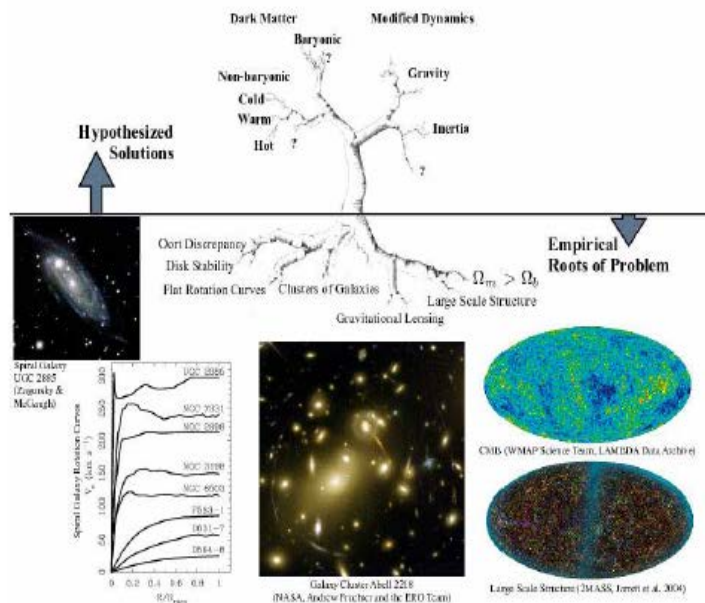


Модифицированная НЬЮТОНОВСКАЯ динамика (эмпирические корни)



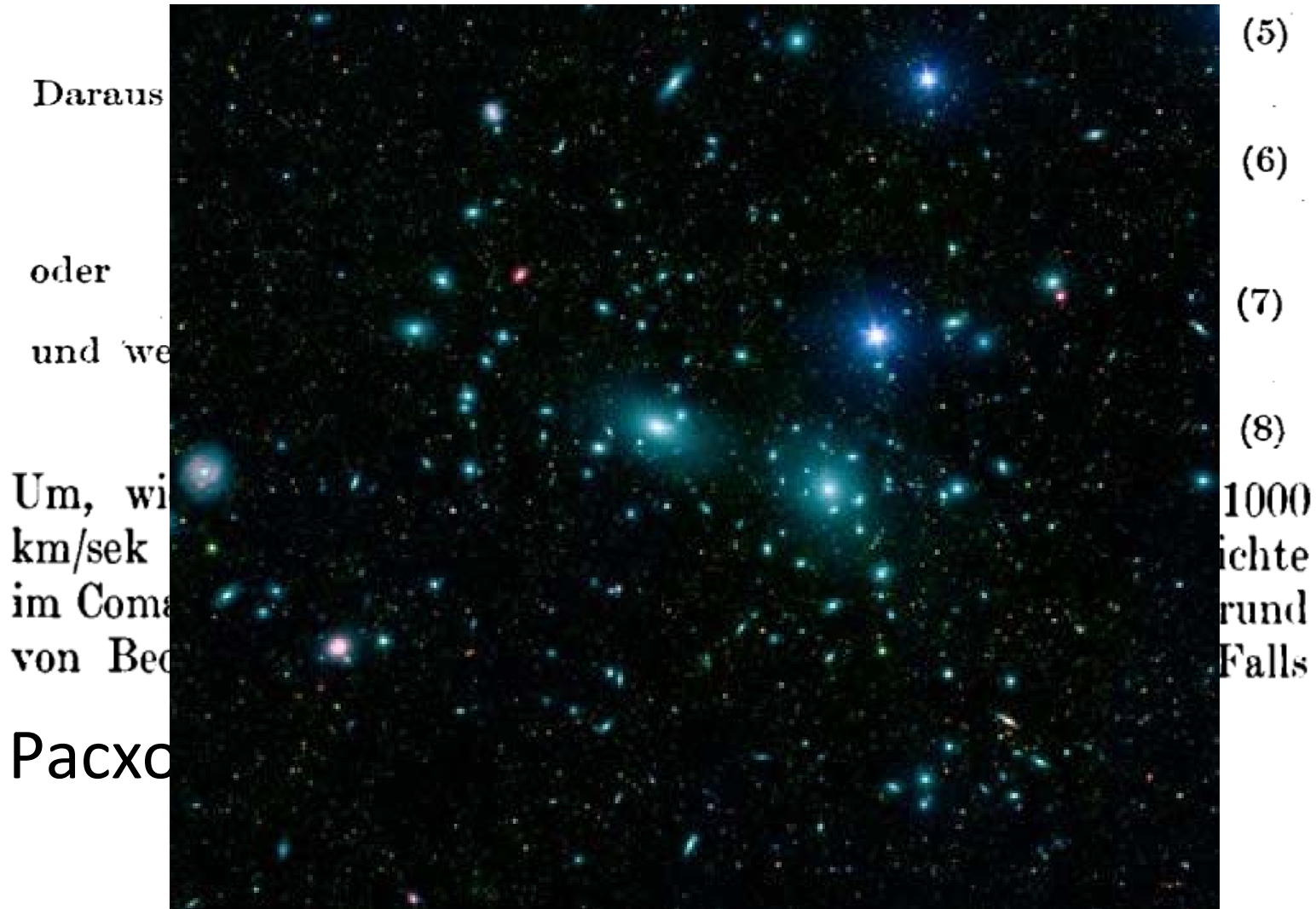
Основано на статье: Modified Newtonian Dynamics: A Review, Benoit Famaey, Stacy McGaugh

План

- Проблема нехватки массы
 - Динамика
 - Устойчивость
- Λ CDM космологическая модель
 - Общая структура модели
 - Challenges
- Закон Милгроста как возможное решение
 - Решение Challenges с помощью MOND
 - Математика MOND
- Тесты MOND

Динамика

- Скопления галактик Кома (Zwicky, 1933)



Сближение Млечного Пути и М31 (Kahn, Woltjer, 1959)



Образование галактик

- Компьютерные симуляции Hohl, Miller,

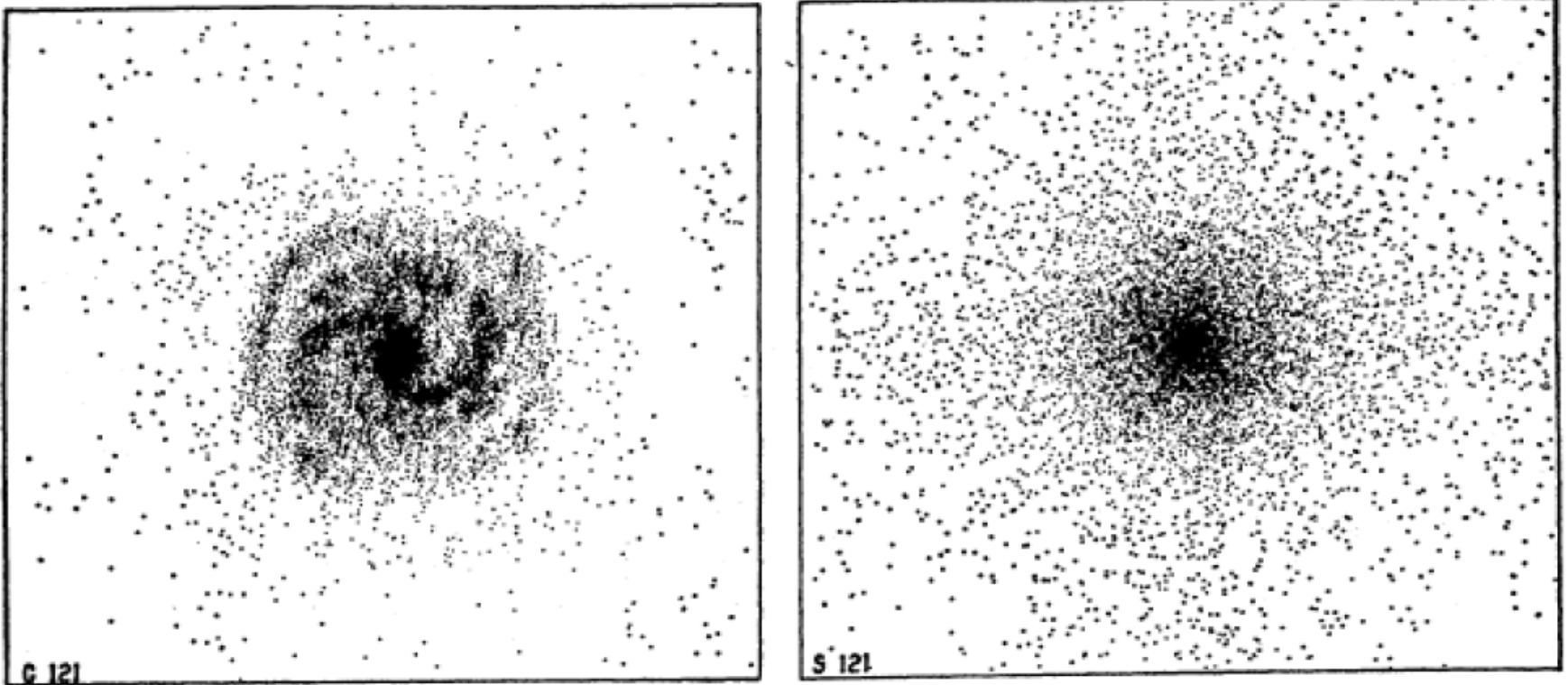


Fig. 3.3. The effects of artificially cooling a fraction of the particles in the calculations of Miller, Prendergast and Quirk. The left panel shows the distribution of cooled particles (the gas) and the right panel shows the distribution of uncooled particles (the stars).

