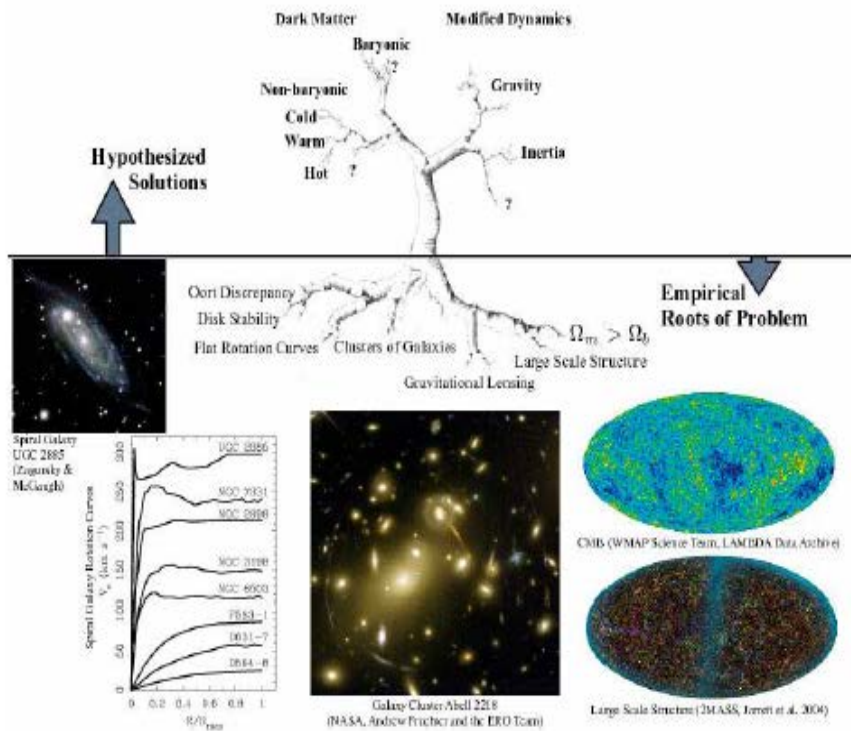


Модифицированная НЬЮТОНОВСКАЯ ДИНАМИКА



Основано на статье: Modified Newtonian Dynamics: A Review, Benoit Famaey, Stacy McGaugh

План

- Тесты МОНД
- Модели МОНД
- Модифицированное решение для точечного источника

Закон Милгрома(1983)

- На малых ускорениях Ньютоновская динамика модифицируется

$$\mu \left(\frac{g}{a_0} \right) \mathbf{g} = \mathbf{g}_N, \quad \mathbf{g} = \nu \left(\frac{g_N}{a_0} \right) \mathbf{g}_N,$$

$\mu(x) \rightarrow 1$ for $x \gg 1$ and $\mu(x) \rightarrow x$ for $x \ll 1$.

$\nu(y) \rightarrow 1$ for $y \gg 1$ and $\nu(y) \rightarrow y^{-1/2}$ for $y \ll 1$.

$$a_0 = (1.21 \pm 0.14) \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$$

Законы галактической динамики

- 1) Асимптотическая плоскостность кривых вращения.

$$V_c^4(r) = V_f^4 = a_0 GM$$

- 2) Соотношение Талли-Фишера

$$\log M_b = \alpha \log V_f - \log \beta$$

$$\alpha = 4 \quad \beta = Ga$$

Законы галактической динамики

- 3) Соотношение Фабер-Джексона

$$\sigma^4 = \frac{GMg_0}{\alpha^2}, \text{ где } \alpha = \frac{d \ln \rho}{d \ln r}$$

- 4) Предел Фримана $\langle \Sigma \rangle \leq a_0/G$

- 5) Критическое ускорение

6) Правило Ренцо

Закон Милгроста как модификация классической динамики: MOND

- 1)AQUAL
- 2)QUMOND

$$S_N = S_{\text{kin}} + S_{\text{in}} + S_{\text{grav}} = \int \frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} d^3x dt - \int \rho \Phi_N d^3x dt - \int \frac{|\nabla \Phi_N|^2}{8\pi G} d^3x dt$$

$$\dot{p} = \sqrt{a_0 F_N} (\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}) \neq 0 \text{ if } m_1 \neq m_2$$

