Массивная гравитация и бигравитация как полевые теории

Ю. М. Зиновьев

ОТФ, ИФВЭ

14 апреля 2015

План

1. Кинематика спина 2
2. Самодействие безмассового спина 2
3. Самодействие массивного спина 2
4. Взаимодействие массивного спина 2 с материей
5. Биогравитация
6. Взаимодействие биогравитации с материей

- Свободный лагранжиан в $d = 4$ пространстве Минковского:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}[\partial^\alpha \phi^{\mu\nu} \partial_\alpha \phi_{\mu\nu} - 2(\partial^\mu \phi_{\mu\nu})(\partial_\alpha \phi^{\nu\alpha}) + 2(\partial^\mu \phi_{\mu\nu})\partial^\nu \phi - \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi] - \frac{m^2}{2}[\phi^{\mu\nu}\phi_{\mu\nu} - \phi^2]$$

- Связи:

$$\partial^\mu \frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \phi_{\mu\nu}} = -m^2[(\partial^\mu \phi_{\mu\nu} - \partial_\nu \phi]$$

$$(\partial^\mu \partial^\nu - \frac{m^2}{2}\eta^{\mu\nu})\frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \phi_{\mu\nu}} = -\frac{3}{2}m^4 \phi$$

- Безмассовый предел: при $m = 0$ обе связи теряются, но появляется калибровочная инвариантность:

$$\delta \phi_{\mu\nu} = \partial_\mu \xi_\nu + \partial_\nu \xi_\mu$$

- Свободный лагранжиан в $d = 4$ пространстве Минковского:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}[\partial^\alpha \phi^{\mu\nu} \partial_\alpha \phi_{\mu\nu} - 2(\partial^\mu \phi_{\mu\nu})(\partial_\alpha \phi^{\nu\alpha}) + 2(\partial^\mu \phi_{\mu\nu})\partial^\nu \phi - \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi] - \frac{m^2}{2}[\phi^{\mu\nu}\phi_{\mu\nu} - \phi^2]$$

- Связи:

$$\partial^\mu \frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \phi_{\mu\nu}} = -m^2[(\partial^\mu \phi_{\mu\nu} - \partial_\nu \phi]$$

$$(\partial^\mu \partial^\nu - \frac{m^2}{2}\eta^{\mu\nu})\frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \phi_{\mu\nu}} = -\frac{3}{2}m^4 \phi$$

- Безмассовый предел: при $m = 0$ обе связи теряются, но появляется калибровочная инвариантность:

$$\delta \phi_{\mu\nu} = \partial_\mu \xi_\nu + \partial_\nu \xi_\mu$$

Конструктивный подход

- Полный нелинейный лагранжиан представляется в виде ряда по степеням полей
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \dots$$
где $\mathcal{L}_0$ — квадратичен по полям, $\mathcal{L}_1$ — кубичен и т.д.
- Калибровочные преобразования также раскладываются в ряд
$$\delta = \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 + \dots$$
где δ_0 — неоднородные члены, δ_1 — линейны по полям и т.д.
- Условие калибровочной инвариантности принимает вид
$$\begin{aligned} \delta_0\mathcal{L}_0 &= 0 \\ \delta_0\mathcal{L}_1 + \delta_1\mathcal{L}_0 &= 0 \\ \delta_0\mathcal{L}_2 + \delta_1\mathcal{L}_1 + \delta_2\mathcal{L}_0 &= 0 \\ \dots & \end{aligned}$$