Space Telescope image, courtesy of NASA).

Стабильность галактик

- Главное внимание на устойчивость (Ostriker)
 - Гало DM должно давать основной вклад в потенциальную, но не кинетическую энергию

$$a_i = -\frac{(1.1)^2 r_i M_H}{R(r_i + 0.1R)^2} + \sum_{j \neq i} \frac{(r_j - r_i)}{(r_{ij}^2 + c^2)^{3/2}}$$

$$\sigma_r^T = \sigma N \nu^{-1}, \quad \sigma_r^S = 0.4\nu, \quad \sigma = 0.454$$

$$\nu \equiv v(1 + d \ln v / d \ln r)^{1/2}.$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_r}{2^{1/2}} (1 + d \ln v / d \ln r)^{1/2}$$

$$\sigma_z = \sigma_\theta.$$

Кривые вращения спиральных галактик

- Измерение по 21-см линии водорода (Bosma, 1978)
- Измерение по линиям излучения водорода и азота (Rubin, Ford, Thonnard, 1980)
- Масса должна расти с радиусом как $M(r) \propto r$
- Закон Фримана(1970) для HSB галактик

$$I = I_0 e^{-r/h}$$

- Но $M/L = \text{const}$

Измерения (van Albada, Sancisi, Begeman, Broeils, 1980)

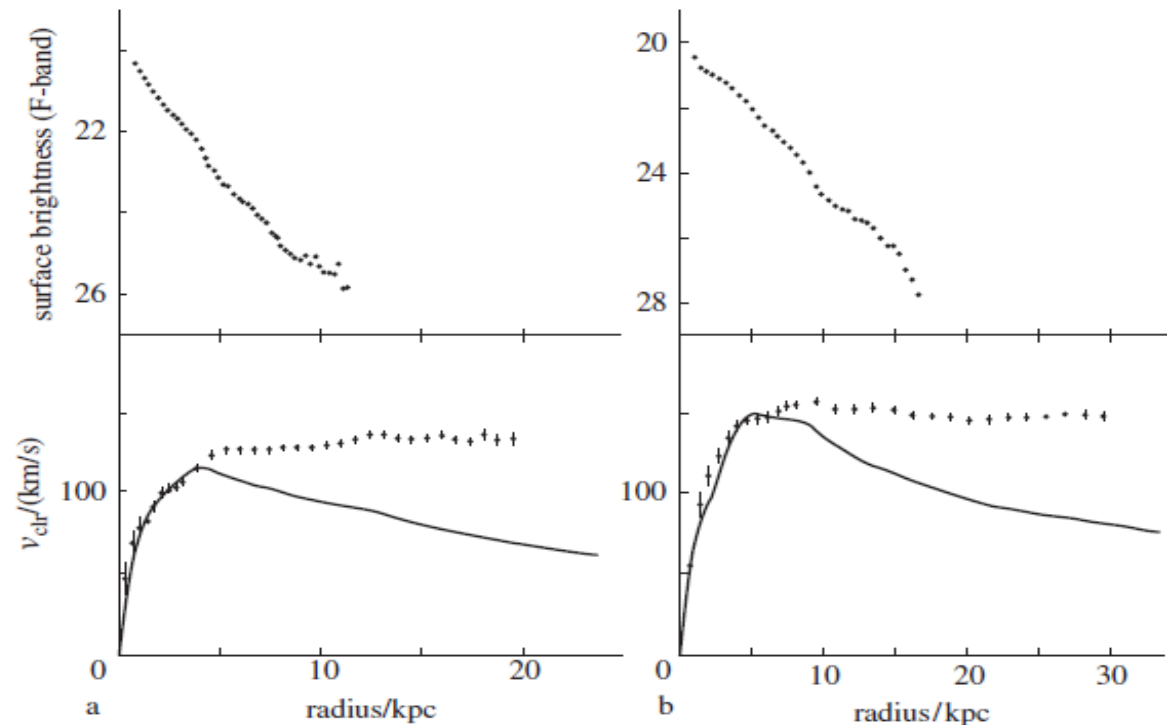
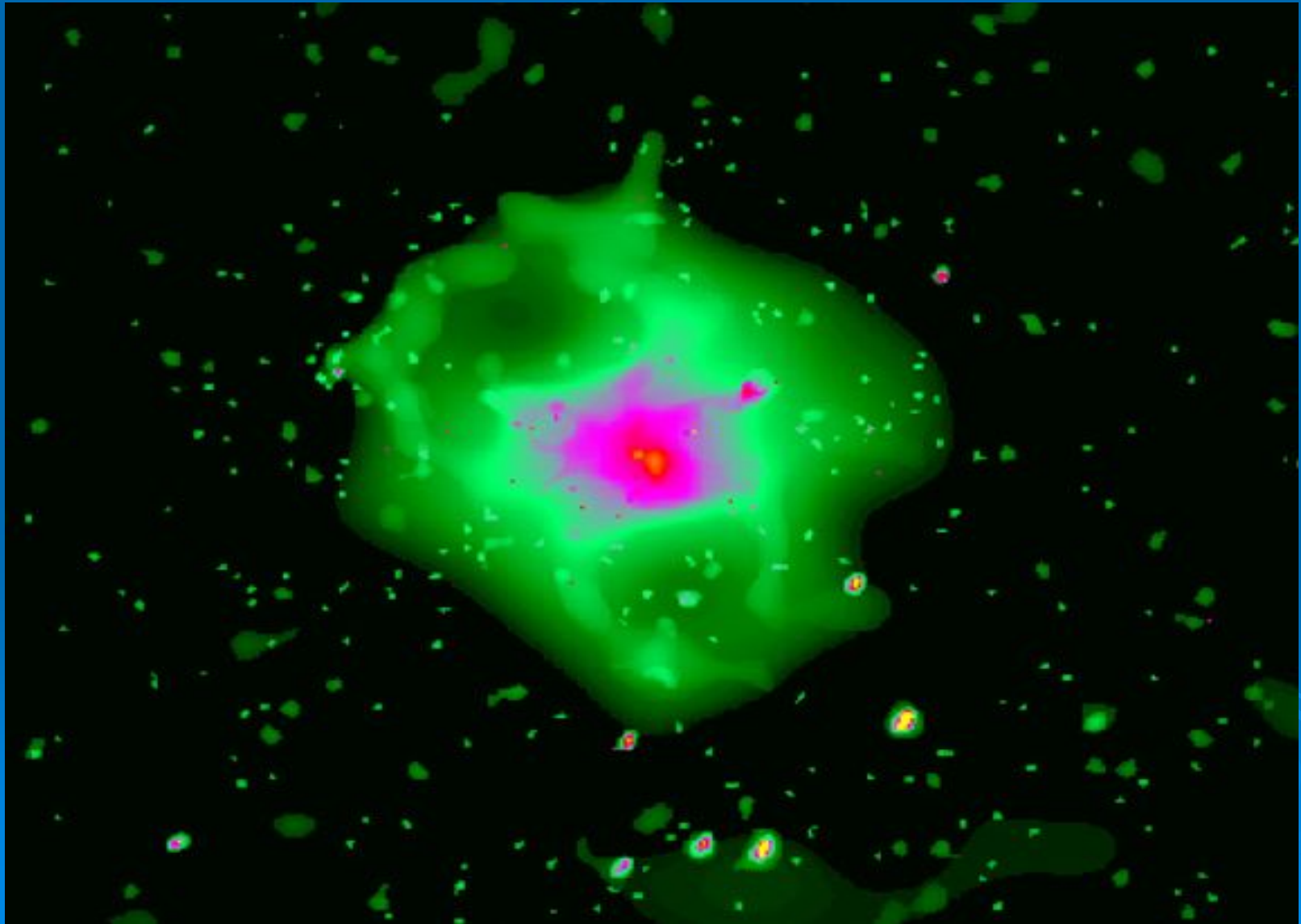


Fig. 5.4. The radial-light distribution and calculated rotation curves (solid curves) for two spiral galaxies shown by van Albada and Sancisi (1986) assuming that light traces mass. The points are the rotation curve observed in the 21-cm line of neutral hydrogen, which extends far beyond the bright inner disks of these two galaxies.