AQUAL

$$S_{\text{grav BM}} \equiv - \int \frac{a_0^2 F(|\nabla\Phi|^2/a_0^2)}{8\pi G} d^3x dt$$

$$\nabla \cdot \left[\mu \left(\frac{|\nabla\Phi|}{a_0} \right) \nabla\Phi \right] = 4\pi G \rho$$

$$\mu(x) = F'(z) \text{ and } z = x^2$$

$$F(z) \rightarrow z \text{ for } z \gg 1 \text{ and } F(z) \rightarrow \frac{2}{3} z^{3/2} \text{ for } z \ll 1$$

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi \quad \mathbf{g}_N = -\nabla\Phi_N$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \left(\frac{g}{a_0} \right) \mathbf{g} = \mathbf{g}_N + \mathbf{S} \\ \nabla \cdot \mathbf{S} = 0 \end{array} \right.$$

AQUAL

- Модифицированная теорема вириала

$$W = -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0} - \frac{1}{4\pi G} \int \left[\frac{3}{2}a_0^2 F(|\nabla\Phi|^2/a_0^2) - \mu(|\nabla\Phi|/a_0)|\nabla\Phi|^2 \right] d^3x$$

$$2K + W = 0 \quad W_{a \rightarrow 0} \rightarrow -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0}$$

- Сила взаимодействия между 2 телами на расстояниях, много больших их размеров

$$F_{2\text{body}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_{\text{rel}}^2}{r} = \frac{2}{3} \left[(m_1 + m_2)^{3/2} - m_1^{3/2} - m_2^{3/2} \right] \frac{\sqrt{Ga_0}}{r}$$

QUMOND

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{grav QUMOND}} \equiv -\frac{1}{8\pi G} \int [2\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_N - a_0^2 Q(|\nabla\Phi_N|^2/a_0^2)] d^3x dt \\ \nabla^2\Phi = \nabla \cdot \left[\nu \left(\frac{|\nabla\Phi_N|}{a_0} \right) \nabla\Phi_N \right] \\ \nabla^2\Phi_N = 4\pi G\rho \\ \nu(y) \rightarrow 1 \text{ for } y \gg 1 \text{ and } \nu(y) \rightarrow y^{-1/2} \\ Q(z) \rightarrow z \text{ for } z \gg 1 \text{ and } Q(z) \rightarrow \frac{4}{3}z^{3/4} \text{ for } z \ll 1 \end{array} \right.$$

$$W = -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0} - \frac{1}{4\pi G} \int \left[-\frac{3}{2}a_0^2 Q(|\nabla\Phi_N|^2/a_0^2) + 2\nu(|\nabla\Phi_N|/a_0)|\nabla\Phi_N|^2 \right] d^3x$$

$$W_{a \rightarrow 0} \rightarrow -\frac{2}{3}\sqrt{GM^3a_0}$$

- **Формы интерполяционной функции**

$$\nu_n(y) = \left[\frac{1 + (1 + 4y^{-n})^{1/2}}{2} \right]^{1/n}$$

$$\nu_\gamma(y) = (1 - e^{-y^{\gamma/2}})^{-1/\gamma} + (1 - \gamma^{-1})e^{-y^{\gamma/2}}$$

