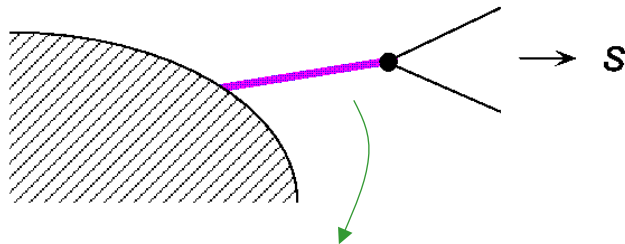
/ J.Papavassiliou, A.Pilaftsis, D.Binosi, etc. /

Проблема:

NNLO вычисления должны обеспечить:

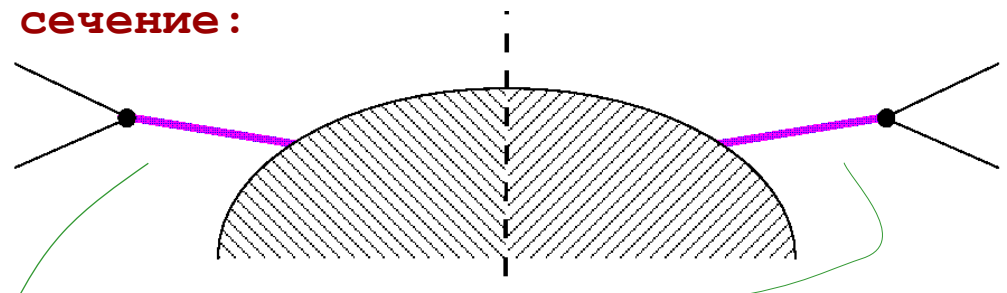
- (i) калибровочные сокращения и унитарность
- (ii) высокую точность учёта резонансных вкладов

амплитуда:



$$\Delta(s) = \frac{1}{s - M^2 + iM\Gamma}$$

сечение:



$$|\Delta(s)|^2 = \frac{1}{(s - M^2)^2 + M^2\Gamma^2} \Rightarrow \frac{1}{(s - M^2)^2} - \frac{M^2\Gamma^2}{(s - M^2)^4} + \dots$$

non-integrable

Модифицированная Теория Возмущений (МТВ):

разложение непосредственно сечения *по степеням константы связи* с использованием методов теории обобщённых функций



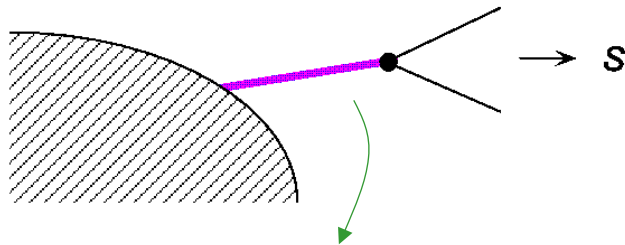
- (i) Асимптотическое разложение по $\alpha \Rightarrow$ калибр.инвариантность должна сохраняться
- (ii) Точность описания резонансных вкладов (скорость сходимости разложения) = ?

Проблема:

NNLO вычисления должны обеспечить:

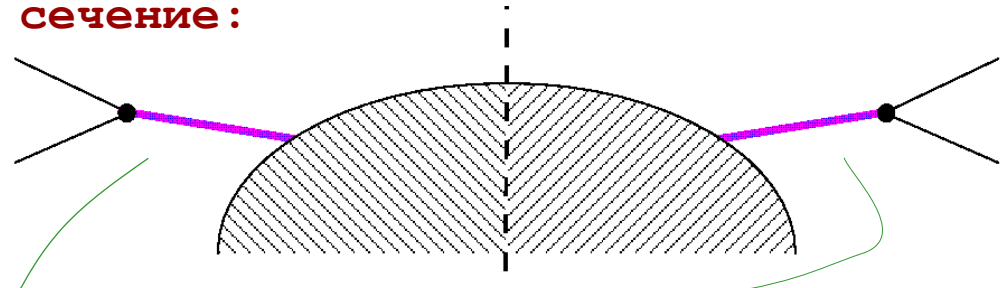
- (i) калибровочные сокращения и унитарность
- (ii) высокую точность учёта резонансных вкладов

амплитуда:



$$\Delta(s) = \frac{1}{s - M^2 + iM\Gamma}$$

сечение:



$$|\Delta(s)|^2 = \frac{1}{(s - M^2)^2 + M^2\Gamma^2} \Rightarrow \frac{1}{(s - M^2)^2} - \frac{M^2\Gamma^2}{(s - M^2)^4} + \dots$$

non-integrable

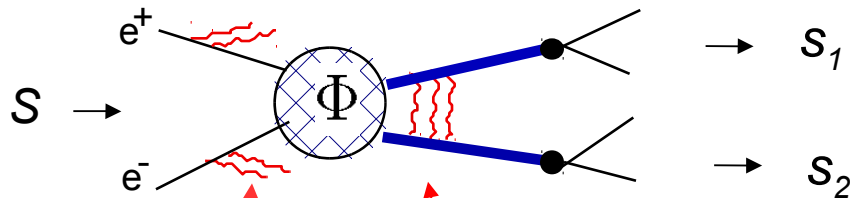
Модифицированная Теория Возмущений (МТВ):

разложение непосредственно сечения *по степеням константы связи* с использованием методов теории обобщённых функций



- (i) Асимптотическое разложение по $\alpha \Rightarrow$ калибр.инвариантность должна сохраняться
- (ii) Точность описания резонансных вкладов (скорость сходимости разложения) = ?

Общий формализм:



$$\sigma(s, \theta) = \int_{s_{\min}}^s \frac{ds'}{s} \phi(s'/s; s) \hat{\sigma}(s', \theta), \quad \hat{\sigma}(s, \theta) = \iint ds_1 ds_2 \hat{\sigma}(s; s_1, s_2) (1 + \delta_c)$$

$$\hat{\sigma}(s; s_1, s_2) = \frac{1}{s^2} \Theta(\sqrt{s} - \sqrt{s_1} - \sqrt{s_2}) \sqrt{\lambda(s; s_1, s_2)} \Phi(s; s_1, s_2) \rho(s_1) \rho(s_2)$$

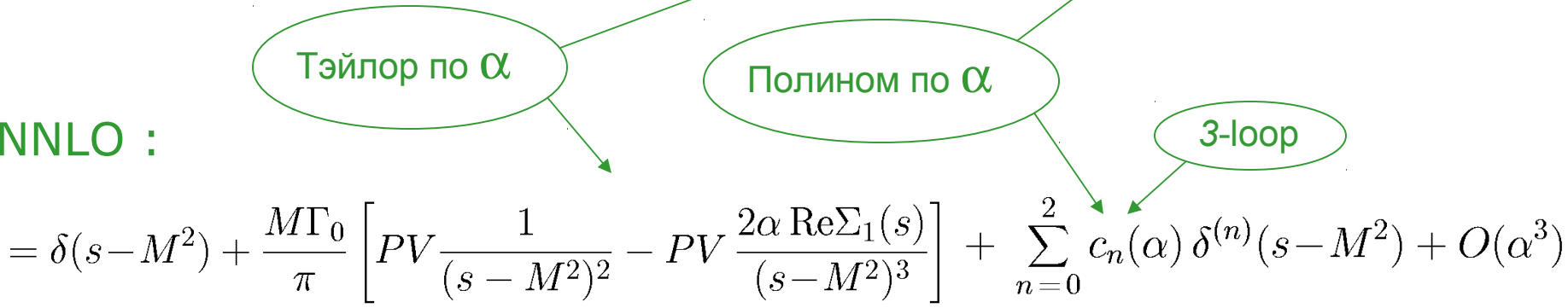
*Разложение по степеням α
в смысле обобщённых функций*

$$\rho(s) = \frac{M\Gamma}{\pi} \frac{1}{|s - M^2 + \alpha \Sigma(s)|^2}$$

- Асимптотическое разложение БВ-факторов по степеням α / F.Tkachov,1998 /

$$\rho(s) = \frac{M\Gamma_0}{\pi} \frac{1}{|s - M^2 + \Sigma(s)|^2} = \delta(s - M^2) + PV \mathcal{T}[\rho(s)] + \sum_n c_n(\alpha) \delta^{(n)}(s - M^2)$$

NNLO :



- Аналитическая регуляризация кинематического фактора / M.Nekrasov,2007 /

$$\sqrt{\lambda(s, s_1, s_2)} \longrightarrow \lim_{\nu \rightarrow 1/2} \left\{ \lambda(s, s_1, s_2) \right\}^\nu$$

аналитическое вычисление "сингулярных" интегралов

- Обычная ТВ для вычисления "пробной" функции Φ

проблема не МТВ !