Рентгеновское излучение от HCG 62



Модель Λ CDM

- Пространственно плоская Вселенная
- Уравнения ОТО справедливы на космологических масштабах
- Заполнена темной энергией и темной материей, которая должна быть холодной для формирования наблюдаемой структуры



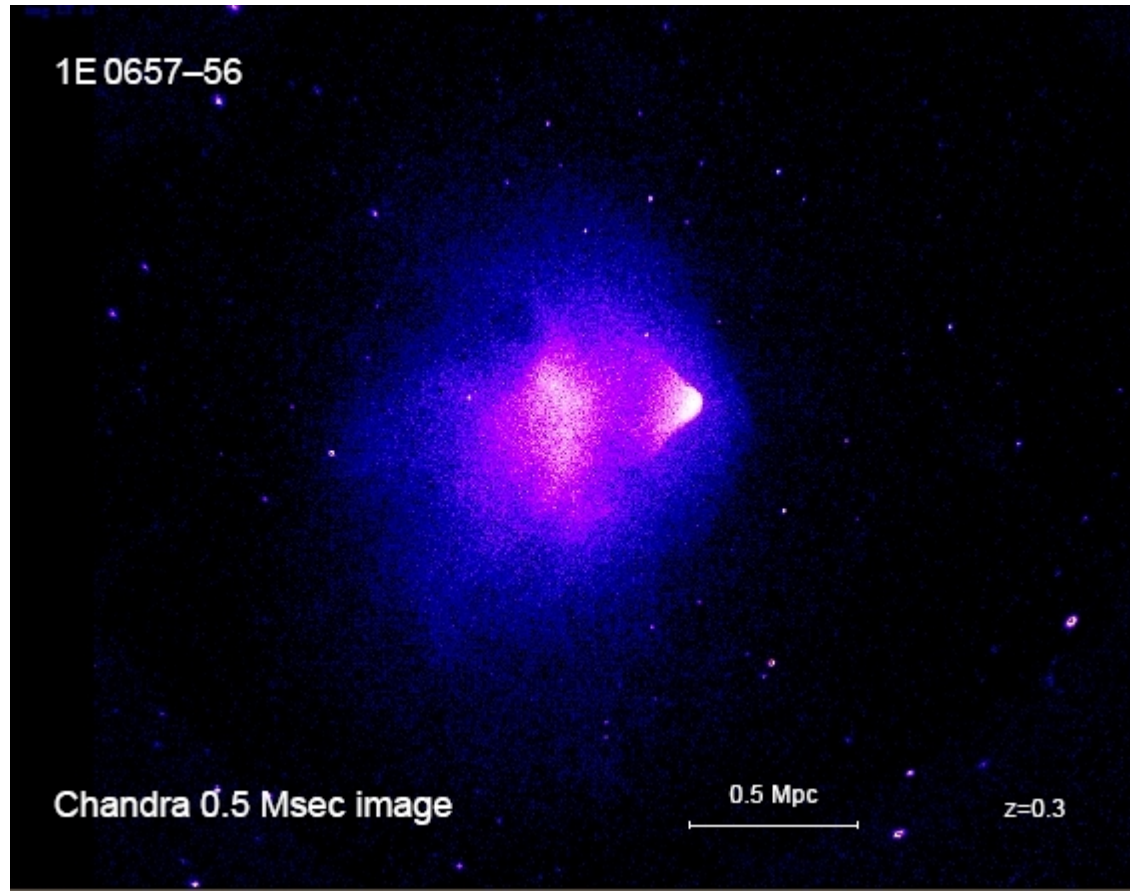
Ненаблюдаемые следствия(компьютерные симуляции) модели Λ CDM

- Пекулярные скорости
- Скопление галактик с большим красным смещением
- Местное сверхскопление галактик
- Cusp-core
- Проблема бесперемычковых дисков
- Проблема стабильности

Пекулярные скорости

- Предсказание Λ CDM для пекулярных скоростей в Bullet Cluster (1E 0657-558), измерено с помощью эффекта Сюняева-Зельдовича

$$v_{pec.calc\Lambda CDM} \approx 200 km/s \quad v_{pec.obs} \approx 3100 km/s$$



Galaxy cluster 1E0657-56

$$M \sim 4 \times 10^{14} M_{\odot}$$

$$z = 1.4$$



Local Void

- В Local Void содержится 3 галактики вместо 20, согласно Λ CDM

Cusp-core

- Галактики с ядром(cusp) $\rho_{\star} \propto r^{-(0 \div 0.3)}$
- Галактики степенного профиля $\rho_{\star} \propto r^{-(1.5 \div 2)}$
- Вычисление дает $d \ln \rho / d \ln r = -1$
- Наблюдения $\rho(r) \approx const$

- Большие безбалджевые диски крайне трудно воспроизвести в симуляциях (при слиянии галактик). Тем не менее, они составляют около половины больших галактик в Местном Сверхскоплении
- В LSB их быть не должно, т.к. недостаточно DM.



Необъясненные закономерности

- Барионное соотношение Талли-Фишера + соотношение Фабера-Джексона
- Предел Фримана
- Критическое ускорение
- Правило Ренцо

Барионное соотношение Талли-Фишера

- Эксперимент

$$\log M_b = \alpha \log V_f - \log \beta$$

$$\alpha = 4 \quad \beta = Ga$$

$$a \approx 10^{-10} \text{ m s}^{-2} \approx c\Lambda^{1/2}$$

- Модель Λ CDM

$$\alpha = 3 \quad \beta = f_V / (10GH_0)$$

$$f_V \approx 1.3$$

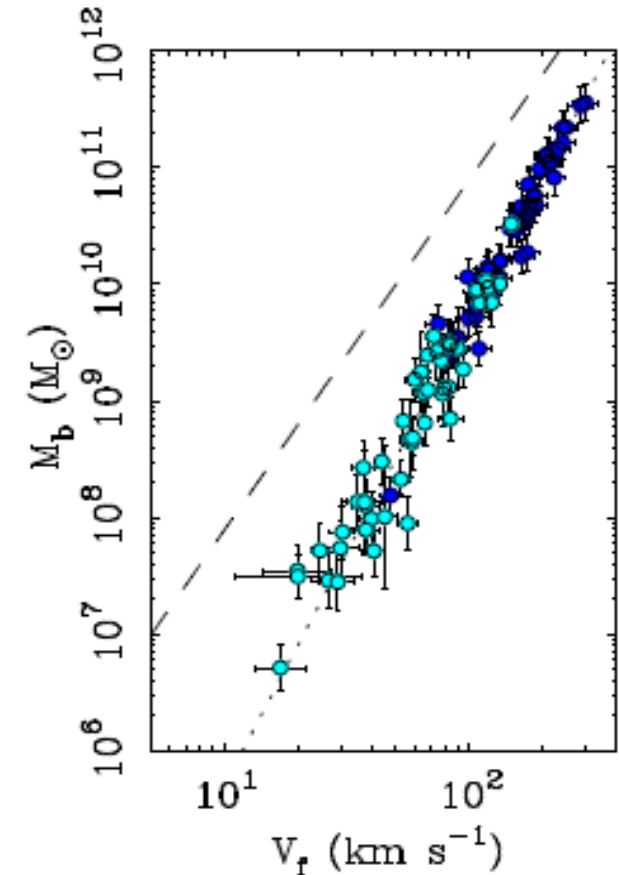


Figure 3: The Baryonic Tully-Fisher (mass-rotation velocity) relation for galaxies with well measured outer velocities V_f . The baryonic mass is the combination of observed stars and gas: $M_b = M_* + M_g$. The dark blue points are galaxies with $M_* > M_g$ [234]. The light blue points have $M_* < M_g$ [237] and are generally less precise in velocity, but more accurate in terms of the harmlessness on the result of possible systematics on the stellar mass-to-light ratio. For a detailed discussion of the stellar mass-to-light ratios used here, see [234, 237]. The dotted line has slope 4 corresponding to a constant acceleration parameter, $1.2 \times 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$. The dashed line has slope 3 as expected in Λ CDM with the normalization expected if all of the baryons associated with dark matter halos are detected. The difference between these two lines is the origin of the variation in the detected baryon fraction in Fig. 2.

