Массивный спин 2
в формализме Фрадкина-Васильева

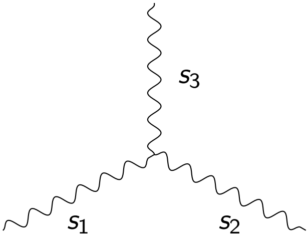
Ю. М. Зиновьев

03.12.2013

План

Кубические вершины для безмассовых полей

- В случае целых спинов



$s_1 \geq s_2 \geq s_3$

- Есть ровно одна вершина с числом производных N (четность N совпадает с четностью $s_1 + s_2 + s_3$):

$$s_1 + s_2 - s_3 \leq N \leq s_1 + s_2 + s_3$$

- Нетривиальными (т.е. требующими поправок к калибровочным преобразованиям) оказываются вершины

$$s_1 + s_2 - s_3 \leq N \leq s_1 + s_2 + s_3 - 2$$

Реперный формализм

- Для описания спина $s \geq 2$ требуется s полей

$$\Phi_\mu^{a_1\dots a_{s-1}}, \Phi_\mu^{a_1\dots a_{s-1},b_1}, \dots \Phi_\mu^{a_1\dots a_{s-1},b_1\dots b_{s-1}}$$

- Каждое поле имет свое калибровочное преобразование

$$\delta\Phi_\mu \sim D_\mu\xi + \dots$$

- Каждому полю соответствует калибровочно инвариантный объект (кривизна)

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} \sim D_{[\mu}\Phi_{\nu]} + \dots$$

- Свободный лагранжиан может быть переписан в явно калибровочно инвариантном виде

$$\mathcal{L}_0 \sim \sum \mathcal{R} \wedge \mathcal{R}$$

Нетривиальные кубические вершины

- Неабелевые вершины
  - имеют вид
$$\mathcal{R} \wedge \Phi \wedge \Phi$$
  - происходят от квадратичной деформации кривизн
$$\mathcal{R} \Rightarrow \hat{\mathcal{R}} = \mathcal{R} \oplus \Phi \wedge \Phi$$
  - определены требованием ковариантности кривизн
$$\delta\hat{\mathcal{R}} \sim \mathcal{R}\xi$$
- Абелевые вершины которые имеют вид
$$\mathcal{R} \wedge \mathcal{R} \wedge \Phi$$
- Васильев (2011) — все нетривиальные вершины имеющие до
$$N = s_1 + s_2 + s_3 - 2$$
производных могут быть получены как комбинации неабелевых и абелевых вершин.

Нетривиальные кубические вершины

- Неабелевые вершины
  - имеют вид
$$\mathcal{R} \wedge \Phi \wedge \Phi$$
  - происходят от квадратичной деформации кривизн
$$\mathcal{R} \Rightarrow \hat{\mathcal{R}} = \mathcal{R} \oplus \Phi \wedge \Phi$$
  - определены требованием ковариантности кривизн
$$\delta \hat{\mathcal{R}} \sim \mathcal{R}\xi$$
- Абелевые вершины которые имеют вид
$$\mathcal{R} \wedge \mathcal{R} \wedge \Phi$$

- Васильев (2011) — все нетривиальные вершины имеющие до
$$N = s_1 + s_2 + s_3 - 2$$
производных могут быть получены как комбинации неабелевых и абелевых вершин.

Безмассовый спин 2 в AdS

- Свободный лагранжиан безмассового спина 2 в AdS_d, $d \geq 4$:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \omega_\mu{}^{ac}\omega_\nu{}^{bc} - \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \omega_\mu{}^{ab} D_\nu h_\alpha{}^c - \frac{(d-2)\kappa}{2}\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} h_\mu{}^a h_\nu{}^b$$

здесь $\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} = e^\mu{}_a e^\nu{}_b - e^\mu{}_b e^\nu{}_a$, $\kappa \sim \Lambda$.