Общий формализм: коэффициенты $c_n(\alpha)$

NNLO:

$$\rho(s) = \delta(s - M^2) + \frac{M\Gamma_0}{\pi} \left[PV \frac{1}{(s - M^2)^2} - PV \frac{2\alpha \operatorname{Re}\Sigma_1(s)}{(s - M^2)^3} \right] + \sum_{n=0}^2 c_n(\alpha) \delta^{(n)}(s - M^2)$$

обычная OMS $R_n = R'_n = 0$

$$c_0 = -\alpha \frac{I_2}{I_1} + \alpha^2 \left(\frac{I_2^2}{I_1^2} - \frac{I_3}{I_1} - \frac{1}{2} I_1 I_1'' \right)$$

$$c_1 = -\alpha^2 I_1 I_1', \quad c_2 = -\alpha^2 I_1^2$$

$$I_n = \operatorname{Im}\Sigma_n(M^2), \quad I'_n = \operatorname{Im}\Sigma'_n(M^2), \quad \dots$$

$$R_n = \operatorname{Re}\Sigma_n(M^2), \quad R'_n = \operatorname{Re}\Sigma'_n(M^2)$$

$$\Sigma = \alpha \Sigma_1 + \alpha^2 \Sigma_2 + \alpha^2 \Sigma_3$$

OMS : / M.Nekrasov, 2002 /

(pole scheme) / B.Kniel & A.Sirlin, 2002 /

$$R_1 = R'_1 = 0, \quad R_2 = -I_1 I_1', \quad R'_2 = -I_1 I_1''/2$$

$$c_0 = -\alpha \frac{I_2}{I_1} + \alpha^2 \left[\frac{I_2^2}{I_1^2} - \frac{I_3}{I_1} - (I_1')^2 \right],$$

$$c_1 = 0, \quad c_2 = -\alpha^2 I_1^2.$$

M = pole mass,
gauge-invariant and scheme-independent
(observable mass)

Унитарность:

$$\alpha I_1 = M\Gamma_0, \quad \alpha^2 I_2 = M\alpha\Gamma_1, \quad \alpha^3 I_3 = M\alpha^2\Gamma_2 + \Gamma_0^3/(8M)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 + \alpha\Gamma_1 + \alpha^2\Gamma_2 + \dots$$

Общий формализм: (сингулярные интегралы)

безразмерные
переменные

$$s \rightarrow x$$

$$s_i \rightarrow x_i$$

$$\sqrt{s} = 2M + \frac{M}{2}x, \quad \sqrt{s_i} = M_i + \frac{M}{2}x_i$$

$$M \equiv \frac{M_1 + M_2}{2}$$

$$\hat{\sigma}(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu \rho(x_1) \rho(x_2) \Phi(x; x_1, x_2)$$

at given
 n_1 and n_2 :

$$\left\{ PV \frac{1}{x_1^{n_1}}, \delta^{(n_1-1)}(x_1) \right\} \quad \left\{ PV \frac{1}{x_2^{n_2}}, \delta^{(n_2-1)}(x_2) \right\}$$

$$\Phi(x; x_1, x_2) = \sum_{k_1=0}^{n_1-1} \sum_{k_2=0}^{n_2-1} \frac{x_1^{k_1}}{k_1!} \frac{x_2^{k_2}}{k_2!} \Phi^{(k_1, k_2)}(x; 0, 0) + \Delta \Phi(x; x_1, x_2)$$

$$x^k PV \frac{1}{x^n} = \frac{1}{x^{n-k}}$$

$$x^k \delta^{(n-1)}(x) \sim \delta^{(n-k-1)}(x)$$

$$0 \leq k < n$$

at $\mathbf{v} = 1/2$

$$A_{l_1 l_2}^\nu(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu \delta^{(l_1-1)}(x_1) \delta^{(l_2-1)}(x_2) \sim (x)_+^{5/2-l_1-l_2} + \text{'reg'}$$

$$B_{l_1 l_2}^\nu(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu PV \frac{1}{x_1^{l_1}} \delta^{(l_2-1)}(x_2) \sim (-x)_+^{5/2-l_1-l_2} + \text{'reg'}$$

$$C_{l_1 l_2}^\nu(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu PV \frac{1}{x_1^{l_1}} PV \frac{1}{x_2^{l_2}} \sim (x)_+^{5/2-l_1-l_2} + \text{'reg'}$$

$$\sigma(x) = \int dx' \phi(x', x) \hat{\sigma}(x')$$

$$\int dx x_+^\nu \varphi(x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\infty dx x^\nu \left\{ \varphi(x) - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{x^k}{k!} \varphi^{(k)}(0) \right\}$$

$$-N-1 < \text{Re } \nu < -N$$

Общий формализм: (1-резонансные & интерференц. вклады)

$$\hat{\sigma}_{\text{single-res}}(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu \rho(x_i) \Phi(x; x_1, x_2)$$

at given n :

$$\left\{ PV \frac{1}{x_i^n}, \delta^{(n-1)}(x_i) \right\}$$

$$\Phi(x; x_1, x_2) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x_i^k}{k!} \Phi^{(k)}(x; x_1, x_2) + \Delta \Phi(x; x_1, x_2)$$

at $\mathbf{v} = 1/2$

$$I_n^\nu(x - x_j) = \int dx_i (x - x_i - x_j)_+^\nu \delta^{(n-1)}(x_i) \sim (x)_+^{3/2-n} + \text{'reg'}$$

$$J_n^\nu(x - x_j) = \int dx_i (x - x_i - x_j)_+^\nu PV \frac{1}{x_i^n} \sim (-x)_+^{3/2-n} + \text{'reg'}$$

$$\hat{\sigma}_{\text{interfer}}(x) = \iint dx_1 dx_2 (x - x_1 - x_2)_+^\nu \rho(x_i) \Delta(x_j) \Phi(x; x_1, x_2)$$

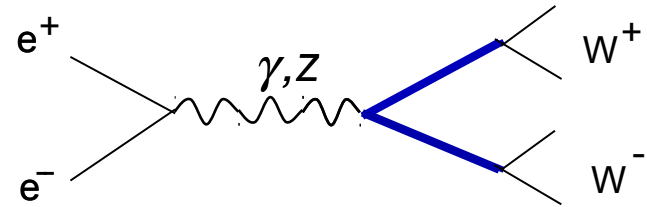
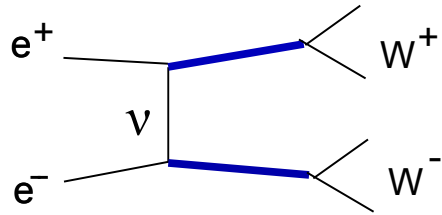
$$\left\{ PV \frac{1}{x_1^{n_1}}, \delta^{(n_1-1)}(x_1) \right\} \quad \left\{ PV \frac{1}{x_2^{n_2}}, \delta^{(n_2-1)}(x_2) \right\}$$

$$\Delta(s) = \frac{1}{s - M^2 + i\Sigma} \Rightarrow \frac{1}{s - M^2 + i0} + \frac{i\Sigma}{(s - M^2 + i0)^2} + \dots$$