$$\nu_\beta(y) = (1 - e^{-y})^{-1/2} + \beta e^{-y}$$

Тесты MOND в галактиках

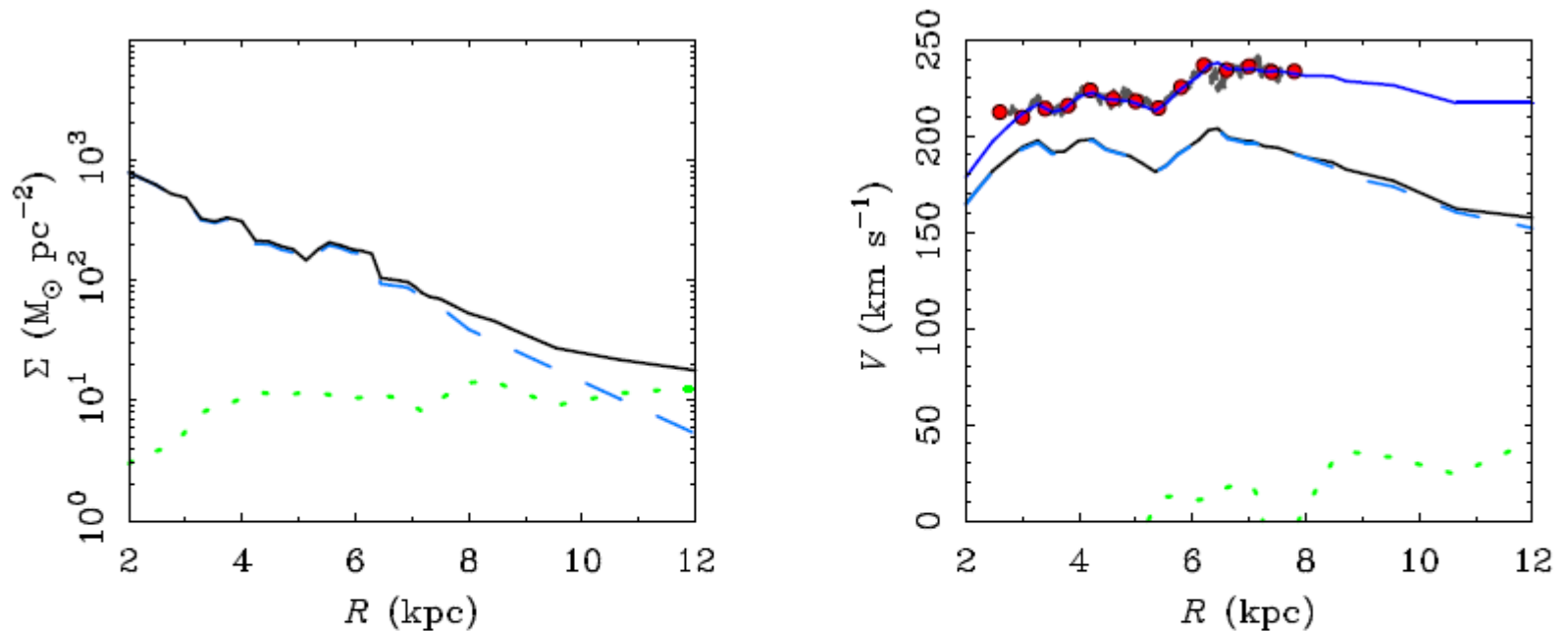