Линейное приближение

- Общая структура кубической вершины, ее вариаций и поправок к калибровочным преобразованиям
$$\mathcal{L}_1 \sim \partial^2(h^3) \quad \Rightarrow \quad \delta_0\mathcal{L}_1 \sim \partial^3(h^2\xi) \quad \Rightarrow \quad \delta_1 h \sim \partial(h\xi)$$
- Взаимодействия с двумя (или более) производными всегда определены с точностью до тривиальных замен переменных
$$h_{\mu\nu} \Rightarrow h_{\mu\nu} + s_1 h_\mu{}^\alpha h_{\alpha\nu} + s_2 h h_{\mu\nu} + s_3 \eta_{\mu\nu} h_{\alpha\beta}{}^2 + s_4 \eta_{\mu\nu} h^2$$
$$\xi_\mu \Rightarrow \xi_\mu + d_1 h_{\mu\nu}\xi_\nu + d_2 h \xi_\mu$$
- Важное требование — замыкание алгебры калибровочных преобразований
$$[\delta(\xi_1), \delta(\xi_2)] = \delta(\xi_3)$$
- Все вместе позволяет свести калибровочные преобразования к виду
$$\delta_1 h_{\mu\nu} = a_0[\xi^\alpha \partial_\alpha h_{\mu\nu} + \partial_\mu \xi^\alpha h_{\alpha\nu} + \partial_\nu \xi^\alpha h_{\alpha\mu}]$$
Более того, этот ответ не требует поправок в высших порядках

Полная нелинейная теория

- Полный лагранжиан оказывается существенно нелинейным

$$\mathcal{L} \sim \partial h \partial h \oplus h \partial h \partial h \oplus h^2 \partial h \partial h + \dots$$

- Если вести эффективную метрику

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0 h_{\mu\nu}, \qquad g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - a_0 h^{\mu\nu} + \dots$$

- то свободный лагранжиан и линейное приближение получаются при разложении в ряд по полям

$$\frac{1}{k^2}\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}(g) \approx \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \dots$$

- В полный ответ исходная фоновая метрика $\eta_{\mu\nu}$ явно нигде не входит. Теперь в качестве фоновой метрики можно взять любое решение уравнений.

Полная нелинейная теория

- Полный лагранжиан оказывается существенно нелинейным

$$\mathcal{L} \sim \partial h \partial h \oplus h \partial h \partial h \oplus h^2 \partial h \partial h + \dots$$

- Если вести эффективную метрику

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0 h_{\mu\nu}, \qquad g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - a_0 h^{\mu\nu} + \dots$$

- то свободный лагранжиан и линейное приближение получаются при разложении в ряд по полям

$$\frac{1}{k^2}\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}(g) \approx \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \dots$$

- В полный ответ исходная фоновая метрика $\eta_{\mu\nu}$ явно нигде не входит. Теперь в качестве фоновой метрики можно взять любое решение уравнений.

Самодействие с двумя производными

- Простой способ гарантированно получить векторную связь

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\kappa^2}\sqrt{-f} f^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}(f) - V(\eta,\phi), \qquad f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + b_0\phi_{\mu\nu}$$

- Линейное приближение

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_{12} + \mathcal{L}_{10}$$

$$\mathcal{L}_{10} = m^2[b_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + b_2\phi\phi_{\mu\nu}{}^2 + b_3\phi^3]$$

- Требование сохранения скалярной связи

$$\Delta C \approx (D_\mu D_\nu - \frac{m^2}{(d-2)}\eta_{\mu\nu})\frac{\delta\mathcal{L}_1}{\delta h_{\mu\nu}}$$

$$b_1 = \frac{b_0 + 8b_3}{4}, \qquad b_2 = -\frac{b_0 + 12b_3}{4}$$

Самодействие с двумя производными

- Простой способ гарантированно получить векторную связь

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\kappa^2}\sqrt{-f} f^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}(f) - V(\eta,\phi), \qquad f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + b_0\phi_{\mu\nu}$$

- Линейное приближение

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_{12} + \mathcal{L}_{10}$$

$$\mathcal{L}_{10} = m^2[b_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + b_2\phi{\phi_{\mu\nu}}^2 + b_3\phi^3]$$