- Это лагранжиан инвариантен относительно следующих преобразований:

$$\delta_0 \omega_\mu{}^{ab} = D_\mu \hat{\eta}^{ab} + \kappa e_\mu{}^{[a}\hat{\xi}^{b]}, \qquad \delta_0 h_\mu{}^a = D_\mu \hat{\xi}^a + \hat{\eta}_\mu{}^a$$

- Калибровочно инвариантные объекты:

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}{}^{ab} &= D_{[\mu}\omega_{\nu]}{}^{ab} + \kappa e_{[\mu}{}^{[a} h_{\nu]}{}^{b]} \\ T_{\mu\nu}{}^a &= D_{[\mu} h_{\nu]}{}^a - \omega_{[\mu,\nu]}{}^a \end{aligned}$$

- Свободный лагранжиан в терминах кривизн:

$$\mathcal{L}_0 = a_0 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab} R_{\alpha\beta}{}^{cd}, \qquad a_0 = -\frac{1}{32(d-3)\kappa}$$

Кубическая вершина для безмассового спина 2

- Самосогласованные квадратичные деформации:

$$\begin{aligned} \Delta R_{\mu\nu}{}^{ab} &= b_0[\omega_{[\mu}{}^{ca}\omega_{\nu]}{}^{bc} + \kappa h_{[\mu}{}^{a}h_{\nu]}{}^{b}] \\ \Delta T_{\mu\nu}{}^{a} &= b_0\omega_{[\mu}{}^{ab}h_{\nu]}{}^{b} \end{aligned}$$

- Преобразования деформированных кривизн:

$$\begin{aligned} \delta\hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} &= b_0 R_{\mu\nu}{}^{c[a}\hat{\eta}^{b]c} + \kappa b_0 T_{\mu\nu}{}^{[a}\hat{\xi}^{b]} \\ \delta\hat{T}_{\mu\nu}{}^{a} &= -b_0\hat{\eta}^{ab}T_{\mu\nu}{}^{b} + b_0 R_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{\xi}^{b} \end{aligned}$$

- Лагранжиан взаимодействия:

$$\mathcal{L} = a_0 \left\{ \begin{matrix} \mu\nu\alpha\beta \\ abcd \end{matrix} \right\} \hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{R}_{\alpha\beta}{}^{cd} + c_0 \left\{ \begin{matrix} \mu\nu\alpha\beta\gamma \\ abcde \end{matrix} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab}R_{\alpha\beta}{}^{cd}h_{\gamma}{}^{e}$$

- На массовой поверхности (кручение равно 0):

$$c_0 \left\{ \begin{matrix} \mu\nu\alpha\beta\gamma \\ abcde \end{matrix} \right\} D_\mu\omega_\nu{}^{ab}D_\alpha\omega_\beta{}^{cd}h_\gamma{}^{e} \approx 3c_0 \left\{ \begin{matrix} \mu\nu\alpha\beta \\ abcd \end{matrix} \right\} D_\mu\omega_\nu{}^{ab}\omega_\alpha{}^{ce}\omega_\beta{}^{de} + \dots$$

Кубическая вершина для безмассового спина 2

- Самосогласованные квадратичные деформации:

$$\begin{aligned}\Delta R_{\mu\nu}{}^{ab} &= b_0[\omega_{[\mu}{}^{ca}\omega_{\nu]}{}^{bc} + \kappa h_{[\mu}{}^{a}h_{\nu]}{}^{b}] \\ \Delta T_{\mu\nu}{}^{a} &= b_0\omega_{[\mu}{}^{ab}h_{\nu]}{}^{b}\end{aligned}$$

- Преобразования деформированных кривизн:

$$\begin{aligned}\delta\hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} &= b_0 R_{\mu\nu}{}^{c[a}\hat{\eta}^{b]c} + \kappa b_0 T_{\mu\nu}{}^{[a}\hat{\xi}^{b]} \\ \delta\hat{T}_{\mu\nu}{}^{a} &= -b_0\hat{\eta}^{ab}T_{\mu\nu}{}^{b} + b_0 R_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{\xi}^{b}\end{aligned}$$

- Лагранжиан взаимодействия:

$$\mathcal{L} = a_0 \left\{ \begin{smallmatrix} \mu\nu\alpha\beta \\ abcd \end{smallmatrix} \right\} \hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{R}_{\alpha\beta}{}^{cd} + c_0 \left\{ \begin{smallmatrix} \mu\nu\alpha\beta\gamma \\ abcde \end{smallmatrix} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab}R_{\alpha\beta}{}^{cd}h_\gamma{}^e$$