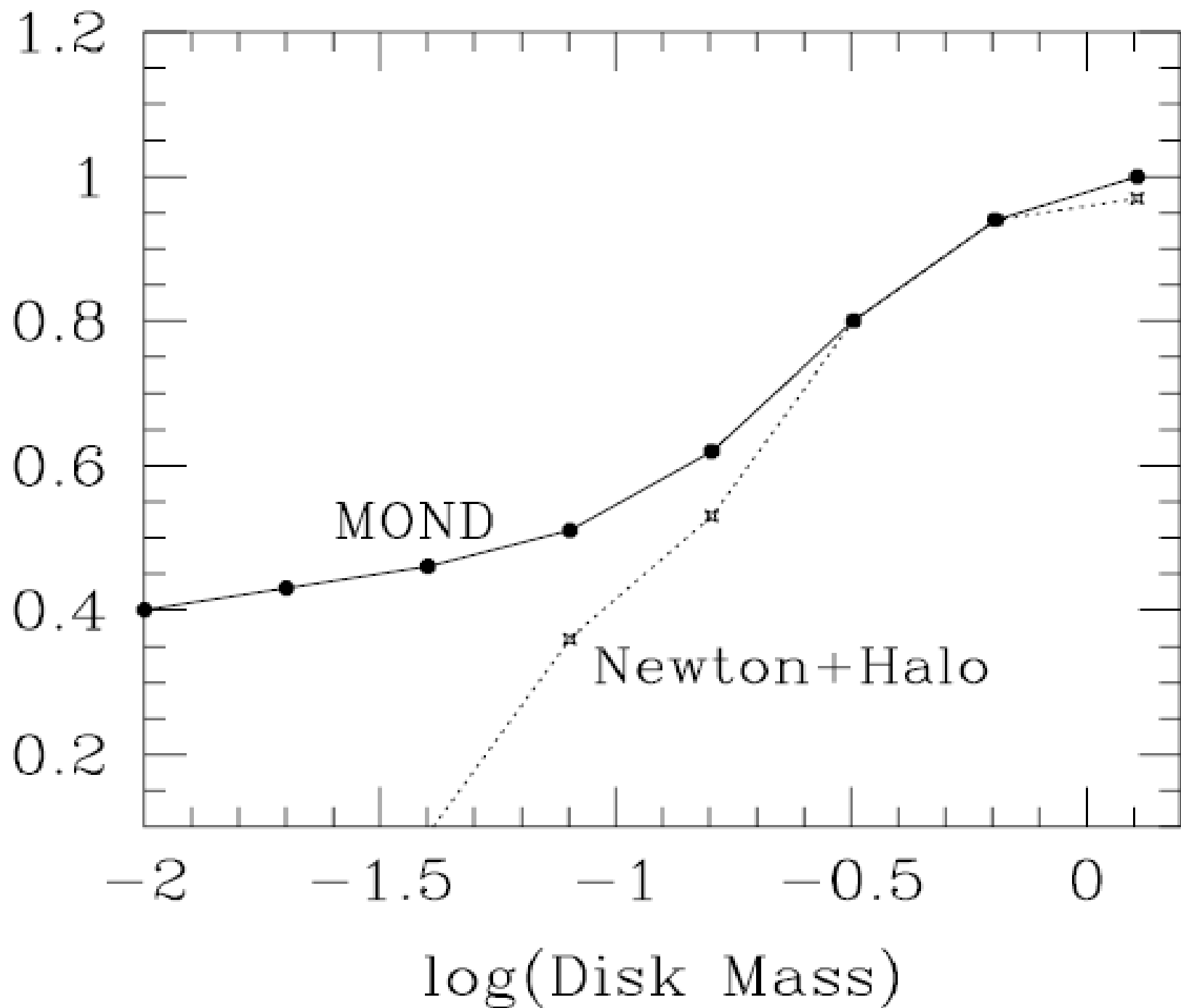
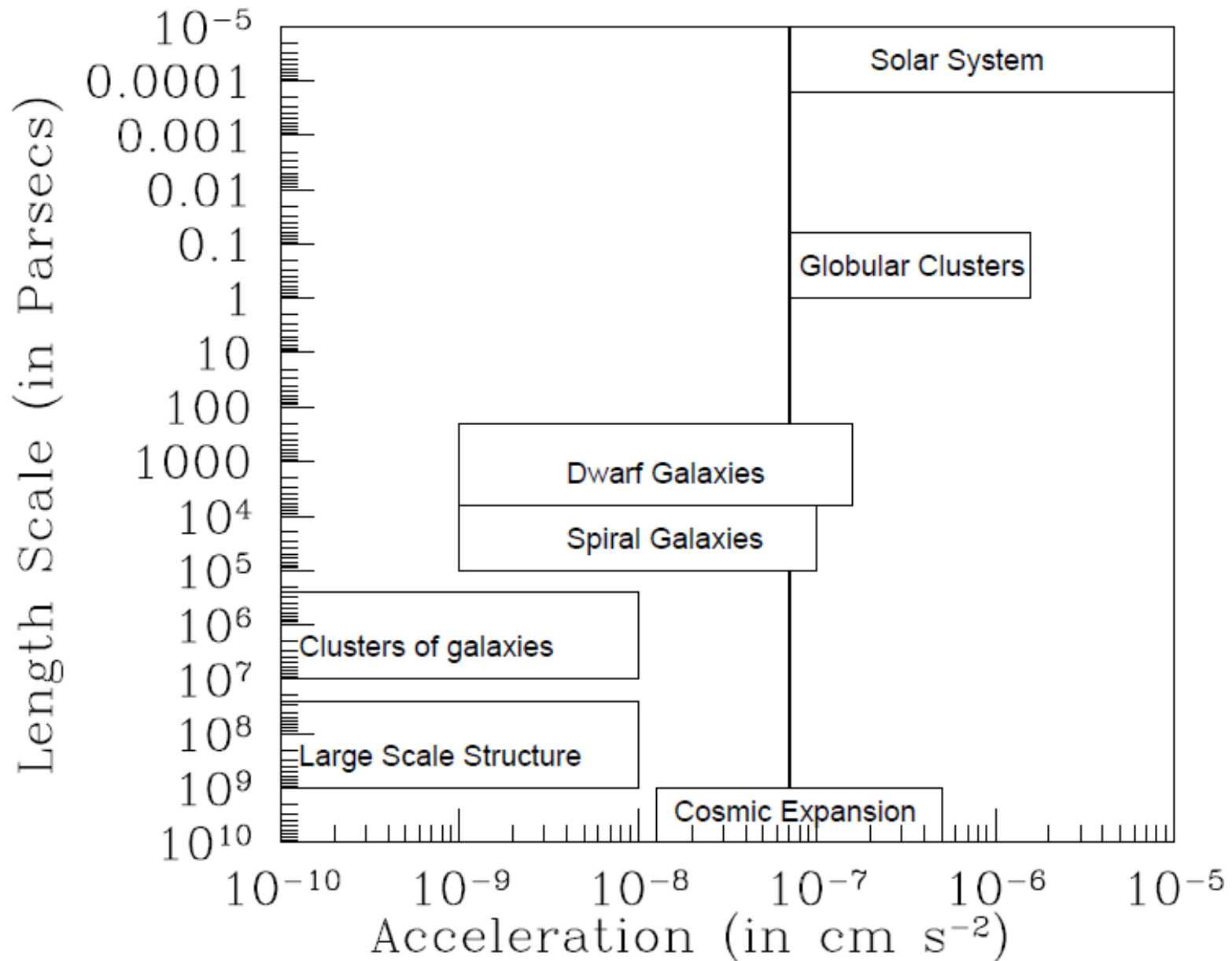