- Требование сохранения скалярной связи

$$\Delta\mathcal{C} \approx (D_\mu D_\nu - \frac{m^2}{(d-2)}\eta_{\mu\nu})\frac{\delta\mathcal{L}_1}{\delta h_{\mu\nu}}$$

$$b_1 = \frac{b_0 + 8b_3}{4}, \qquad b_2 = -\frac{b_0 + 12b_3}{4}$$

Нарушение причинности

- В общем случае скалярная связь имеет вид (схематически)

$$\mathcal{C} \sim \phi + \partial\phi\partial\phi + \phi^2$$

- Deser & K $\Rightarrow$ присутствие членов с производными приводит к нарушению причинности
- Есть только одно решение, когда эти члены отсутствуют: $b_3 = \frac{b_0}{8}$. При этом

$$\mathcal{L}_{10} = \frac{m^2 b_0}{2}[\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} - \frac{5}{4}\phi\phi_{\mu\nu}{}^2 + \frac{1}{4}\phi^3]$$

Нарушение причинности

- В общем случае скалярная связь имеет вид (схематически)

$$\mathcal{C} \sim \phi + \partial\phi\partial\phi + \phi^2$$

- Deser & K $\Rightarrow$ присутствие членов с производными приводит к нарушению причинности
- Есть только одно решение, когда эти члены отсутствуют: $b_3 = \frac{b_0}{8}$. При этом

$$\mathcal{L}_{10} = \frac{m^2 b_0}{2}[\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} - \frac{5}{4}\phi\phi_{\mu\nu}{}^2 + \frac{1}{4}\phi^3]$$

Нарушение причинности

- В общем случае скалярная связь имеет вид (схематически)

$$\mathcal{C} \sim \phi + \partial\phi\partial\phi + \phi^2$$

- Deser & K $\Rightarrow$ присутствие членов с производными приводит к нарушению причинности
- Есть только одно решение, когда эти члены отсутствуют: $b_3 = \frac{b_0}{8}$. При этом

$$\mathcal{L}_{10} = \frac{m^2 b_0}{2}[\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} - \frac{5}{4}\phi{\phi_{\mu\nu}}^2 + \frac{1}{4}\phi^3]$$

За рамками линейного приближения

- В квадратичном приближении

$$\mathcal{L}_{20} = c_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\beta}\phi_{\beta\mu} + c_2\phi^2_{\mu\nu}{\phi_{\alpha\beta}}^2 + c_3\phi\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + c_4\phi^2{\phi_{\mu\nu}}^2 + c_5\phi^4$$

параметр c_5 (также как и b_3) остается призвольным, но в общем решении нарушается причинность и есть только одно решение ее сохраняющее.

- При $d = 4$ в следующих порядках произвола не появляется, т.о. общее решение имеет 4 параметра: Λ, m^2, b_3 и c_5
- Потенциал общего решения известен, однако вопрос с сохранением причинности — открыт.
- Потенциал может быть записан для произвольной фоновой метрики, число степеней свободы при этом (по-видимому) правильное, однако открытый вопрос — являются ли они все физическими.

За рамками линейного приближения

- В квадратичном приближении

$$\mathcal{L}_{20} = c_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\beta}\phi_{\beta\mu} + c_2\phi_{\mu\nu}^2{\phi_{\alpha\beta}}^2 + c_3\phi\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + c_4\phi^2{\phi_{\mu\nu}}^2 + c_5\phi^4$$

  параметр c_5 (также как и b_3) остается призвольным, но в общем решении нарушается причинность и есть только одно решение ее сохраняющее.

- При $d = 4$ в следующих порядках произвола не появляется, т.о. общее решение имеет 4 параметра: Λ, m^2, b_3 и c_5
- Потенциал общего решения известен, однако вопрос с сохранением причинности — открыт.
- Потенциал может быть записан для произвольной фоновой метрики, число степеней свободы при этом (по-видимому) правильное, однако открытый вопрос — являются ли они все физическими.