Аналогично случаю
парного рождения

Парное рождение W :

ССЗ-вклады:



1. неаналитичность в Φ из-за $\sqrt{\lambda}$:

$$\Delta_\nu = \frac{1}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda} \cos \theta} \sim \frac{1}{t_\nu}$$

$$= \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta}$$

$$\sqrt{\lambda} \Phi = \sqrt{\lambda} \Phi_1 + \lambda \Phi_2$$

2. нули в знаменателе в нефизич. области

$$\lambda = (s - s_1 - s_2)^2 - 4s_1s_2$$

$$(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta = \lambda (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1s_2$$

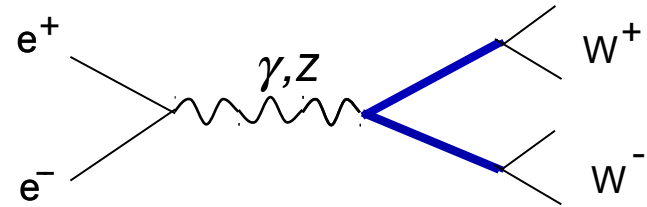
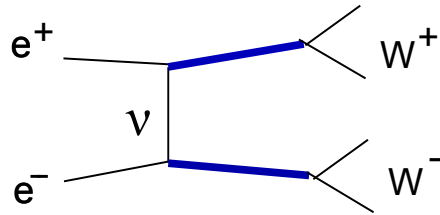
$$\Rightarrow H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1s_2$$

$$H(\lambda) = \Theta(\lambda) \lambda + \Theta(-\lambda) h(\lambda)$$

$$\Delta_\nu = \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1s_2}$$

Парное рождение W :

ССЗ-вклады:



1. неаналитичность в Φ из-за $\sqrt{\lambda}$:

$$\Delta_\nu = \frac{1}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda} \cos \theta} \sim \frac{1}{t_\nu}$$

$$= \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta}$$

$$\sqrt{\lambda} \Phi = \sqrt{\lambda} \Phi_1 + \lambda \Phi_2$$

$$x_+^{-N+\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{(-)^{N-1}}{(N-1)!} \delta^{(N-1)}(x) + x_+^{-N} + O(\varepsilon)$$

$$x_+^{-N} + (-)^{-N} (-x)_+^{-N} = PV x^{-N}$$

NNLO :

at $\nu = 0$

$$A_{n_1, n_2}^\nu, B_{n_1, n_2}^\nu, C_{n_1, n_2}^\nu \sim x_+, \Theta(x), \ln|x|, \delta(x)$$

2. нули в знаменателе в нефизич. области

$$\lambda = (s - s_1 - s_2)^2 - 4s_1 s_2$$

$$(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta = \lambda (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

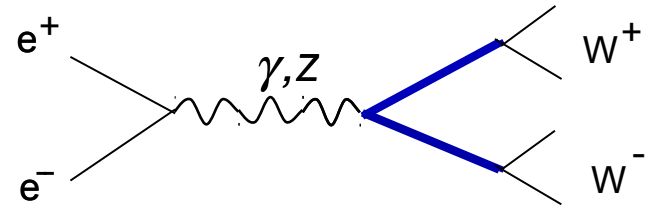
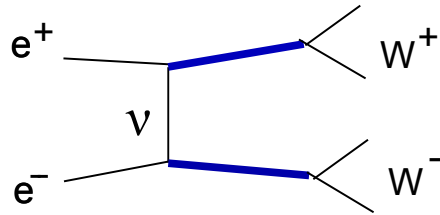
$$\Rightarrow H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$H(\lambda) = \Theta(\lambda) \lambda + \Theta(-\lambda) h(\lambda)$$

$$\Delta_\nu = \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2}$$

Парное рождение W :

ССЗ-вклады:



1. неаналитичность в Φ из-за $\sqrt{\lambda}$:

$$\Delta_\nu = \frac{1}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda} \cos \theta} \sim \frac{1}{t_\nu}$$

$$= \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta}$$

$$\sqrt{\lambda} \Phi = \sqrt{\lambda} \Phi_1 + \lambda \Phi_2$$

$$x_+^{-N+\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{(-)^{N-1}}{(N-1)!} \delta^{(N-1)}(x) + x_+^{-N} + O(\varepsilon)$$

$$x_+^{-N} + (-)^{-N} (-x)_+^{-N} = PV x^{-N}$$

NNLO :

at $\nu = 0$

$$A_{n_1, n_2}^\nu, B_{n_1, n_2}^\nu, C_{n_1, n_2}^\nu \sim x_+, \Theta(x), \ln|x|, \delta(x)$$

2. нули в знаменателе в нефизич. области

$$\lambda = (s - s_1 - s_2)^2 - 4s_1 s_2$$

$$(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta = \lambda (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$\Rightarrow H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$H(\lambda) = \Theta(\lambda) \lambda + \Theta(-\lambda) h(\lambda)$$

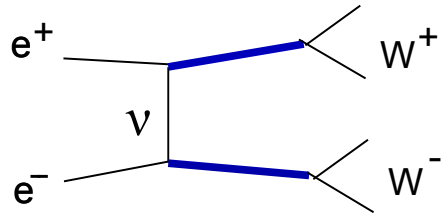
$$\Delta_\nu = \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2}$$

$$h(\lambda) = \lambda \left[1 - \left(-\frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^n \right]$$

$$n \geq 2, 0 < \lambda_0 < 4s_1 \min s_2 \min \frac{(n+1)^{\frac{n+1}{n}}}{n}$$

Парное рождение W :

ССЗ-вклады:



1. неаналитичность в Φ из-за $\sqrt{\lambda}$:

$$\Delta_\nu = \frac{1}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda} \cos \theta} \sim \frac{1}{t_\nu}$$

$$= \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta}$$

$$\sqrt{\lambda} \Phi = \sqrt{\lambda} \Phi_1 + \lambda \Phi_2$$

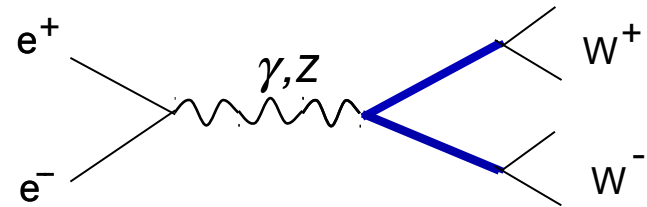
2. нули в знаменателе в нефизич. области

$$(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta = \lambda (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$\Rightarrow H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$H(\lambda) = \Theta(\lambda) \lambda + \Theta(-\lambda) h(\lambda)$$

$$\Delta_\nu = \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2}$$



полюс в Z -пропагаторе

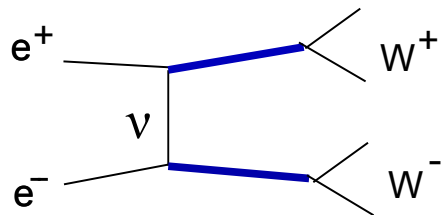


Применение разложения МРТ

если $s \approx M_Z^2$

Парное рождение W :

ССЗ-вклады:



1. неаналитичность в Φ из-за $\sqrt{\lambda}$:

$$\Delta_\nu = \frac{1}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda} \cos \theta} \sim \frac{1}{t_\nu}$$

$$= \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta}$$

$$\sqrt{\lambda} \Phi = \sqrt{\lambda} \Phi_1 + \lambda \Phi_2$$

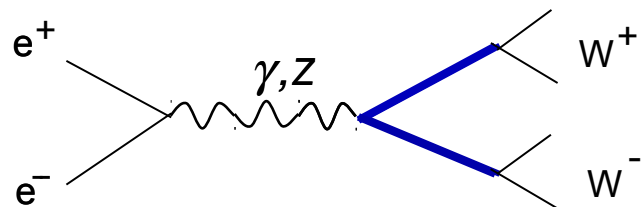
2. нули в знаменателе в нефизич. области

$$(s - s_1 - s_2)^2 - \lambda \cos^2 \theta = \lambda (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$\Rightarrow H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2$$

$$H(\lambda) = \Theta(\lambda) \lambda + \Theta(-\lambda) h(\lambda)$$

$$\Delta_\nu = \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda} \cos \theta}{H(\lambda) (1 - \cos^2 \theta) + 4s_1 s_2}$$