- На массовой поверхности (кручение равно 0):

$$c_0 \left\{ \begin{smallmatrix} \mu\nu\alpha\beta\gamma \\ abcde \end{smallmatrix} \right\} D_\mu\omega_\nu{}^{ab}D_\alpha\omega_\beta{}^{cd}h_\gamma{}^e \approx 3c_0 \left\{ \begin{smallmatrix} \mu\nu\alpha\beta \\ abcd \end{smallmatrix} \right\} D_\mu\omega_\nu{}^{ab}\omega_\alpha{}^{ce}\omega_\beta{}^{de} + \dots$$

Частично безмассовый спин 2

- Экзотическое представление группы де Ситтера. В $d = 4$ имеет спиральности ± 2, ± 1 $\Rightarrow$ реперный калибровочно инвариантный формализм требует две пары полей $(\Omega_\mu{}^{ab}, f_\mu{}^a)$ and (B^{ab}, B_μ).
- Свободный лагранжиан для частично безмассового спина 2:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_0 &= \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \Omega_\mu{}^{ac}\Omega_\nu{}^{bc} - \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \Omega_\mu{}^{ab} D_\nu f_\alpha{}^c + \frac{1}{2} B_{ab}{}^2 \\ &\quad - \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} B^{ab} D_\mu B_\nu + m[\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \omega_\mu{}^{ab} B_\nu + e^\mu{}_a B^{ab} f_\mu{}^b]\end{aligned}$$

где $m^2 = (d-2)\kappa$

- Этот лагранжиан инвариантен относительно следующих калибровочных преобразований:

$$\begin{aligned}\delta_0 \Omega_\mu{}^{ab} &= D_\mu \eta^{ab}, \qquad \delta_0 f_\mu{}^a = D_\mu \xi^a + \eta_\mu{}^a + \frac{2m}{(d-2)} e_\mu{}^a \xi \\ \delta_0 B^{ab} &= -m\eta^{ab}, \qquad \delta_0 B_\mu = D_\mu \xi + \frac{m}{2} \xi_\mu\end{aligned}$$

Частично безмассовый спин 2

- Экзотическое представление группы де Ситтера. В $d=4$ имеет спиральности ± 2, ± 1 $\Rightarrow$ реперный калибровочно инвариантный формализм требует две пары полей $(\Omega_\mu{}^{ab}, f_\mu{}^a)$ and (B^{ab}, B_μ).
- Свободный лагранжиан для частично безмассового спина 2:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 &= \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \Omega_\mu{}^{ac}\Omega_\nu{}^{bc} - \frac{1}{2}\left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \Omega_\mu{}^{ab} D_\nu f_\alpha{}^c + \frac{1}{2} B_{ab}{}^2 \\
&\quad - \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} B^{ab} D_\mu B_\nu + m[\left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \omega_\mu{}^{ab} B_\nu + e^\mu{}_a B^{ab} f_\mu{}^b]
\end{aligned}$$

где $m^2 = (d-2)\kappa$

- Этот лагранжиан инвариантен относительно следующих калибровочных преобразований:

$$\begin{aligned}
\delta_0 \Omega_\mu{}^{ab} &= D_\mu \eta^{ab}, \qquad \delta_0 f_\mu{}^a = D_\mu \xi^a + \eta_\mu{}^a + \frac{2m}{(d-2)} e_\mu{}^a \xi \\
\delta_0 B^{ab} &= -m\eta^{ab}, \qquad \delta_0 B_\mu = D_\mu \xi + \frac{m}{2} \xi_\mu
\end{aligned}$$

Частично безмассовый спин 2

- Соответственно у нас есть четыре калибровочно инвариантных объекта (кривизны):

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} &= D_{[\mu}\Omega_{\nu]}{}^{ab} - \frac{m}{(d-2)} e_{[\mu}{}^{[a} B_{\nu]}{}^{b]} \\
\mathcal{T}_{\mu\nu}{}^{a} &= D_{[\mu} f_{\nu]}{}^{a} - \Omega_{[\mu,\nu]}{}^{a} + \frac{2m}{(d-2)} e_{[\mu}{}^{a} B_{\nu]} \\
\mathcal{B}_{\mu}{}^{ab} &= D_\mu B^{ab} + m\Omega_\mu{}^{ab} \\
\mathcal{B}_{\mu\nu} &= D_{[\mu} B_{\nu]} - B_{\mu\nu} - \frac{m}{2} f_{[\mu,\nu]}
\end{aligned}
$$