За рамками линейного приближения

- В квадратичном приближении

$$\mathcal{L}_{20} = c_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\beta}\phi_{\beta\mu} + c_2\phi_{\mu\nu}^2{\phi_{\alpha\beta}}^2 + c_3\phi\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + c_4\phi^2{\phi_{\mu\nu}}^2 + c_5\phi^4$$

  параметр c_5 (также как и b_3) остается призвольным, но в общем решении нарушается причинность и есть только одно решение ее сохраняющее.
- При $d = 4$ в следующих порядках произвола не появляется, т.о. общее решение имеет 4 параметра: Λ, m^2, b_3 и c_5
- Потенциал общего решения известен, однако вопрос с сохранением причинности — открыт.
- Потенциал может быть записан для произвольной фоновой метрики, число степеней свободы при этом (по-видимому) правильное, однако открытый вопрос — являются ли они все физическими.

За рамками линейного приближения

- В квадратичном приближении

$$\mathcal{L}_{20} = c_1\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\beta}\phi_{\beta\mu} + c_2\phi_{\mu\nu}^2\phi_{\alpha\beta}{}^2 + c_3\phi\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} + c_4\phi^2\phi_{\mu\nu}{}^2 + c_5\phi^4$$

  параметр c_5 (также как и b_3) остается призвольным, но в общем решении нарушается причинность и есть только одно решение ее сохраняющее.
- При $d = 4$ в следующих порядках произвола не появляется, т.о. общее решение имеет 4 параметра: Λ, m^2, b_3 и c_5
- Потенциал общего решения известен, однако вопрос с сохранением причинности — открыт.
- Потенциал может быть записан для произвольной фоновой метрики, число степеней свободы при этом (по-видимому) правильное, однако открытый вопрос — являются ли они все физическими.

Взаимодействие со скалярным полем

- Линейное приближение:

$$\mathcal{L}_1 = a_1(\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + a_2 {m_0}^2\phi\varphi^2, \qquad a_2 \neq \frac{a_1}{2} \quad ???$$

- Квадратичное приближение:

$$\mathcal{L}_2 = {a_1}^2[2\phi^{\mu\alpha}\phi^{\nu\alpha} - \phi\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}{\phi_{\alpha\beta}}^2\eta^{\mu\nu} + \frac{1}{4}\phi^2\eta^{\mu\nu}]\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{{m_0}^2 b_0 a_2}{2}[{\phi_{\mu\nu}}^2 - \frac{1}{2}\phi^2]\varphi^2$$

- Решение:

$$a_1 = -\frac{b_0}{2}, \qquad a_2 = \frac{a_1}{2}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\sqrt{-f}[f^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - {m_0}^2\varphi^2]$$

Взаимодействие со скалярным полем

- Линейное приближение:

$$\mathcal{L}_1 = a_1(\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + a_2 {m_0}^2\phi\varphi^2, \qquad a_2 \neq \frac{a_1}{2} \quad ???$$

- Квадратичное приближение:

$$\mathcal{L}_2 = {a_1}^2[2\phi^{\mu\alpha}\phi^{\nu\alpha} - \phi\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}{\phi_{\alpha\beta}}^2\eta^{\mu\nu} + \frac{1}{4}\phi^2\eta^{\mu\nu}]\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{{m_0}^2 b_0 a_2}{2}[{\phi_{\mu\nu}}^2 - \frac{1}{2}\phi^2]\varphi^2$$

- Решение:

$$a_1 = -\frac{b_0}{2}, \qquad a_2 = \frac{a_1}{2}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\sqrt{-f}[f^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - {m_0}^2\varphi^2]$$

Безмассовый предел и механизм Вайнштейна

- В линейном приближении для взаимодействия с материей (поля со спинами 0, 1/2 и 1) есть проблема с безмассовым пределом
- Калибровочная инвариантность для массивного спина 2:

$$\phi_{\mu\nu} \Rightarrow \phi_{\mu\nu} - \frac{1}{m}(\partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{m^2}(\partial_\mu \partial_\nu - \frac{m^2}{2})\phi_0$$

- Роли спиральностей во взаимодействие с материей:

$$\mathcal{L}_1 \sim \phi^{\mu\nu} T_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad A_\mu \leftrightarrow \partial^\nu T_{\mu\nu}, \qquad \phi_0 \leftrightarrow \eta^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$$

