Массивная супер(би)гравитация в конструктивном походе

Ю. М. Зиновьев

ОТФ, ИФВЭ

11 сентября 2018

План

1. Массивная (би)гравитация
2. Конструктивный подход
3. Калибровочно инвариантный формализм
4. Кубические вершины
   - Массивный спин-2 и массивный спин-3/2
   - Массивный спин-2 и массивный и безмассовый спин-3/2
   - Массивный спин-2 и два массивных спина-3/2

Массивный спин-2

- Лагранжиан Фирца-Паули

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 &= \frac{1}{2}\partial^\alpha h^{\mu\nu}\partial_\alpha h_{\mu\nu} - (\partial h)^\mu(\partial h)_\mu + (\partial h)^\mu\partial_\mu h - \frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h \\
&\quad -\frac{m^2}{2}[h^{\mu\nu}h_{\mu\nu} - h^2]
\end{aligned}
$$

- Векторная и скалярная связи:

$$
\begin{aligned}
0 &= \partial^\mu\frac{\delta\mathcal{L}_0}{\delta h_{\mu\nu}} = -m^2[(\partial h)_\nu - \partial_\nu h] \\
0 &= (\partial^\mu\partial^\nu - \frac{m^2}{2}\eta^{\mu\nu})\frac{\delta\mathcal{L}_0}{\delta h_{\mu\nu}} = -\frac{3}{2}m^4 h
\end{aligned}
$$

- Безмассовый предел:

$$
\delta h_{\mu\nu} = \partial_\mu\xi_\nu + \partial_\nu\xi_\mu
$$

Массивная (би)гравитация

- Безмассовая гравитация:

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \mathcal{R}_{\mu\nu}(g) + \Lambda \sqrt{-g}, \qquad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}$$

- Массивная гравитация:
  - Векторная связь

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \mathcal{R}_{\mu\nu}(g) - V(g, \eta)$$

  - Скалярная связь $\Leftrightarrow$ dRGT-потенциал
- Биградитация $\Leftrightarrow$ массивная плюс безмассовая

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \mathcal{R}_{\mu\nu}(g) + \sqrt{-f} f^{\mu\nu} \mathcal{R}_{\mu\nu}(f) - V(g, f)$$

Конструктивный подход

- Предполагается, что полный нелинейный лагранжиан может быть представлен в виде ряда по степеням полей:
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \dots$$
где $\mathcal{L}_0$ — квадратичен по полям, $\mathcal{L}_1$ — содержит кубические члены и т.д.
- Аналогично и калибровочные преобразования строятся в виде ряда
$$\delta\Phi = \delta_0\Phi + \delta_1\Phi + \dots$$
где δ_0 — неоднородные преобразования, δ_1 — линейны по полям и т.д.
- Первое нетривиальное (линейное) приближение:
$$\frac{\delta\mathcal{L}_1}{\delta\Phi}\delta_0\Phi + \frac{\delta\mathcal{L}_0}{\delta\Phi}\delta_1\Phi = 0$$

Массивный спин-2

- В калибровочно инвариантном формализме массивное поле строится из подходящего набора безмассовых полей. Для массивного спина-2 это безмассовые спин-2, спин-1 и спин-0.
- В реперном формализме каждое безмассовое поле описывается физическим и вспомогательным полями: $(\Omega_\mu{}^{ab}, f_\mu{}^a)$, (B^{ab}, A_μ), (π^a, φ)
- Основное требование — сохранение всех калибровочных симметрий исходных безмассовых полей

$$
\begin{aligned}
\delta\Omega_\mu{}^{ab} &= D_\mu\eta^{ab} - \frac{m^2}{2} e_\mu{}^{[a}\xi^{b]} \\
\delta f_\mu{}^a &= D_\mu\xi^a - \eta^a{}_\mu + m e^a_\mu \xi \\
\delta B^{ab} &= -m\eta^{ab}, \qquad \delta A_\mu = D_\mu\xi + \frac{m}{2}\xi_\mu \\
\delta\pi^a &= -\frac{3m^2}{2}\xi^a, \qquad \delta\sigma = 3m\xi
\end{aligned}
$$

Массивный спин-3/2

- Массивный спин-3/2 строится из безмассового спина-3/2 Φ_μ (гравитино) и безмассового спина-1/2 ϕ (голдстино)
- Лагранжиан:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \frac{i}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\bar{\Phi}_\mu\gamma_5\gamma_\nu\partial_\alpha\Phi_\beta + \frac{i}{2}\bar{\phi}\gamma^\mu\partial_\mu\phi \\ &\quad -\frac{m_1}{2}\bar{\Phi}_\mu\Gamma^{\mu\nu}\Phi_\nu + i\sqrt{\frac{3}{2}}m_1(\bar{\Phi}\gamma)\phi - m_1\bar{\phi}\phi \end{aligned}$$

- Он инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$\delta\Phi_\mu = \partial_\mu\zeta + \frac{im_1}{2}\gamma_\mu\zeta, \qquad \delta\phi = i\sqrt{\frac{3}{2}}m_1\zeta$$

- Для второго гравитино — Ψ_μ, ψ, m_2.