Figure 29: *The mass distribution of the Milky Way disk (left) inferred from fitting in MOND the observed bumps and wiggles in the rotation curve of the Galaxy (right) [235]. The Newtonian contributions of the stellar and gas disk are shown as dashed and dotted lines as per Fig. 13. The resulting model is consistent with independent star count data [136] and compares favorably to constraints on the rotation curve at radii beyond those included in the fit [436]. The prominent feature at $R \approx 6$ kpc corresponds to the Centaurus spiral arm.*

Scaled Growth Rate



Скопления галактик



Выводы

- МОНД хорошо работает на галактических масштабах
 - Динамика
 - Стабильность
 - Образование и взаимодействие галактик
- МОНД обладает предсказательной силой, чего нет в Λ CDM
- Проблемы на масштабах скопления галактик

TeVes

$$S = S_{\tilde{g}} + S_U + S_\phi + S_m$$

$$S_\phi \equiv -\frac{c^4}{2k^2 l^2 G} \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} f(X) \implies c^2 \nabla \cdot [\nabla \phi f'(kl^2 |\nabla \phi|^2)] = kG\rho$$

$$X = kl^2 (\tilde{g}^{\mu\nu} - U^\mu U^\nu) \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} \quad f'(X) \sim (X/3)^{1/2}$$

$$g_{\mu\nu} \equiv e^{-2\phi} \tilde{g}_{\mu\nu} - 2\sinh(2\phi) U_\mu U_\nu \quad U^2 = -1$$

$$S_U \equiv -\frac{c^4}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} [K^{\alpha\beta\mu\nu} U_{\beta,\alpha} U_{\nu,\mu} - \lambda(\tilde{g}^{\mu\nu} U_\mu U_\nu + 1)]$$

$$K^{\alpha\beta\mu\nu} = c_1 \tilde{g}^{\alpha\mu} \tilde{g}^{\beta\nu} + c_2 \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\mu\nu} + c_3 \tilde{g}^{\alpha\nu} \tilde{g}^{\beta\mu} + c_4 U^\alpha U^\mu \tilde{g}^{\beta\nu}$$

BSTV

$$S_{(\phi, q)} \propto - \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{1}{2} (\tilde{g}^{\mu\nu} q_{,\mu} q_{,\nu} + H(q) (\tilde{g}^{\mu\nu} + U^\mu U^\nu) \phi_{,\mu} \phi_{,\nu}) - F(q) U^\mu U^\nu \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} + V(q) \right]$$