- Механизм Вайнштейна — учет нелинейных поправок. Для компактного сферически симметричного источника массы M они могут быть существенны при

$$r < R_V \sim \left(\frac{M}{m^2 {m_{pl}}^2}\right)^{1/3}$$

Безмассовый предел и механизм Вайнштейна

- В линейном приближении для взаимодействия с материей (поля со спинами 0, 1/2 и 1) есть проблема с безмассовым пределом
- Калибровочная инвариантность для массивного спина 2:

$$\phi_{\mu\nu} \Rightarrow \phi_{\mu\nu} - \frac{1}{m}(\partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{m^2}(\partial_\mu \partial_\nu - \frac{m^2}{2})\phi_0$$

- Роли спиральностей во взаимодействие с материей:

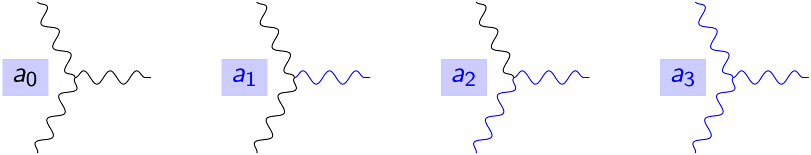
$$\mathcal{L}_1 \sim \phi^{\mu\nu} T_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad A_\mu \leftrightarrow \partial^\nu T_{\mu\nu}, \qquad \phi_0 \leftrightarrow \eta^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$$

- Механизм Вайнштейна — учет нелинейных поправок. Для компактного сферически симметричного источника массы M они могут быть существенны при

$$r < R_V \sim \left(\frac{M}{m^2 {m_{pl}}^2}\right)^{1/3}$$

Линейное приближение

- Четыре независимых кубических вершины:



- Общее решение:

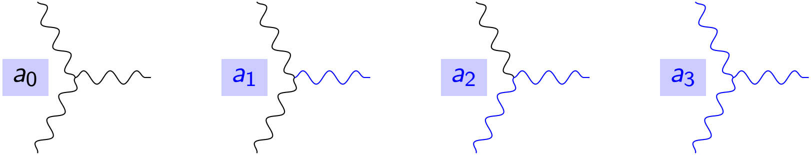
$$a_1 = 0, \qquad a_2 = a_0, \qquad a_3 = b_0$$

- Диагонализация кинетических членов:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0} \\ f_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}] \end{aligned}$$

Линейное приближение

- Четыре независимых кубических вершины:



- Общее решение:

$$a_1 = 0, \qquad a_2 = a_0, \qquad a_3 = b_0$$

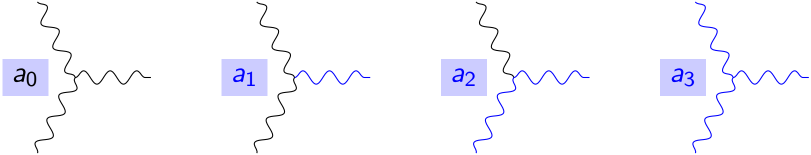
- Диагонализация кинетических членов:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0}$$

$$f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}]$$

Линейное приближение

- Четыре независимых кубических вершины:



- Общее решение:

$$a_1 = 0, \qquad a_2 = a_0, \qquad a_3 = b_0$$

- Диагонализация кинетических членов:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \\ f_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}] \end{aligned} \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0}$$

Потенциал

- Кубические члены в потенциале:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{10} &= a_0 m^2 [h_{\mu\nu}(\phi_{\mu\alpha}\phi_{\alpha\nu} - \phi\phi_{\mu\nu}) - \frac{1}{4} h({\phi_{\mu\nu}}^2 - \phi^2)] \\
&+ \frac{b_0 m^2}{4}[(1+8b_3)\phi_{\mu\nu}\phi_{\nu\alpha}\phi_{\alpha\mu} - (1+12b_3)\phi{\phi_{\mu\nu}}^2 + 4b_3\phi^3]
\end{aligned}
$$