Барионное соотношение Талли-Фишера

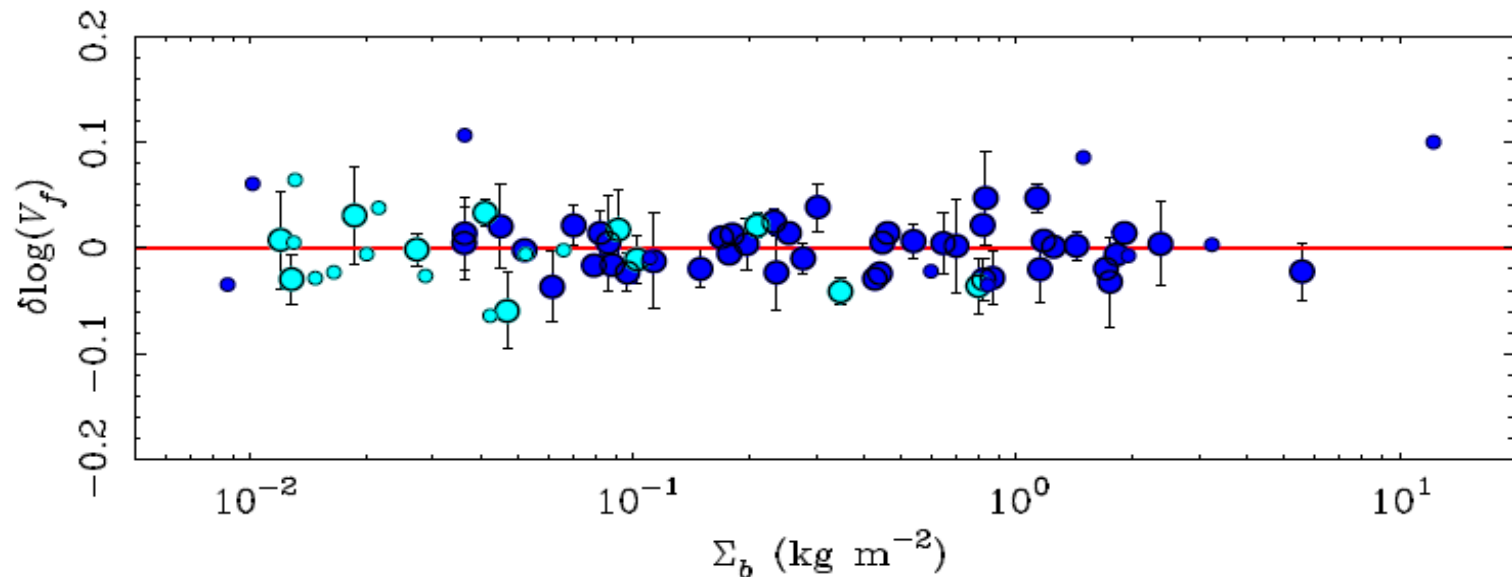


Figure 5: *Residuals ($\delta \log V_f$) from the baryonic Tully-Fisher relation as a function of a galaxy's characteristic baryonic surface density ($\Sigma_b = 0.75 M_b / R_p^2$ [233]). Color differentiates between star (dark blue) and gas (light blue) dominated galaxies as in Fig. 3, but not all galaxies there have sufficient data (especially of R_p) to plot here. Stellar masses have been estimated with stellar population synthesis models [36]. More accurate data, with uncertainty on rotation velocity less than 5%, are shown as larger points; less accurate data are shown as smaller points. The rotation velocity of galaxies shows no dependence on the distribution of baryons as measured by Σ_b or R_p . This is puzzling in the conventional context, where $V^2 = GM/r$ should lead to a strong systematic residual [97].*

Барионное соотношение Талли-Фишера

- Оно справедливо и для галактик с большим красным смещением

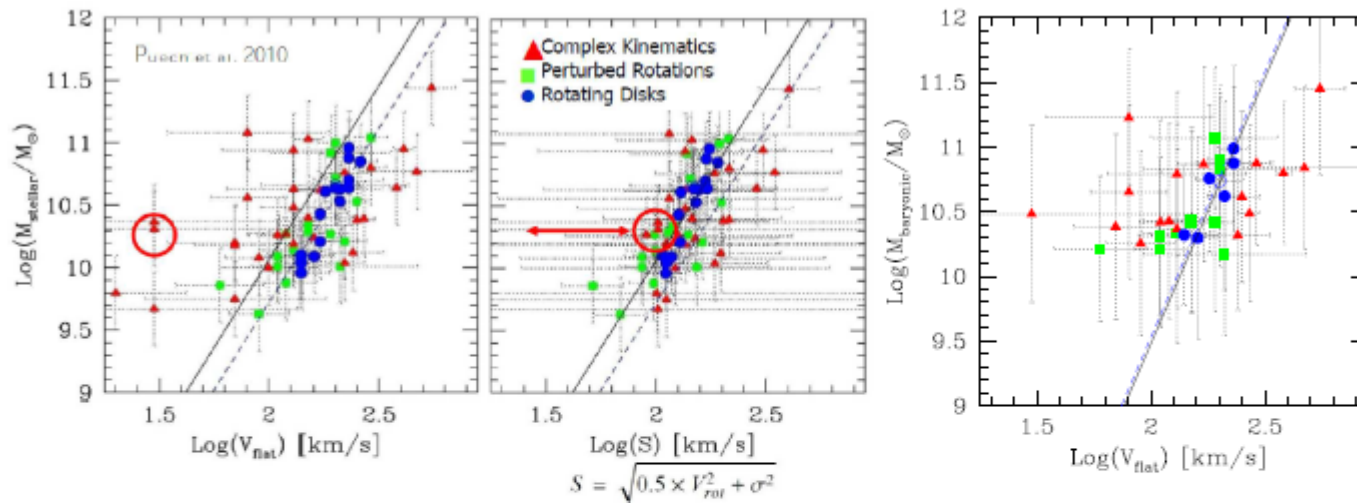


Figure 1. *Left*: Evolution of the stellar-mass TFR between $z \sim 0.6$ (dashed line) and $z = 0$ (solid line). Distant rotating disks are shown as dots, perturbed rotators as squares, and galaxies with complex kinematics as triangles. *Middle*: Same relation but using the kinematic tracer S , which combines rotation velocity with velocity dispersion (see Kassin et al. 2007). The solid and dashed lines are the same that in the left panel. *Right*: Evolution of the baryonic TFR in the CDFS sub-sample. The solid line is the local bTFR, while the dashed line is a fit to the distant relation. See Puech et al. (2010) for details. The object encircled in red in the two leftest panels correspond to a major merger modeled in detail by Peirani et al. (2009) using hydrodynamical simulations (see text).