$$qX = -V'(q)$$

BIMOND

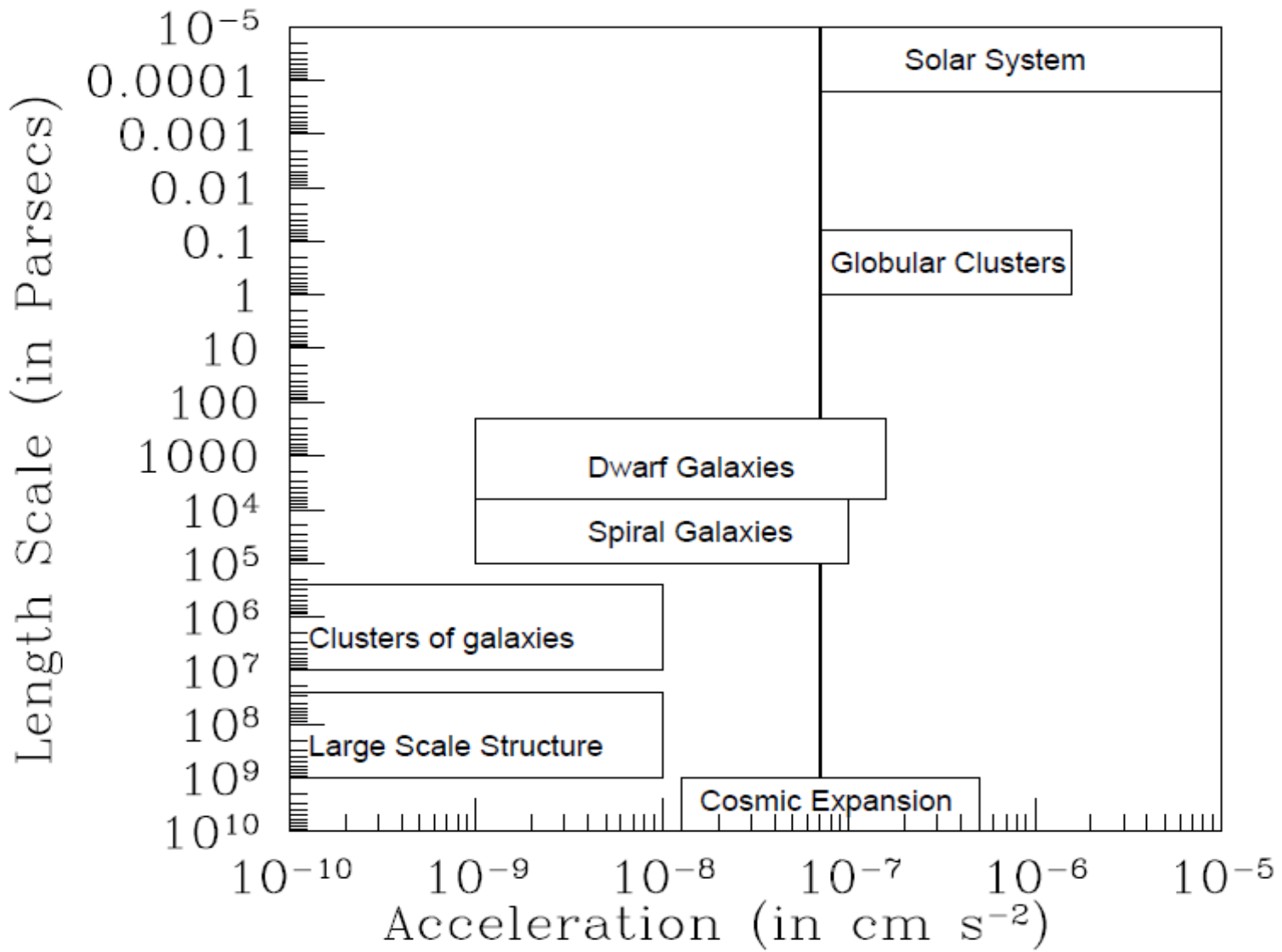
$$S \equiv S_m[\text{matter}, g_{\mu\nu}] + S_m[\text{twin matter}, \hat{g}_{\mu\nu}] + \frac{c^4}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [R - \hat{R} - 2l^{-2} f(X)]$$

$$X = l^2 g^{\mu\nu} (C_{\mu\beta}^\alpha C_{\mu\alpha}^\beta - C_{\mu\nu}^\alpha C_{\beta\alpha}^\beta) \quad C_{\mu\nu}^\alpha = \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \hat{\Gamma}_{\mu\nu}^\alpha$$

$$\nabla^2(\Phi - \hat{\Phi}) = 4\pi G(\rho - \hat{\rho})$$

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho + \nabla \cdot [f'(X) \nabla(\Phi - \hat{\Phi})]$$