- Свободный лагранжиан в терминах этих кривизн:

$$
\mathcal{L}_0 = a_1 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ac} \mathcal{B}_\nu{}^{bc} + a_3 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ab} \mathcal{T}_{\nu\alpha}{}^{c}
$$

где

$$
a_1 = -\frac{(d-2)}{32(d-3)m^2}, \qquad a_2 = -\frac{1}{m^2}, \qquad a_3 = -\frac{1}{4m}
$$

Самодействие

- Единственная (с точностью до возможных переопределений полей) квадратичная деформация дает следующие преобразования для кривизн:

$$\begin{aligned}\delta\hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab} &= 2d_1\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{c[a}\eta^{b]c} + \frac{d_2}{2}\mathcal{B}_{[\mu}{}^{ab}\xi_{\nu]} + d_2\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\xi \\ \delta\hat{\mathcal{T}}_{\mu\nu}{}^{a} &= -2d_1\eta^{ab}\mathcal{T}_{\mu\nu}{}^{b} + 2d_1\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\xi^{b} \\ \delta\hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ab} &= -d_1\eta^{c[a}\mathcal{B}_{\mu}{}^{b]c} + d_2\mathcal{B}_{\mu}{}^{ab}\xi \qquad \delta\hat{\mathcal{B}}_{\mu\nu} = -d_1\mathcal{B}_{[\mu,\nu]}{}^{a}\xi^{a}\end{aligned}$$

  где $d_2 = -\frac{4md_1}{(d-2)}$
- Лагранжиан взаимодействия

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= a_1\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\alpha\beta\\ abcd\end{smallmatrix}\right\}\hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{\mathcal{F}}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\\ ab\end{smallmatrix}\right\}\hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ac}\hat{\mathcal{B}}_{\nu}{}^{bc} + a_3\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\alpha\\ abc\end{smallmatrix}\right\}\hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ab}\hat{\mathcal{T}}_{\nu\alpha}{}^{c} \\ &+ a_4\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\alpha\beta\gamma\\ abcde\end{smallmatrix}\right\}\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd}f_{\gamma}{}^{e} + a_5\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\alpha\\ abc\end{smallmatrix}\right\}\mathcal{B}_{\mu}{}^{ad}\mathcal{B}_{\nu}{}^{bd}f_{\alpha}{}^{c} \\ &+ a_6\left\{\begin{smallmatrix}\mu\nu\alpha\beta\\ abcd\end{smallmatrix}\right\}\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\mathcal{B}_{\alpha}{}^{cd}B_{\beta}\end{aligned}$$

Самодействие

- Требование калибровочной инвариантности дает три уравнения на параметры $a_4, a_5, a_6 \Rightarrow$ одна независимая вершина, содержащая члены вплоть до четырех производных.
- В $d = 4$ одна из абелевых вершин

$$a_4 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}_{abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} f_\gamma{}^e$$

отсутствует, но уравнения по-прежнему имеют решение.
- Более того, все члены с высшими производными на массовой поверхности зануляются, воспроизводя известную ранее вершину с двумя производными, которая существует в $d = 4$ и только в $d = 4$.

Самодействие

- Требование калибровочной инвариантности дает три уравнения на параметры $a_4, a_5, a_6 \Rightarrow$ одна независимая вершина, содержащая члены вплоть до четырех производных.
- В $d = 4$ одна из абелевых вершин

$$a_4 \left\{ \begin{smallmatrix} \mu\nu\alpha\beta\gamma \\ abcde \end{smallmatrix} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} f_\gamma{}^e$$

  отсутствует, но уравнения по-прежнему имеют решение.
- Более того, все члены с высшими производными на массовой поверхности зануляются, воспроизводя известную ранее вершину с двумя производными, которая существует в $d = 4$ и только в $d = 4$.