- Число свободных параметров то же, что и массивной гравитации

Взаимодействие со скалярным полем

- Линейное приближение:

$$\mathcal{L}_1 = a_1(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}h\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + \frac{a_1}{2}{m_0}^2 h\varphi^2$$
$$+a_2(\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + a_3 {m_0}^2\phi\varphi^2$$

- Квадратичное приближение

$$\mathcal{L}_2 \sim [hh \oplus h\phi \oplus \phi\phi][\partial\varphi\partial\varphi \oplus \varphi^2]$$

- Два решения:

$$a_1 = -\frac{a_0}{2}, \qquad 4{a_2}^2 + 2a_2 b_0 - {a_0}^2 = 0, \qquad a_3 = \frac{a_2}{2}$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0}$$
$$f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}]$$

Взаимодействие со скалярным полем

- Линейное приближение:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_1 &= a_1(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}h\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + \frac{a_1}{2}{m_0}^2 h\varphi^2 \\ &+a_2(\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + a_3{m_0}^2\phi\varphi^2\end{aligned}$$

- Квадратичное приближение

$$\mathcal{L}_2 \sim [hh \oplus h\phi \oplus \phi\phi][\partial\varphi\partial\varphi \oplus \varphi^2]$$

- Два решения:

$$a_1 = -\frac{a_0}{2}, \qquad 4{a_2}^2 + 2a_2 b_0 - {a_0}^2 = 0, \qquad a_3 = \frac{a_2}{2}$$

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0} \\ f_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}]\end{aligned}$$

Взаимодействие со скалярным полем

- Линейное приближение:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_1 &= a_1(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}h\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + \frac{a_1}{2}{m_0}^2 h\varphi^2 \\ &+a_2(\phi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\phi\eta^{\mu\nu})\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + a_3 {m_0}^2\phi\varphi^2\end{aligned}$$

- Квадратичное приближение

$$\mathcal{L}_2 \sim [hh \oplus h\phi \oplus \phi\phi][\partial\varphi\partial\varphi \oplus \varphi^2]$$

- Два решения:

$$a_1 = -\frac{a_0}{2}, \qquad 4{a_2}^2 + 2a_2 b_0 - {a_0}^2 = 0, \qquad a_3 = \frac{a_2}{2}$$

$$\begin{aligned}g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} + \tan(\Theta)\phi_{\mu\nu}], \qquad \tan(2\Theta) = -\frac{2a_0}{b_0} \\ f_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + a_0[h_{\mu\nu} - \cot(\Theta)\phi_{\mu\nu}]\end{aligned}$$

Открытые вопросы

- Допустимые фоновые метрики (положительная определенность гамильтониана)
- Космологические решения и их устойчивость
- Причинность и механизм Вайнштейна
- Космологический член & масса гравитона
- Безмассовый предел и сохранение числа степеней свободы

$$\phi_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad h_{\mu\nu}, A_\mu, \phi$$

Открытые вопросы

- Допустимые фоновые метрики (положительная определенность гамильтониана)
- Космологические решения и их устойчивость
- Причинность и механизм Вайнштейна
- Космологический член & масса гравитона
- Безмассовый предел и сохранение числа степеней свободы

$$\phi_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad h_{\mu\nu}, A_\mu, \phi$$

Открытые вопросы

- Допустимые фоновые метрики (положительная определенность гамильтониана)
- Космологические решения и их устойчивость
- Причинность и механизм Вайнштейна
- Космологический член & масса гравитона
- Безмассовый предел и сохранение числа степеней свободы

$$\phi_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad h_{\mu\nu}, A_{\mu}, \phi$$

Открытые вопросы

- Допустимые фоновые метрики (положительная определенность гамильтониана)
- Космологические решения и их устойчивость
- Причинность и механизм Вайнштейна
- Космологический член & масса гравитона
- Безмассовый предел и сохранение числа степеней свободы

$$\phi_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad h_{\mu\nu}, A_\mu, \phi$$