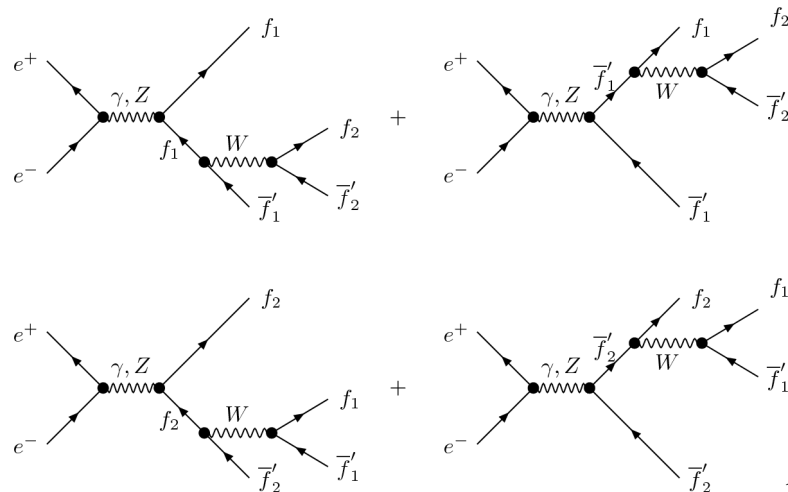
полюс в Z -пропагаторе



Применение разложения МРТ

если $s \approx M_Z^2$

CC11 family contributions:



- Брейт-вигнеровские факторы :

$$\Sigma = \alpha \Sigma_1 + \alpha^2 \Sigma_2 + \alpha^3 \Sigma_3 \longleftarrow \text{3-петлевые вклады в собств.энергию}$$

- Пробная функция Φ :

$$e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow W^+W^- \rightarrow 4f \longleftarrow \text{improved Born approximation}$$

- Универсальные мягкие вклады безмассовых частиц :

Функция "потока" в приближ. лидирующих логарифмов:

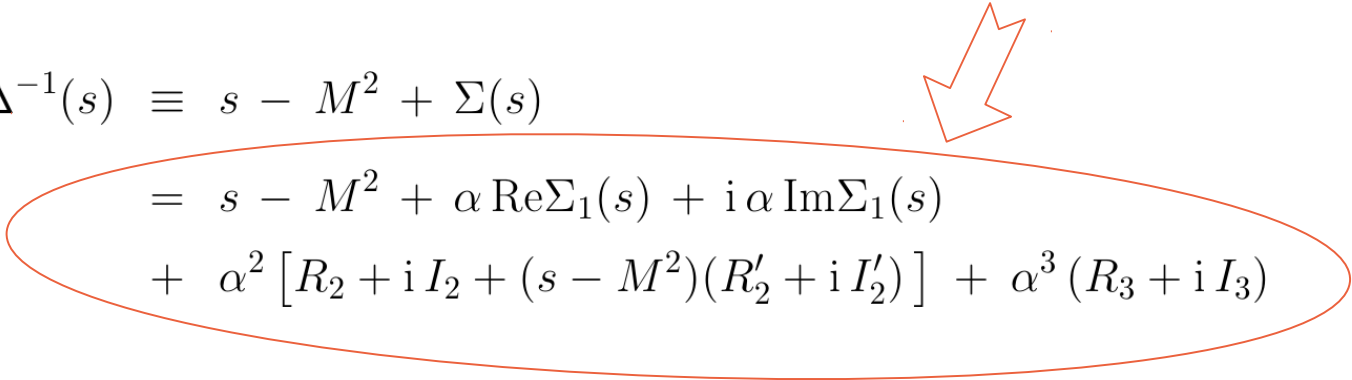
$$\phi(z; s) = \beta_e (1 - z)^{(\beta_e - 1)} - \frac{1}{2} \beta_e (1 + z), \quad \beta_e = \frac{2\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{s}{m_e^2} - 1 \right)$$

Кулоновские синг.вклады в одно-фотонной аппроксимации:

$$\delta_c = \frac{\alpha\pi}{2\beta} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{|\beta_M|^2 - \beta^2}{2\beta \operatorname{Im} \beta_M} \right) \right] \quad \begin{aligned} \beta &= s^{-1} \sqrt{\lambda(s, s_1, s_2)} \\ \beta_M &= \sqrt{1 - 4(M^2 - iM\Gamma)/s} \end{aligned}$$

Пропагаторы нестабильных частиц :

(NNLO точность в МТВ)

$$\begin{aligned}\Delta^{-1}(s) &\equiv s - M^2 + \Sigma(s) \\ &= s - M^2 + \alpha \operatorname{Re}\Sigma_1(s) + i\alpha \operatorname{Im}\Sigma_1(s) \\ &\quad + \alpha^2 [R_2 + iI_2 + (s - M^2)(R'_2 + iI'_2)] + \alpha^3 (R_3 + iI_3)\end{aligned}$$


$\overline{\text{OMS}}$:

$$\begin{aligned}R_2 &= -I_1 I'_1, & R'_2 &= -I_1 I''_1/2, & R_3 &= -I_2 I'_1 - I_1 I'_2 + I_1^2 R''_1/2 \\ \alpha I_1 &= M\Gamma_0, & \alpha^2 I_2 &= M\alpha\Gamma_1, & \alpha^3 I_3 &= M\alpha^2\Gamma_2 + \Gamma_0^3/(8M)\end{aligned}$$

Параметры в модели:

$$\begin{aligned}\Gamma_0^W &= 1.977 \text{ GeV} & \Gamma_0^Z &= 2.362 \text{ GeV} \\ \Gamma_1^W &= 0.102 \text{ GeV} & \Gamma_1^Z &= 0.169 \text{ GeV} \\ \Gamma_2^W &= 0.006 \text{ GeV} & \Gamma_2^Z &= -0.036 \text{ GeV} \\ M_W &= 80.40 \text{ GeV} & M_Z &= 91.19 \text{ GeV}\end{aligned}$$

Численные вычисления, оценка погрешностей

- Фортран-программа, с двойной точностью
- Метод Симпсона для вычисления абсолютно сходящихся интегралов (относительная точность $\delta_0 = 10^{-5}$)
- Линейные "заплатки" для разрешения 0/0-неопределённостей (x/x , x^2/x^2 , ...)



дополнительные ошибки:

ε - actual size
of the patch

integrand

δ_1 : из-за самих "заплаток" $\Rightarrow \delta_1 \sim \varepsilon^2 \varphi''_0 / \varphi_0$

δ_2 : из-за потери значащих цифр вблизи точек неопределённости:

$$x/x: \quad \frac{f(x) - f(0)}{x} \Rightarrow \frac{\varepsilon f'(0)}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = 10^{-N} \quad \delta_2 \sim 10^{-(D-N)} \frac{f_0}{f'_0}$$

$$x^2/x^2: \quad \frac{f(x) - f(0) - x f'(0)}{x^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon^2 f''(0)/2}{\varepsilon^2}$$

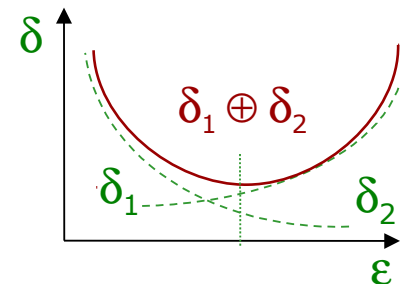
$$\varepsilon^2 = 10^{-N} \quad \delta_2 \sim 10^{-(D-N)} \frac{2f_0}{f''_0}$$

...