Гравитационное взаимодействие

- Наиболее общая (с точностью до возможных переопределений полей) квадратичная деформация для гравитационной кривизны имеет два свободных параметра и приводит к

$$\delta\hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} \approx 2b_1\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{c[a}\eta^{b]c} - (\frac{2mb_1}{(d-2)} + \frac{b_2}{2})\mathcal{B}_{[\mu,\nu]}{}^{[a}\xi^{b]} - \frac{b_2}{2}\mathcal{B}_{[\mu}{}^{ab}\xi_{\nu]} + b_2\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\xi$$

- Деформации для частично безмассовых кривизн соответствуют стандартному правилу минимальной подстановки и дают

$$\begin{aligned}
\delta\hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab} &\approx -b_0[\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{c[a}\hat{\eta}^{b]c} + R_{\mu\nu}{}^{c[a}\eta^{b]c} - \frac{m}{(d-2)}\mathcal{B}_{[\mu,\nu]}{}^{[a}\hat{\xi}^{b]}] \\
\delta\hat{\mathcal{T}}_{\mu\nu}{}^{a} &\approx -b_0[\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}\hat{\xi}^{b} + R_{\mu\nu}{}^{ab}\xi^{b}] \\
\delta\hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ab} &\approx -b_0\mathcal{B}_{\mu}{}^{c[a}\hat{\eta}^{b]c} \\
\delta\hat{\mathcal{B}}_{\mu\nu} &\approx b_0[\mathcal{B}_{[\mu,\nu]}{}^{a}\hat{\xi}^{a} + \frac{m}{2}\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{a}\hat{\xi}^{a}]
\end{aligned}$$

Гравитационное взаимодействие

- Лагранжиан взаимодействия

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \quad = \quad & a_1 \left\{ {\mu\nu\alpha\beta \atop abcd} \right\} \hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{\mathcal{F}}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2 \left\{ {\mu\nu \atop ab} \right\} \hat{\mathcal{B}}_\mu{}^{ac} \hat{\mathcal{B}}_\nu{}^{bc} \\
& + a_3 \left\{ {\mu\nu\alpha \atop abc} \right\} \hat{\mathcal{B}}_\mu{}^{ab} \hat{\mathcal{T}}_{\nu\alpha}{}^{c} + a_0 \left\{ {\mu\nu\alpha\beta \atop abcd} \right\} \hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{R}_{\alpha\beta}{}^{cd} \\
& + a_4 \left\{ {\mu\nu\alpha\beta\gamma \atop abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} h_\gamma{}^{e} + a_5 \left\{ {\mu\nu\alpha \atop abc} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ad} \mathcal{B}_\nu{}^{bd} h_\alpha{}^{c} \\
& + a_6 \left\{ {\mu\nu\alpha\beta\gamma \atop abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} R_{\alpha\beta}{}^{cd} f_\gamma{}^{e} + a_7 \left\{ {\mu\nu\alpha\beta \atop abcd} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{B}_\alpha{}^{cd} B_\beta
\end{aligned}
$$

- Калибровочная инвариантность требует $b_1 = -\frac{b_0}{2}$, $b_2 = 2mb_0$ и дает два уравнения на параметры $a_{4,5,6,7} \Rightarrow$ три независимые вершины.
- В $d = 4$ члены с a_4 и a_6 отсутствуют оставляя нам только одну вершину. Более того, все члены с высшими производными на массовой поверхности сокращаются.

Гравитационное взаимодействие

- Лагранжиан взаимодействия

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \quad = \quad & a_1 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{\mathcal{F}}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \hat{\mathcal{B}}_\mu{}^{ac} \hat{\mathcal{B}}_\nu{}^{bc} \\
& + a_3 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \hat{\mathcal{B}}_\mu{}^{ab} \hat{\mathcal{T}}_{\nu\alpha}{}^{c} + a_0 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{R}_{\alpha\beta}{}^{cd} \\
& + a_4 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}_{abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} h_\gamma{}^{e} + a_5 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ad} \mathcal{B}_\nu{}^{bd} h_\alpha{}^{c} \\
& + a_6 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}_{abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} R_{\alpha\beta}{}^{cd} f_\gamma{}^{e} + a_7 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{B}_\alpha{}^{cd} B_\beta
\end{aligned}
$$

- Калибровочная инвариантность требует $b_1 = -\frac{b_0}{2}$, $b_2 = 2mb_0$ и дает два уравнения на параметры $a_{4,5,6,7}$ $\Rightarrow$ три независимые вершины.
- В $d = 4$ члены с a_4 и a_6 отсутствуют оставляя нам только одну вершину. Более того, все члены с высшими производными на массовой поверхности сокращаются.