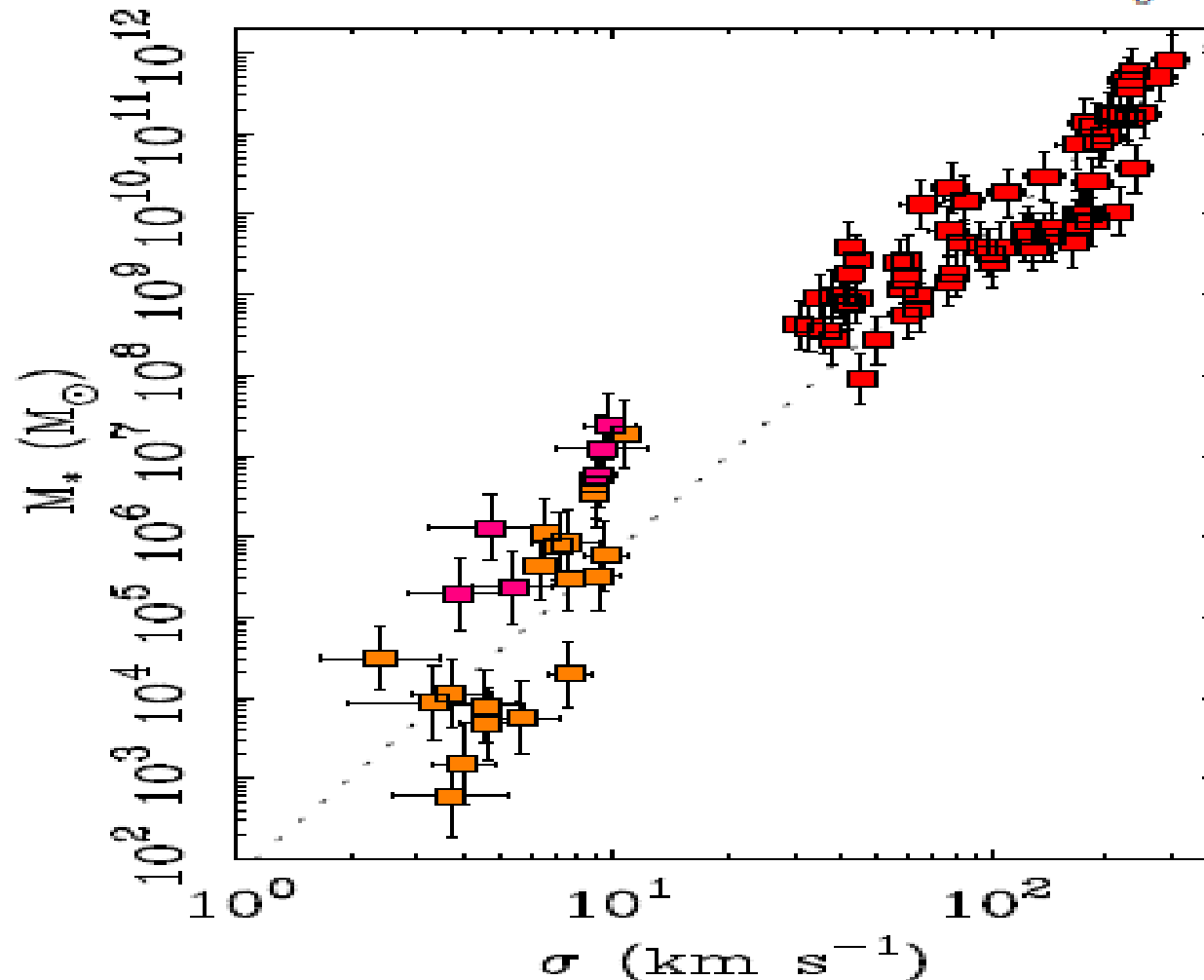
Tidal dwarf galaxies



Соотношение Фабера-Джексона

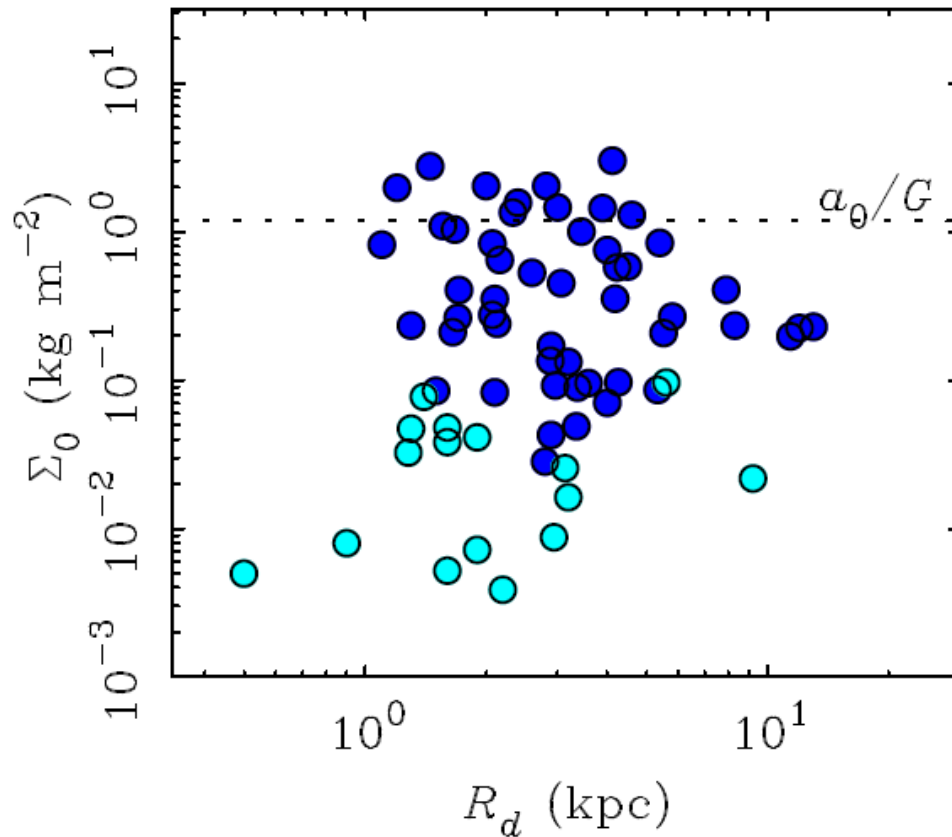
- Для эллиптических галактик $\sigma^4 / (GM_*) \propto a_0$

$$M_b = M_* + M_g$$



Предел Фримана

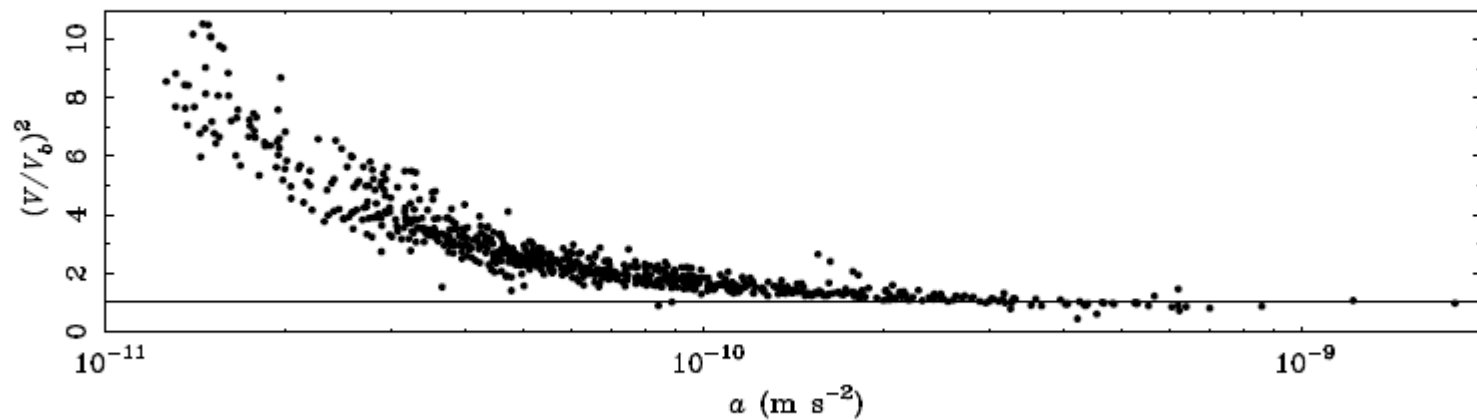
- Критерий стабильности диска $\Sigma < \Sigma_+ = a_0/G$