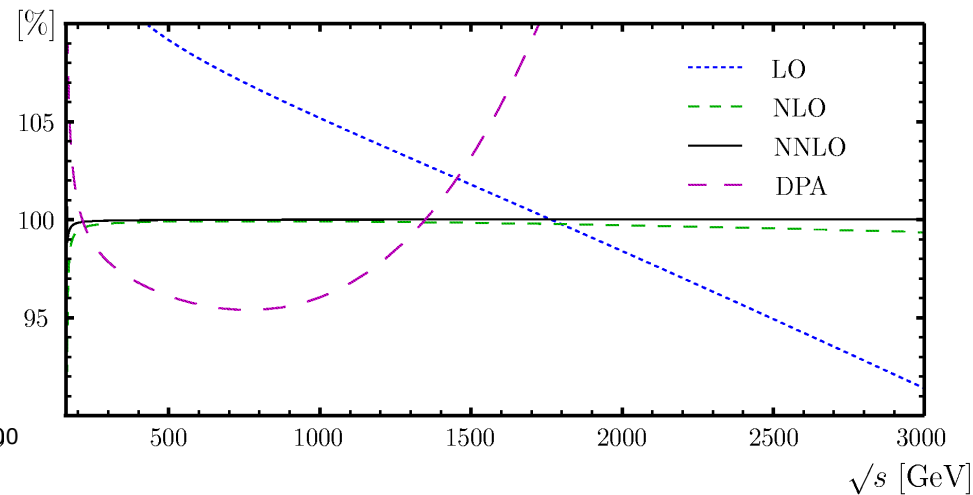
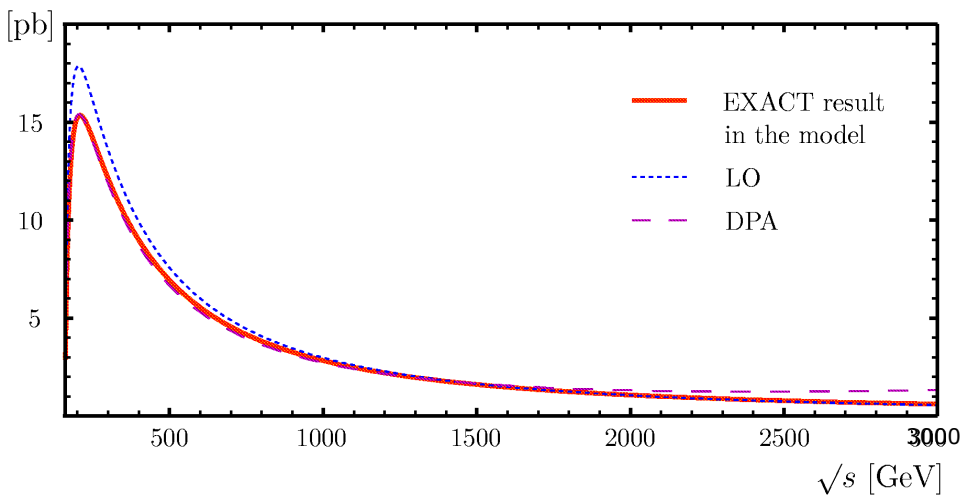
минимизация ошибок $\delta_1 \oplus \delta_2 \Rightarrow N = 8$ at $D = 15$
(численная оценка)

double
precision

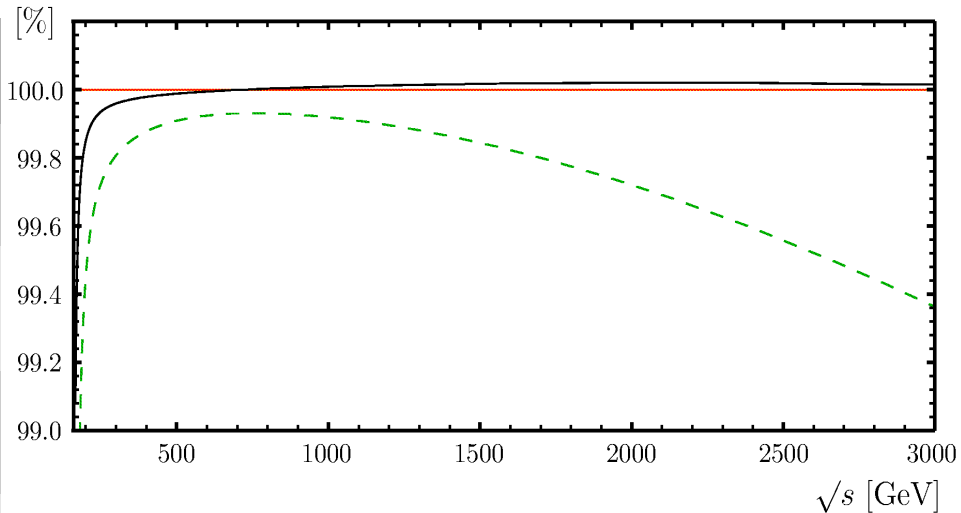
Итоговая ошибка: $\delta = \delta_0 \oplus \delta_1 \oplus \delta_2 < 10^{-4}$ $\leftarrow$ NNLO



$$e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow W^+W^- \rightarrow 4f$$



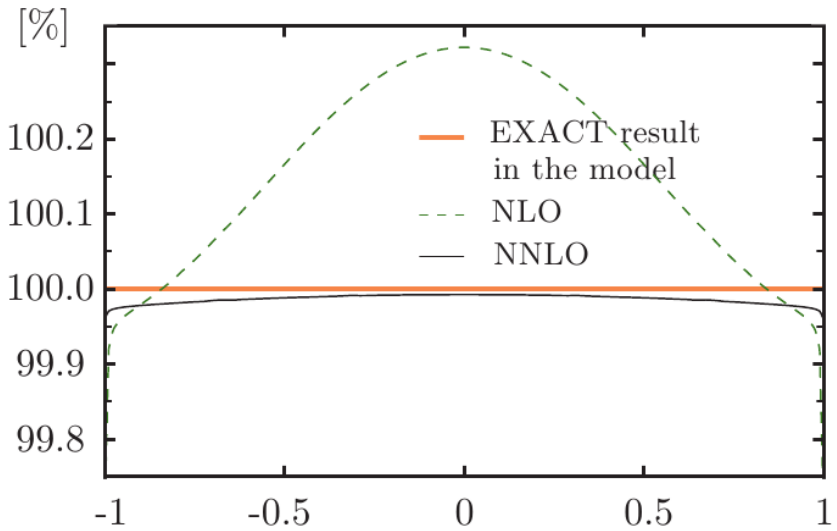
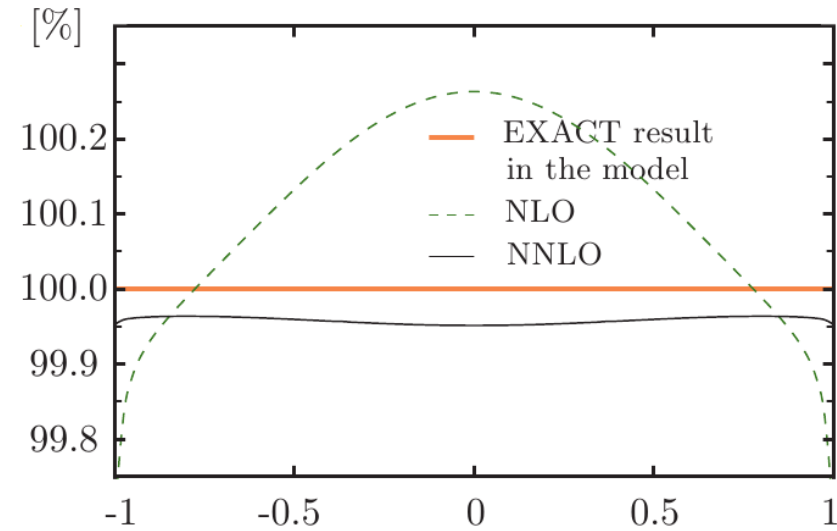
$\sqrt{s}$	σ [pb]	σ_{LO}	σ_{NLO}	σ_{NNLO}
200	15.258 100%	17.839 116.92%	15.175 99.46%	15.235(2) 99.85(1)%
500	6.9355 100%	7.5657 109.09%	6.9294 99.91%	6.9342(7) 99.98(1)%
1000	2.8286 100%	2.9733 105.12%	2.8263 99.92%	2.8285(3) 100.00(1)%
3000	0.61023 100%	0.55733 91.33%	0.60625 99.35%	0.61026(6) 100.00(1)%