Космологическая экстраполяция МОНД



Решение

для точечного источника

$$\begin{aligned} g \zeta \left(\frac{g}{g_0} \right) &= -\nabla \phi_M \\ \zeta(y) &= \left(\frac{y^2}{1+y^2} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \int d^3 r R_0^0 \cdot \zeta \left(\frac{\int d^3 r R_0^0}{\int d^3 r K_0^0} \right) &= \int d^3 r \bar{R}_0^0 \\ K_0^0 &= g_0 \frac{2}{r}, \quad R_0^0 = \Delta f / 2 \\ \bar{R}_\mu^\nu &= 8\pi G \left(T_\mu^\nu - \frac{1}{2} \delta_\mu^\nu T \right), \quad T = T_\mu^\mu \\ ds^2 &= f(r) dt^2 - \frac{1}{f(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \end{aligned} \right.$$

Экстраполяция в космологию

$$K_0^0 \mapsto \bar{K}_0^0 = 3g'_0$$

$$R_0^0 \cdot \zeta \left(\frac{R_0^0}{\bar{K}_0^0} \right) = \bar{R}_0^0$$

Общее решение системы ур-й

$$\frac{df}{dr} = \frac{\int d^3r \bar{R}_0^0}{2\pi r^2 \sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \int d^3r K_0^0}{\int d^3r \bar{R}_0^0} \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Частные случаи

- 1) $K_0^0 \equiv 0$ - ОТО $\frac{df}{dr} = -\frac{d}{dr} \frac{2GM_{\text{tot}}(r)}{r}$
- 2) Случай МОНД $\int d^3r K_0^0 = 4\pi g_0 r^2$
- 3) Пространство де Ситтера $\int d^3r \bar{K}_0^0 = 4\pi g'_0 r^3$

Пространство де Ситтера

- МОНД нарушает однородность вакуума

$$\frac{df^{\text{MOND}}}{dr} = -\frac{16\pi}{3}\rho_{\Lambda}Gr \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{3g_0}{4\pi G\rho_{\Lambda}r}\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
$$f^{\text{dS}} = 1 - \frac{8\pi}{3}G\rho_{\Lambda}r^2$$

- При экстраполяции пространство де Ситтера переходит в пространство де Ситтера, но с другой плотностью

$$\frac{df^{\text{mdS}}}{dr} = -\frac{16\pi}{3\sqrt{2}}\rho_{\Lambda}Gr \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\tilde{\rho}_{\Lambda}}{\rho_{\Lambda}}\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
$$\rho_{\Lambda} \mapsto \rho'_{\Lambda} = \frac{\rho_{\Lambda}}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\tilde{\rho}_{\Lambda}}{\rho_{\Lambda}}\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Точечный источник

- Режим МОНД

$$\frac{df^{\text{MOND}}}{dr} = \frac{2GM}{r^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2g_0 r^2}{GM} \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Экстраполяция

$$\frac{df^{\text{mdS}}}{dr} = \frac{2GM}{r^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2g'_0 r^3}{GM} \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Черная дыра с квинтэссенцией

$$T_0^0 = T_r^r \quad f = 1 - \frac{2GM}{r} + \sum_q \left(\frac{r_q}{r} \right)^{3w_q + 1}$$

- Решение Райсснера-Нордстёма

$$\frac{df^{\text{MOND}}}{dr} = \frac{2GM}{r^2} \frac{A(r)}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2g_0 r^2}{GMA(r)} \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\frac{df^{\text{mdS}}}{dr} = \frac{2GM}{r^2} \frac{A(r)}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2g'_0 r^3}{GMA(r)} \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Глобальный монополю не меняется под действием МОНД

Солнечная система(Нептун)

- МОНД режим

$$\frac{\Delta g}{g} \approx 2 \left(\frac{g_0 r^2}{r_g} \right)^2 \approx 1.6 \cdot 10^{-10}$$

- Де Ситтер

$$\frac{\Delta g}{g} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{r^3 g'_0}{GM_\odot} \right)^2 = \frac{32\pi^2}{9} \left(\frac{r^3 \rho_\Lambda}{M_\odot} \right)^2 \approx 3 \cdot 10^{-36}$$

Выводы

- 1)Найдены решения в модифицированной гравитации для сферически-симметричного распределения материи
- 2)Найдены решения в модифицированной гравитации для сферически-симметричного распределения материи
- 3)МОНД имеет ограниченную применимость: хорошо работает в «системах островного типа»

Thank You for the
attention!