Гравитационное взаимодействие

- Лагранжиан взаимодействия

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& a_1 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \hat{\mathcal{F}}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{\mathcal{F}}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ac} \hat{\mathcal{B}}_{\nu}{}^{bc} \\
& + a_3 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \hat{\mathcal{B}}_{\mu}{}^{ab} \hat{\mathcal{T}}_{\nu\alpha}{}^{c} + a_0 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \hat{R}_{\mu\nu}{}^{ab} \hat{R}_{\alpha\beta}{}^{cd} \\
& + a_4 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}_{abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} h_{\gamma}{}^{e} + a_5 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \mathcal{B}_{\mu}{}^{ad} \mathcal{B}_{\nu}{}^{bd} h_{\alpha}{}^{c} \\
& + a_6 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}_{abcde} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} R_{\alpha\beta}{}^{cd} f_{\gamma}{}^{e} + a_7 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} R_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{B}_{\alpha}{}^{cd} B_{\beta}
\end{aligned}
$$

- Калибровочная инвариантность требует $b_1 = -\frac{b_0}{2}$, $b_2 = 2mb_0$ и дает два уравнения на параметры $a_{4,5,6,7}$ $\Rightarrow$ три независимые вершины.
- В $d = 4$ члены с a_4 и a_6 отсутствуют оставляя нам только одну вершину. Более того, все члены с высшими производными на массовой поверхности сокращаются.

Кинематика

- В безмассовом пределе массивный спин 2 распадается на безмассовый спин-2, спин-1 и спин-0 $\Rightarrow$ калибровочно инвариантное описание требует три пары полей: $(\Omega_\mu{}^{ab}, f_\mu{}^a)$, (B^{ab}, B_μ) и (π^a, φ)
- Калибровочные симметрии те же, что и в частично безмассовом случае (η^{ab}, ξ^a, ξ)
- Соответственно есть шесть калибровочно инвариантных объектов

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab}, \quad \mathcal{T}_{\mu\nu}{}^a, \quad \mathcal{B}_\mu{}^{ab}, \quad \mathcal{B}_{\mu\nu}, \quad \Pi_\mu{}^a, \quad \Phi_\mu$$

- Свободный лагранжиан может быть переписан в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_0 \quad = \quad & a_1 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha\beta}_{abcd} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \mathcal{F}_{\alpha\beta}{}^{cd} + a_2 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ac} \mathcal{B}_\nu{}^{bc} + a_3 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ab} \mathcal{T}_{\nu\alpha}{}^c \\ & + a_4 \left\{ {}^{\mu\nu\alpha}_{abc} \right\} \mathcal{F}_{\mu\nu}{}^{ab} \Pi_\alpha{}^c + a_5 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \Pi_\mu{}^a \Pi_\nu{}^b + a_6 \left\{ {}^{\mu\nu}_{ab} \right\} \mathcal{B}_\mu{}^{ab} \Phi_\nu\end{aligned}$$

Кубичесие вершины

- Самодействиве
  - Есть три независимых кубических верщины
  - Подбором параметров можно поучить единственное решение имеющее не более двух производных
  - Общее решение сингулярно в частично безмассовом пределе и есть только одно решение, допускающее такой предел
- Гравитационное взаимодействие
  - Есть три независимых решения, два содержащие члены с четырьмя производными и одно — не более чем с двумя
  - Все три вершины имеют несингулярный частично безмассовый предел

Кубичесие вершины

- Самодействиве
  - Есть три независимых кубических верщины
  - Подбором параметров можно поучить единственное решение имеющее не более двух производных
  - Общее решение сингулярно в частично безмассовом пределе и есть только одно решение, допускающее такой предел
- Гравитационное взаимодействие
  - Есть три независимых решения, два содержащие члены с четырьмя производными и одно — не более чем с двумя
  - Все три вершины имеют несингулярный частично безмассовый предел