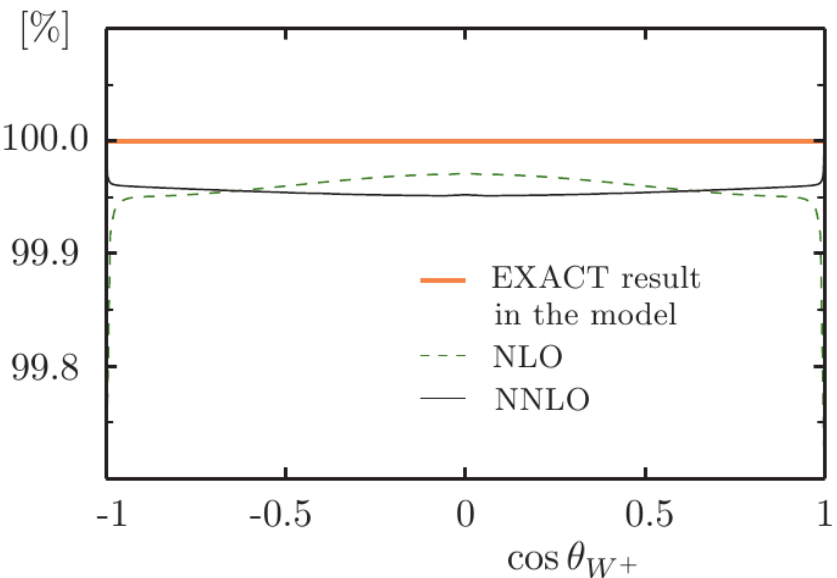
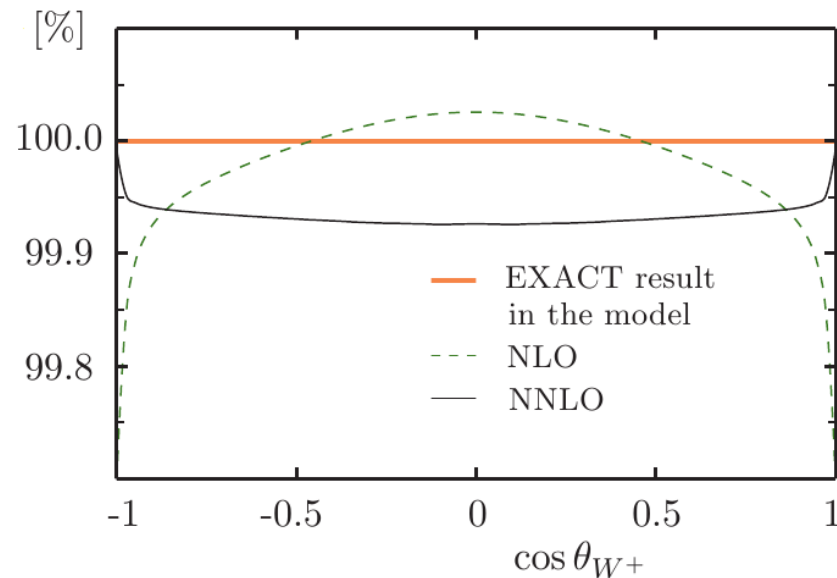
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{W+}} [\text{pb}] \quad \sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{W+}} [\text{pb}] \quad \sqrt{s} = 800 \text{ GeV}$$

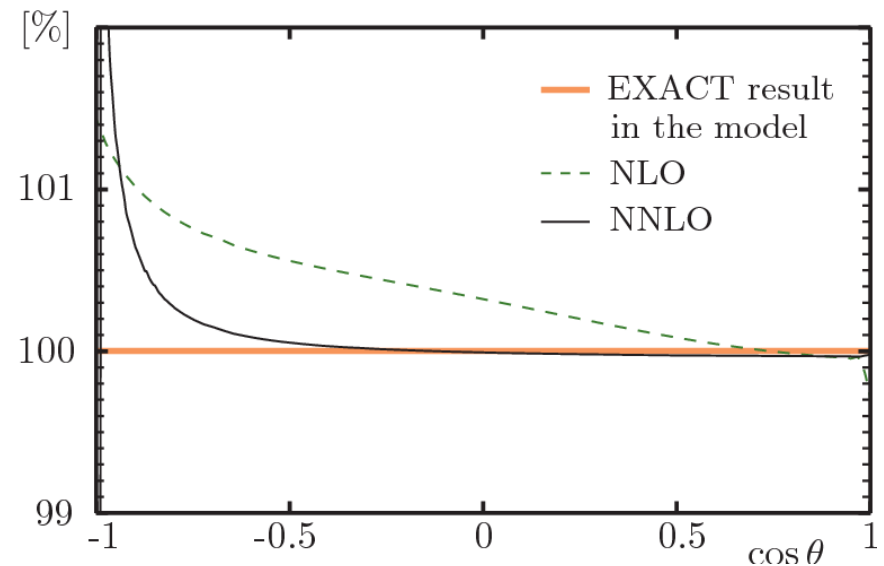
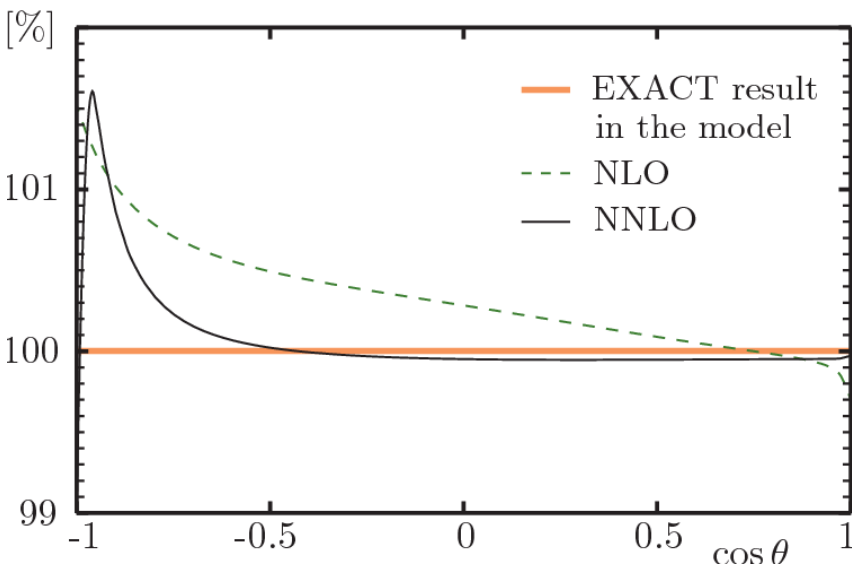
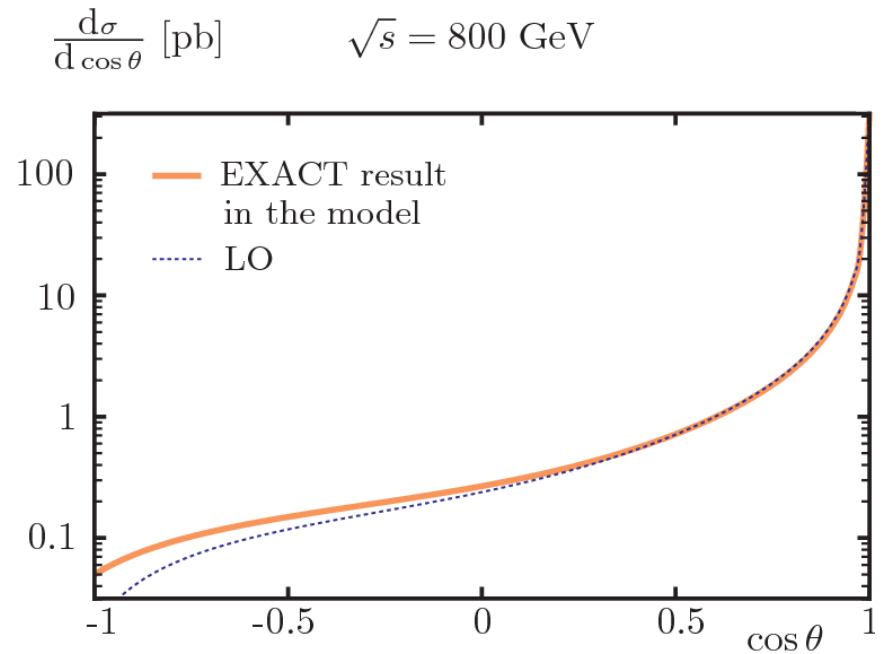
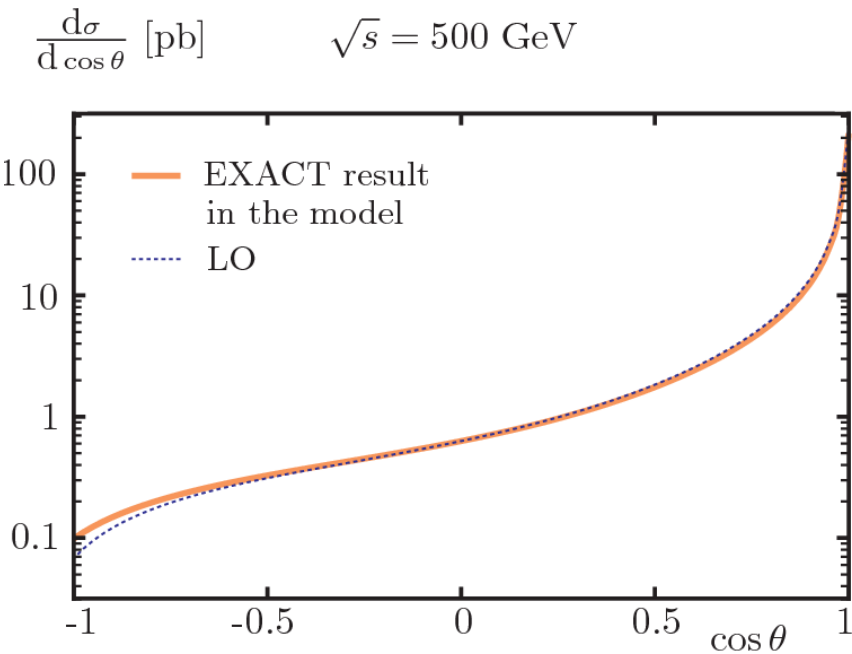
Чётные по $\cos\theta$ вклады : (право-поляризованные e-)