Свойства кубической вершины

- Вершина с одной производной существует
- Нет универсальности гравитационного взаимодействия

$$\frac{\kappa_{1/2}}{\kappa_{3/2}} = \frac{3{m_1}^2 - m^2}{3{m_1}^2}$$

- Предел $m \to 0$ несингулярен, сводится к обычной спонтанно нарушенной супергравитации
- Предел $m_1 \to 0$ сингулярен: $m_1 = 0 \Leftrightarrow$ ненарушенная суперсимметрия $\Leftrightarrow m = m_1 = 0$

Коммутационные соотношения

- Поскольку все поля являются либо калибровочными, либо Голдстоуновскими, уже в этом приближении коммутаторы нетривиальны
- На бозонных полях нетривиальный результат дает коммутатор двух суперпреобразований

$$[\delta_1, \delta_2] f^a = D\tilde{\xi}^a - \tilde{\eta}^{ab} e_b, \qquad [\delta_1, \delta_2] A = \frac{m}{2} e_a \tilde{\xi}^a$$

$$\tilde{\xi}^a = -2i(\bar{\zeta}_a \gamma^a \zeta_1), \qquad \tilde{\eta}^{ab} = 2m_1(\bar{\zeta}_2 \Gamma^{ab} \zeta_1)$$

- На фермионных полях — коммутатор суперпреобразований с бозонными

$$[\delta_B, \delta_\zeta]\Phi = (D + \frac{im}{2} e_a \gamma^a)\tilde{\zeta}, \qquad [\delta_B, \delta_\zeta]\phi = 3m_1 \tilde{\zeta}$$

$$\tilde{\zeta} = (\Gamma^{ab} \eta^{ab} \zeta) + 2im_1(\gamma^a \xi^a \zeta) + 2mc_1(\xi \zeta)$$

Свойства кубической вершины

- Вершина с одной производной существует
- Массы гравитона и второго гравитино должны быть равны

$$m_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m = m_2$$

- Ненарушенная симметрия требует
  - у безмассового гравитино должен быть безмассовый суперпартнер со спином-2
  - массивные спин-2 и спин-3/2 должны входить в массивный супермультиплет

$$\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} & 2 & \\ \frac{3}{2} & & \frac{3}{2} \\ & 1 & \end{pmatrix}$$

Свойства кубической вершины

- Вершина существует для трех произвольных (но ненулевых) значениях трех масс m, m_1, m_2 со сложной нелинейной зависимостью от них
- Есть два несингулярных безмассовых предела
  - Предел $m_1 \to 0$ требует $m \to m_2$ и воспроизводит предыдущий случай
  - Предел $m \to 0$ требует $m_1 \to m_2$

Коммутационные соотношения

- Коммутатор суперпреобразований на бозонных полях

$$\begin{aligned} [\delta_1, \delta_2] f^a &= D\tilde{\xi}^a - \tilde{\eta}^{ab} e_b + m e^a \tilde{\xi} \\ [\delta_1, \delta_2] A &= D\tilde{\xi} + \frac{m}{2} e_a \tilde{\xi}^a, \quad [\delta_1, \delta_2]\sigma = 3m\tilde{\xi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}^a &= 2i(\bar{\zeta}_2 \gamma^a \zeta_1), \quad \tilde{\eta}^{ab} = (m_1 + m_2)(\bar{\zeta}_2 \Gamma^{ab} \zeta_1) \\ \tilde{\xi} &= -\frac{(m_1 - m_2)}{m} (\bar{\zeta}_2 \zeta_1) \end{aligned}$$

- Коммутатор суперпреобразований с бозонными на фермионах

$$[\delta_B, \delta_\zeta]\Phi = (D + \frac{i m_1}{2} e_a \gamma^a) \tilde{\zeta}_1, \qquad [\delta_B, \delta_\zeta]\phi = 3m_1 \tilde{\zeta}_1$$

$$\tilde{\zeta}_1 = (\Gamma^{ab} \eta^{ab} \zeta_2) + 2m_1 (\gamma^a \xi^a \zeta_2) + \frac{(m^2 - 2{m_1}^2 + 2{m_2}^2)}{m} (\xi \zeta_2)$$

Заключение

- В спонтанно нарушенной супергравитации кубическая вершина для безмассового спина-2 и массивного спина-3/2 универсальна и не зависит от присутствия других полей в системе
- За рамками кубического приближения есть два варианта
  - нелинейная реализация в духе Волкова-Акулова
  - линейная реализация (нарушенной) суперсимметрии когда все поля являются членами некоторых супермультиплетов, при этом наиболее общая модель:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0, 0' \end{pmatrix}$$

- Для массивной супер(би)гравитации есть те же два варианта, что требует исследований за рамками кубического приближения