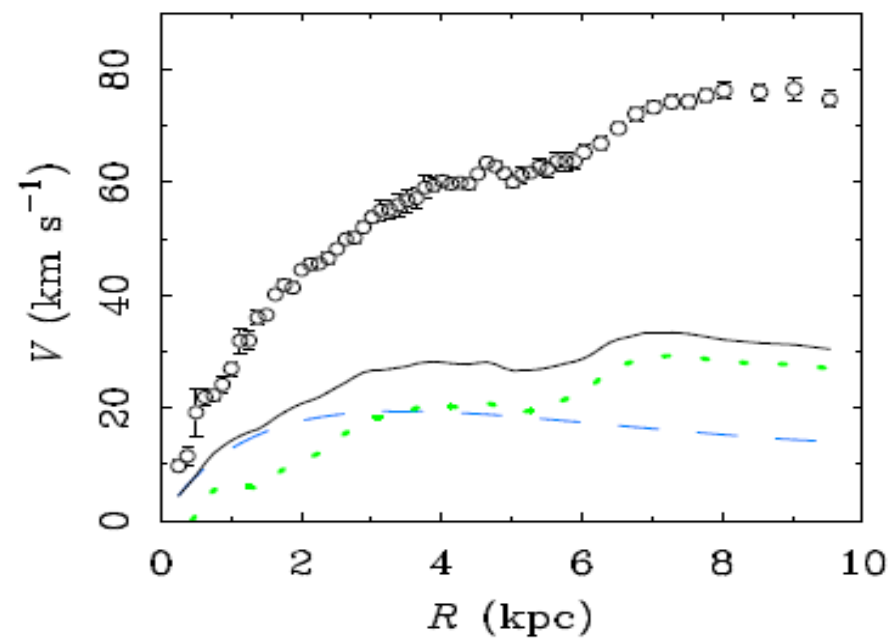
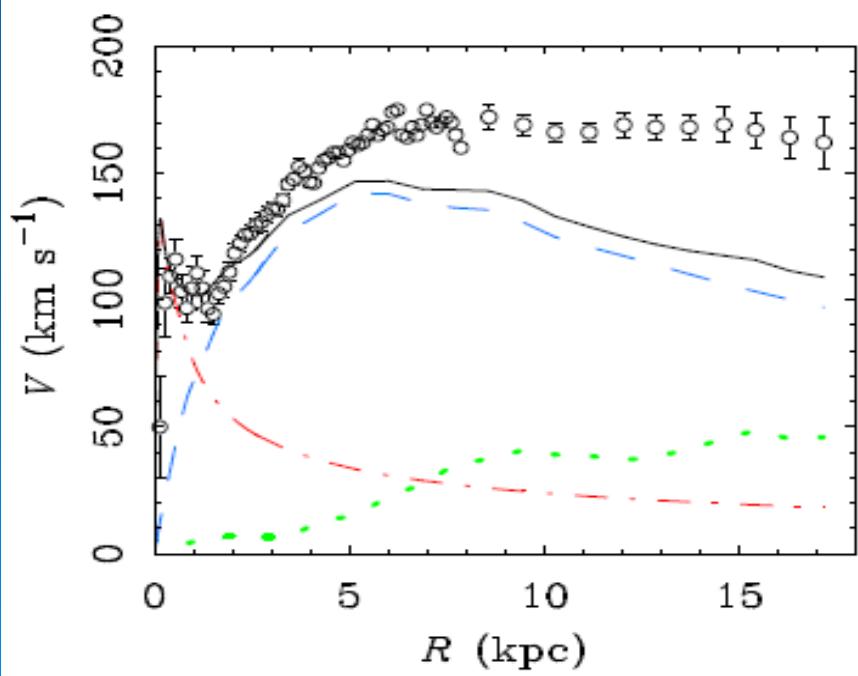
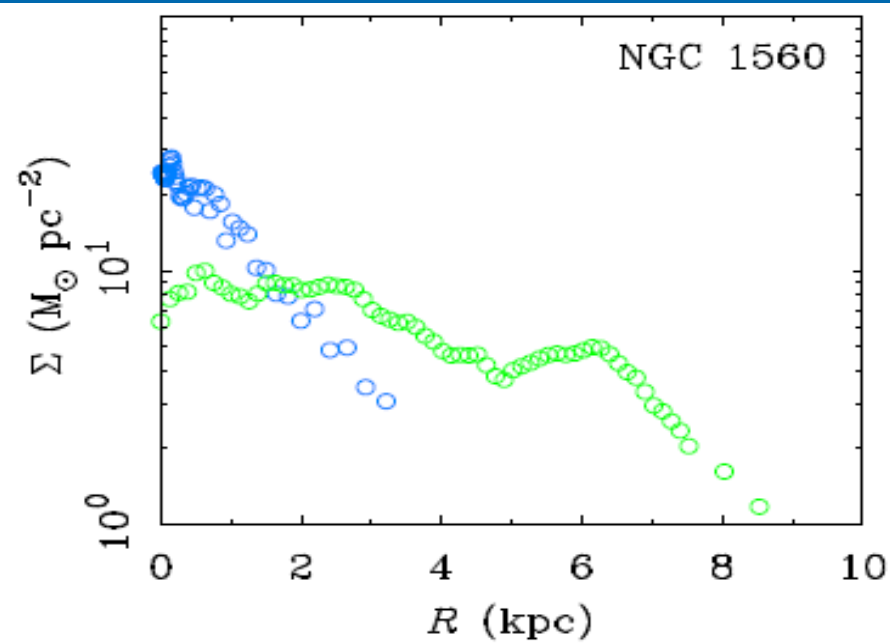
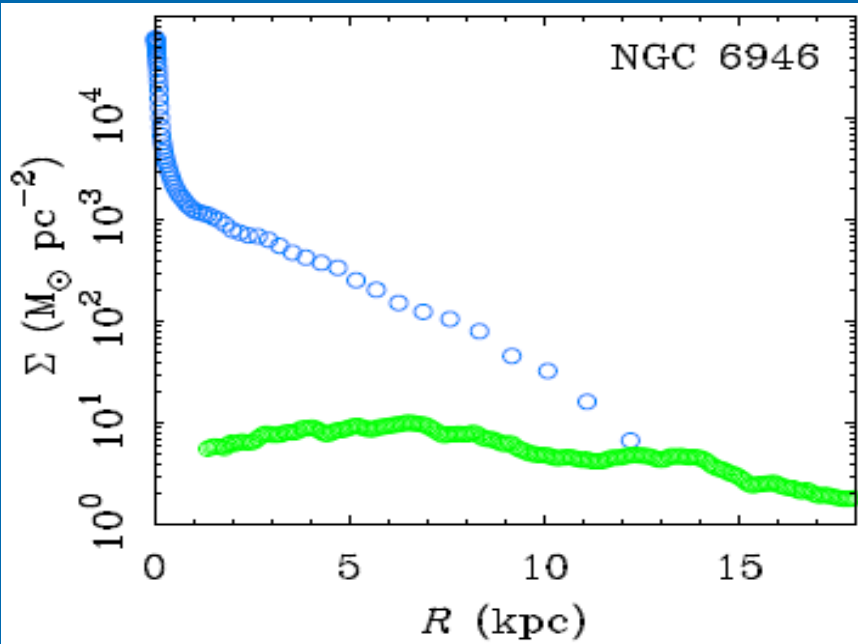


$$\Sigma(R) = \Sigma_0 e^{-R/R_d}$$

Критическое ускорение

$$a_0 \approx 10^{-10} \text{ m/s}^2$$





Закон Милгрома(1983)

- На малых ускорениях Ньютонская динамика модифицируется

$$a_0 = (1.21 \pm 0.14) \cdot 10^{-10} \text{m s}^{-2}$$

- 1) $F/m = g \gg a_0$
- 2) $g = \sqrt{g_N a_0}, \quad g \ll a_0$
- 3) $\mu \left(\frac{g}{a_0} \right) \mathbf{g} = \mathbf{g}_N, \quad \mathbf{g} = \nu \left(\frac{g_N}{a_0} \right) \mathbf{g}_N,$

$\mu(x) \rightarrow 1$ for $x \gg 1$ and $\mu(x) \rightarrow x$ for $x \ll 1$.

$\nu(y) \rightarrow 1$ for $y \gg 1$ and $\nu(y) \rightarrow y^{-1/2}$ for $y \ll 1$.

Законы галактической динамики

- 1) Асимптотическая плоскостность кривых вращения.