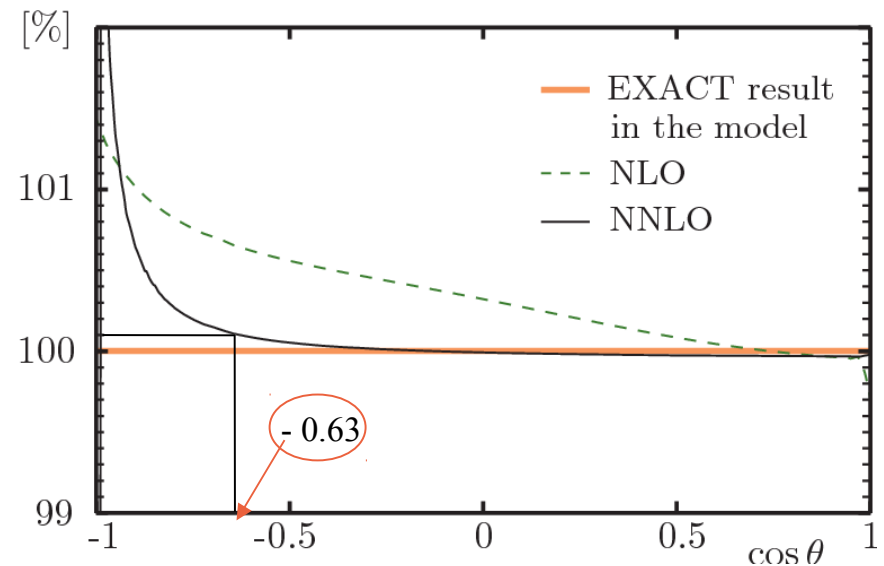
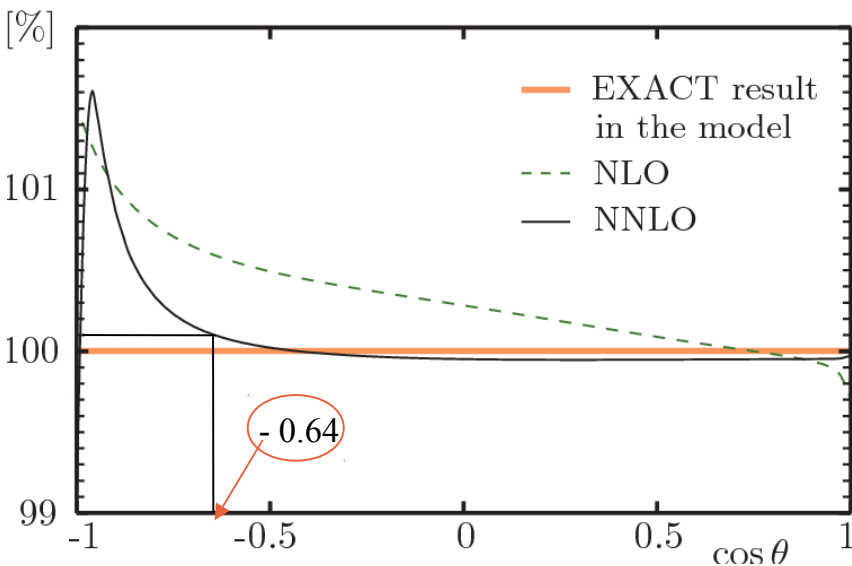
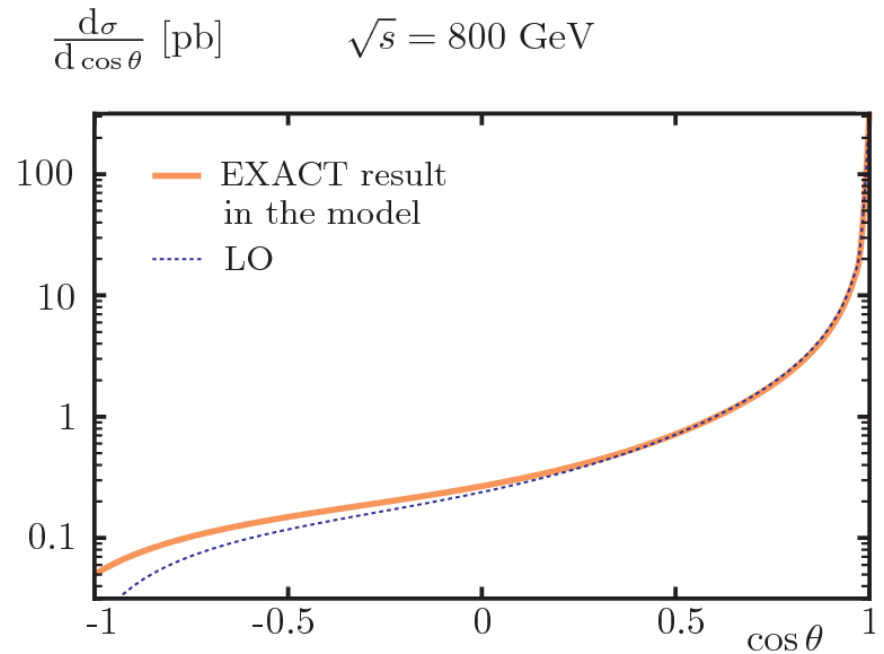
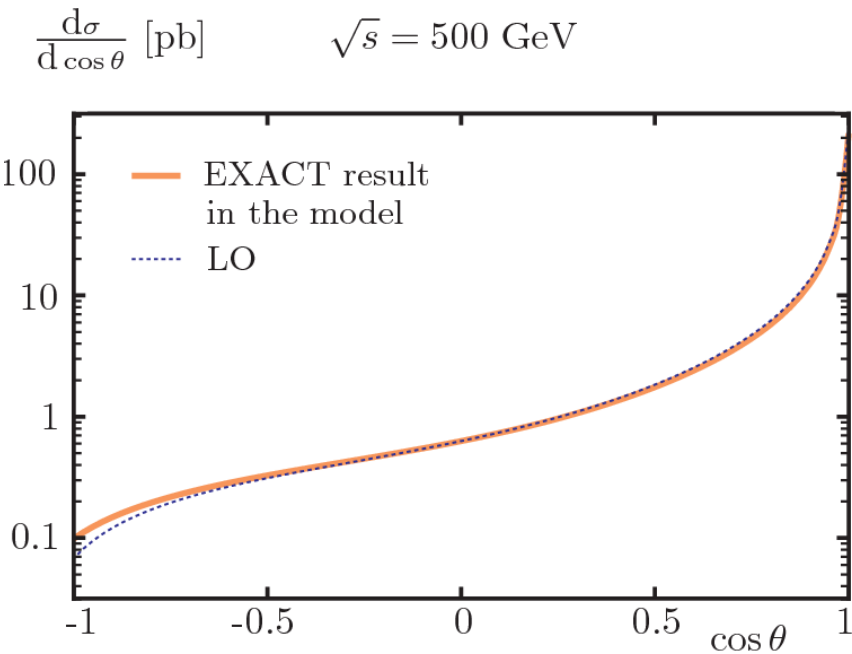
Нечётные по $\cos\theta$ вклады :



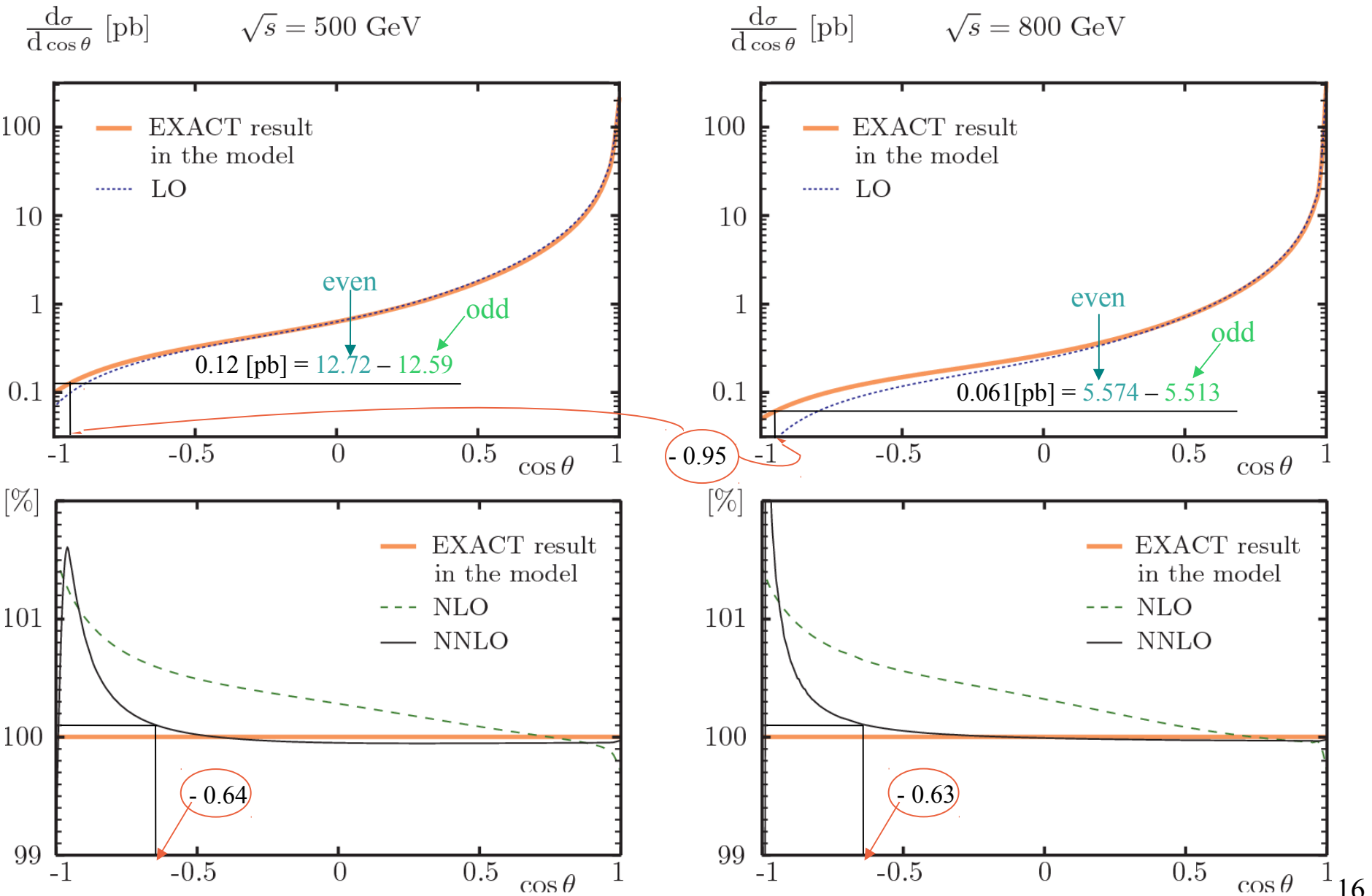
Полное угловое распределение по $\cos \theta$, неполяризованные пучки:



Полное угловое распределение по $\cos \theta$, неполяризованные пучки:



Полное угловое распределение по $\cos \theta$, неполяризованные пучки:



В случае парного рождения и распадов W :

- МТВ стабильно работает при энергиях возле и выше максимума сечения
- При энергиях ILC МТВ обеспечивает в NNLO **0.1%-точность** описания,
 - в случае полного сечения;
 - в случае углового распределения с неполяризованными пучками и не очень большими углами рассеяния назад
 - в случае углового распределения с право-поляризованными пучками e^- (лево-поляризованными пучками e^+) при любых углах рассеяния

МТВ является хорошим кандидатом для теоретического сопровождения на ILC процессов парного рождения W

- Написана работающая FORTRAN-программа – значительная часть необходимой для описания реалистических процессов в МТВ в NNLO

В случае парного рождения и распадов W :

- МТВ стабильно работает при энергиях возле и выше максимума сечения
- При энергиях ILC МТВ обеспечивает в NNLO **0.1%-точность** описания,
 - в случае полного сечения;
 - в случае углового распределения с неполяризованными пучками и не очень большими углами рассеяния назад
 - в случае углового распределения с право-поляризованными пучками e^- (лево-поляризованными пучками e^+) при любых углах рассеяния

МТВ является хорошим кандидатом для теоретического сопровождения на ILC процессов парного рождения W

- Написана работающая FORTRAN-программа – значительная часть необходимой для описания реалистических процессов в МТВ в NNLO