В пределе малых ускорений

$$\frac{V_c^2}{r} = \sqrt{\frac{GMa_0}{r^2}} \Rightarrow V_c^4(r) = V_f^4 = a_0 GM$$

- 2) Соотношение Талли-Фишера

Большая часть дисков находится в режиме слабого ускорения

$$\frac{V_f^2}{R} = \sqrt{\frac{GMa_0}{R^2}} \Rightarrow V_f = (GMa_0)^{\frac{1}{4}}$$

Законы галактической динамики

- 3) Соотношение Фабер-Джексона

Уравнение Джинса
$$\frac{d\sigma^2}{dr} + \sigma^2 \frac{2\beta + \alpha}{r} = -g(r)$$

$$\alpha = \frac{d \ln \rho}{d \ln r} \text{ and } \beta = 1 - \frac{(\sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^2)}{2\sigma^2} = 0$$

$$\frac{d(\sigma^2 \rho)}{dr} = -\frac{\rho \sqrt{GMg_0}}{r} \Rightarrow \sigma^4 = \frac{GMg_0}{\alpha^2}$$

- 4) Предел Фримана

$$a \propto \sqrt{M} \text{ вместо } a \propto M$$

$$\delta a/a = (1/2)\delta M/M \text{ вместо } \delta a/a = \delta M/M$$

Что ведет к меньшему отклику на возмущение

Законы галактической динамики

- 5) Критическое ускорение
- Переход между областями доминирования барионов и ТМ происходит, когда

$$V_c^2 / R \sim a_0$$

- 6) Правило Ренцо

Закон Милгроста как модификация классической динамики: MOND

- 1)AQUAL
- 2)QUMOND
- 3)Модифицированная инерция

$$S_N = S_{\text{kin}} + S_{\text{in}} + S_{\text{grav}} = \int \frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} d^3x dt - \int \rho \Phi_N d^3x dt - \int \frac{|\nabla \Phi_N|^2}{8\pi G} d^3x dt$$

$$\dot{p} = \sqrt{a_0 F_N} (\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}) \neq 0 \text{ if } m_1 \neq m_2$$

AQUAL

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{grav BM}} \equiv - \int \frac{a_0^2 F(|\nabla\Phi|^2/a_0^2)}{8\pi G} d^3x dt \\ \nabla \cdot \left[\mu \left(\frac{|\nabla\Phi|}{a_0} \right) \nabla\Phi \right] = 4\pi G \rho \\ \mu(x) = F'(z) \text{ and } z = x^2 \\ F(z) \rightarrow z \text{ for } z \gg 1 \text{ and } F(z) \rightarrow \frac{2}{3} z^{3/2} \text{ for } z \ll 1 \\ \mathbf{g} = -\nabla\Phi \quad \mathbf{g}_N = -\nabla\Phi_N \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu \left(\frac{g}{a_0} \right) \mathbf{g} = \mathbf{g}_N + \mathbf{S} \\ \nabla \cdot \mathbf{S} = 0 \end{array} \right.$$

AQUAL

- Модифицированная теорема вириала

$$W = -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0} - \frac{1}{4\pi G} \int \left[\frac{3}{2}a_0^2 F(|\nabla\Phi|^2/a_0^2) - \mu(|\nabla\Phi|/a_0)|\nabla\Phi|^2 \right] d^3x$$

$$2K + W = 0 \quad W_{a \rightarrow 0} \rightarrow -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0}$$

- Сила взаимодействия между 2 телами на расстояниях, много больших их размеров

$$F_{2\text{body}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_{\text{rel}}^2}{r} = \frac{2}{3} \left[(m_1 + m_2)^{3/2} - m_1^{3/2} - m_2^{3/2} \right] \frac{\sqrt{Ga_0}}{r}$$

QUMOND

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{grav QUMOND}} \equiv -\frac{1}{8\pi G} \int [2\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_N - a_0^2 Q(|\nabla\Phi_N|^2/a_0^2)] d^3x dt \\ \nabla^2\Phi = \nabla \cdot \left[\nu \left(\frac{|\nabla\Phi_N|}{a_0} \right) \nabla\Phi_N \right] \\ \nabla^2\Phi_N = 4\pi G\rho \\ \nu(y) \rightarrow 1 \text{ for } y \gg 1 \text{ and } \nu(y) \rightarrow y^{-1/2} \\ Q(z) \rightarrow z \text{ for } z \gg 1 \text{ and } Q(z) \rightarrow \frac{4}{3}z^{3/4} \text{ for } z \ll 1 \end{array} \right.$$

$$W = -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0} - \frac{1}{4\pi G} \int \left[-\frac{3}{2}a_0^2 Q(|\nabla\Phi_N|^2/a_0^2) + 2\nu(|\nabla\Phi_N|/a_0)|\nabla\Phi_N|^2 \right] d^3x$$

$$W_{a \rightarrow 0} \rightarrow -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0}$$

- **Модифицированная инерция**

$$\mathbf{A}[\{\mathbf{x}(t)\}, a_0] = -\nabla \Phi_N$$

$$[a_0 \rightarrow 0, \mathbf{A} \rightarrow d^2\mathbf{x}/dt^2]$$

$$[a_0 \rightarrow \infty, \mathbf{A}[\{\mathbf{x}(t)\}, a_0] \rightarrow a_0^{-1} \mathbf{Q}(\{\mathbf{x}(t)\})]$$

- **Формы интерполяционной функции**

$$\nu_n(y) = \left[\frac{1 + (1 + 4y^{-n})^{1/2}}{2} \right]^{1/n}$$

$$\nu_\beta(y) = (1 - e^{-y})^{-1/2} + \beta e^{-y}$$

$$\nu_\gamma(y) = (1 - e^{-y^{\gamma/2}})^{-1/\gamma} + (1 - \gamma^{-1})e^{-y^{\gamma/2}}$$

Тесты MOND в галактиках

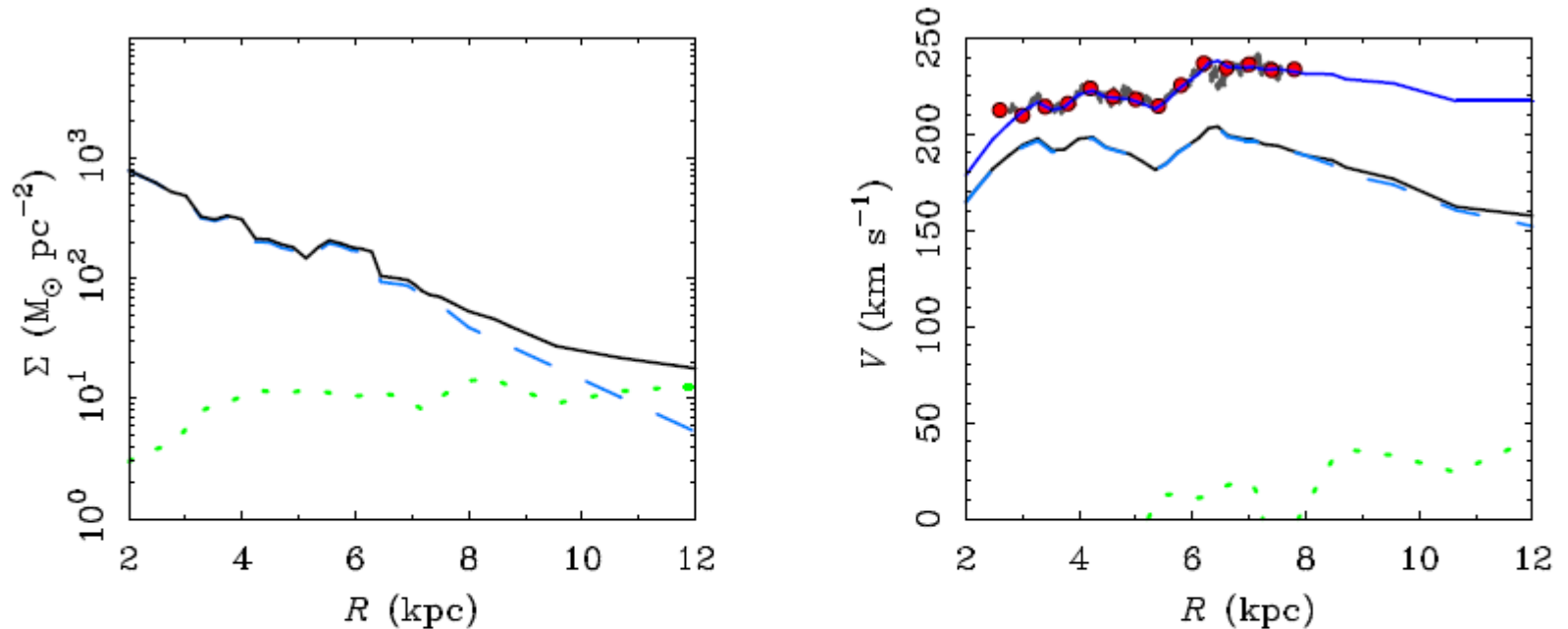


Figure 29: *The mass distribution of the Milky Way disk (left) inferred from fitting in MOND the observed bumps and wiggles in the rotation curve of the Galaxy (right) [235]. The Newtonian contributions of the stellar and gas disk are shown as dashed and dotted lines as per Fig. 13. The resulting model is consistent with independent star count data [136] and compares favorably to constraints on the rotation curve at radii beyond those included in the fit [436]. The prominent feature at $R \approx 6$ kpc corresponds to the Centaurus spiral arm.*

Scaled Growth Rate

MOND

Newton+Halo

-2

-1.5

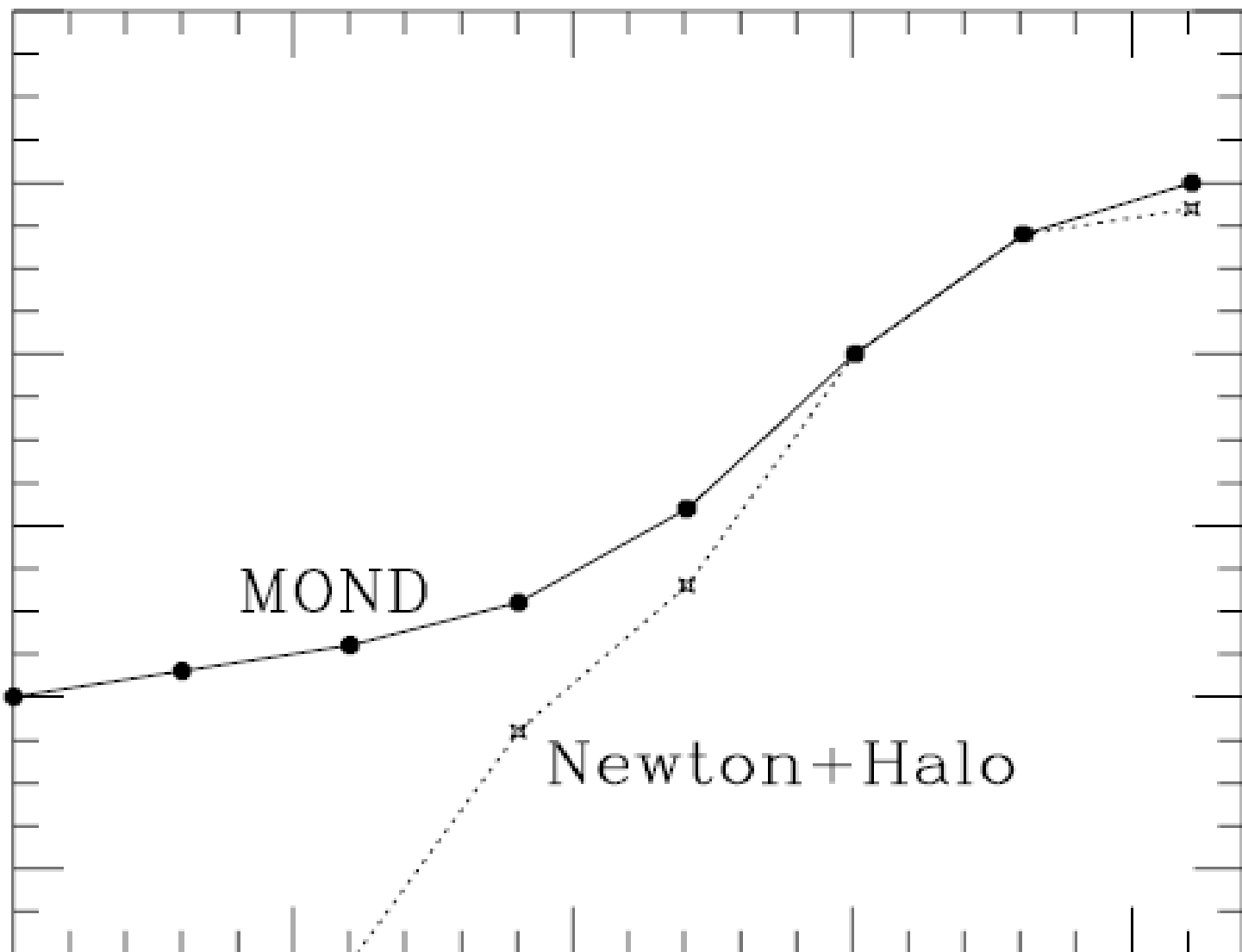
-1

-0.5

0

$\log(\text{Disk Mass})$

1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2



Скопления галактик

- Есть проблемы, наклон правильный, но не хватает материи

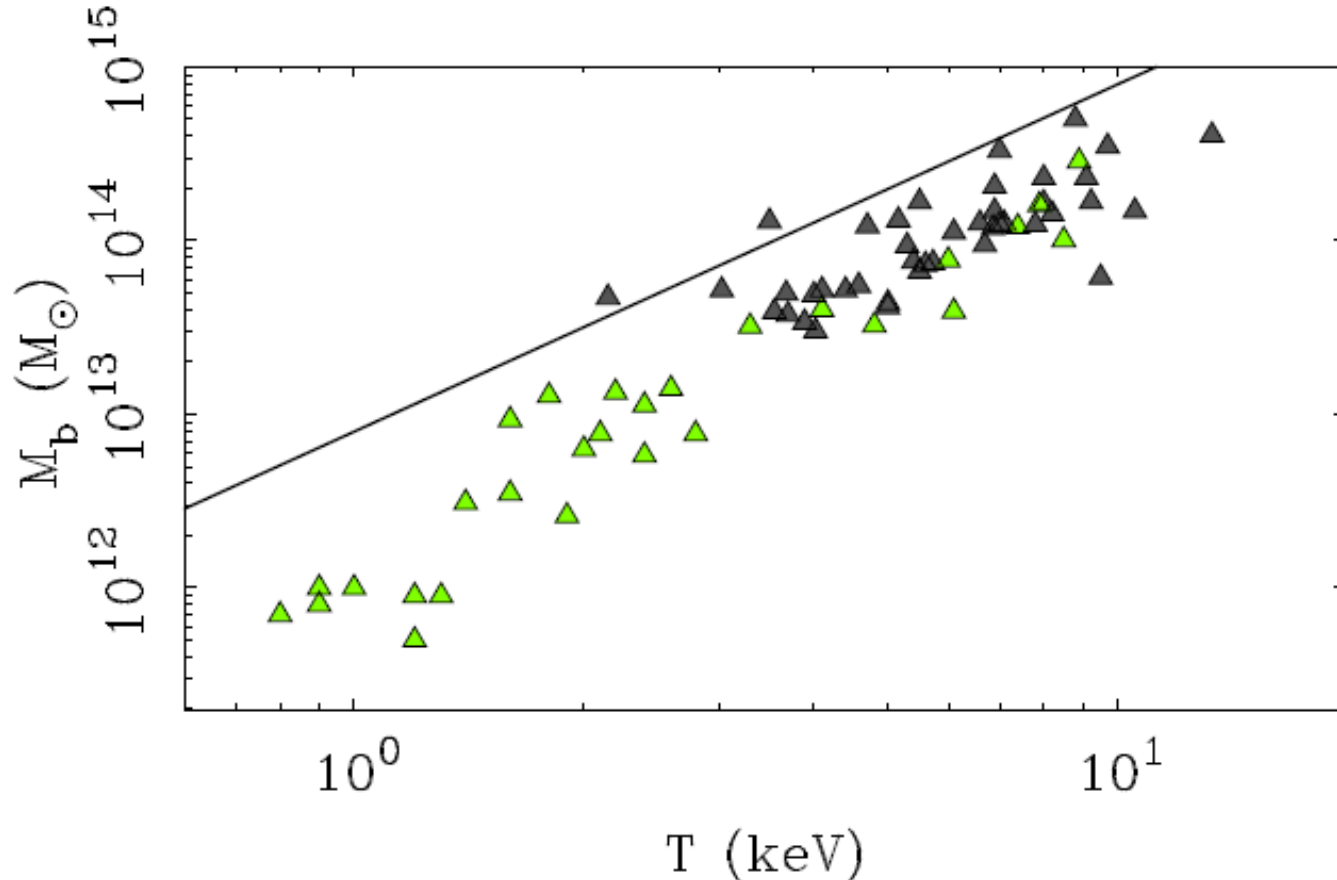


Figure 38: The baryonic mass–X-ray temperature relation for rich clusters (gray triangles [341]) and groups of galaxies (green triangles [9]). The data are reasonably consistent with the slope ($M \propto T^2$) predicted by MOND, but not with the normalization (line). This is the residual missing baryon problem in MOND: there should be roughly twice as much mass (on average) as observed.

Решение?

- 1)Невидимая материя
- 2)МОНД-неполная парадигма
- 3)Эффект дополнительных полей, которые не учтены в ф-ле Милгрома, но которые следуют из «материнских» общековариантных теорий

Выводы

- МОНД хорошо работает на галактических масштабах
 - Динамика
 - Стабильность
 - Образование и взаимодействие галактик
- МОНД обладает предсказательной силой, чего нет в Λ CDM
- Проблемы на масштабах скопления галактик

Thank You for the
attention!

