

# Слабые распады дважды-тяжелых барионов

А. С. Герасимов, А. К. Лиходед, А. В. Лучинский

16 апреля 2019

# План

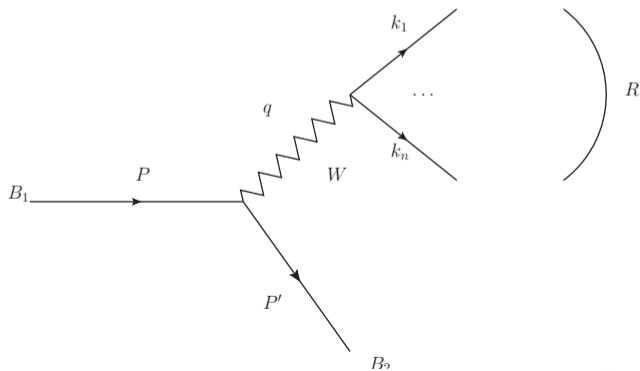
- 1 Исследуемые распады:  $B_1 \rightarrow B_2 R$
- 2 Что необходимо знать для нахождения  $\text{Br}$
- 3 Формфакторы
- 4 Спектральные функции
- 5 Результаты
- 6 Планы

# Исследуемые распады

Исследуются слабые распады

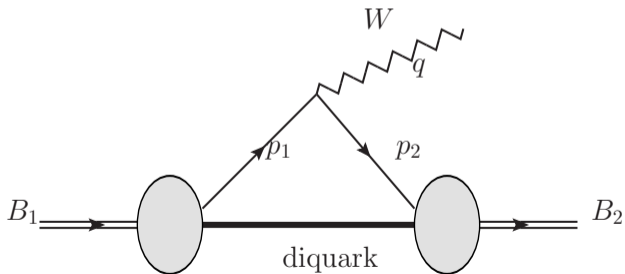
$$B_1^{(s=1/2)} \rightarrow B_2^{(s=1/2)} R,$$

где  $R$  — лептонная пара,  $\pi$  мезон,  $\rho$  мезон,  $2\pi$  мезона,  $3\pi$  мезона,  $5\pi$  мезонов



# Исследуемые распады

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ij} a_1 H^\mu \varepsilon_\mu$$



## Вычисление формфакторов

$$H^\mu = \bar{u}(P') \left[ \gamma^\mu f_1(q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{M_1} f_2(q^2) + \frac{q^\mu}{M_1} f_3(q^2) \right] u(P) - \\ - \bar{u}(P') \left[ \gamma^\mu g_1(q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{M_1} g_2(q^2) + \frac{q^\mu}{M_1} g_3(q^2) \right] \gamma_5 u(P),$$

- Формфакторы  $f_3$ ,  $g_3$  не дают вклада

## Скалярный и аксиальный формфакторы: пример

$$\begin{aligned}\Omega_{bc}^0 &\rightarrow \Omega_{cc}^+ W^- \\ b(cs)_{S,A} &\rightarrow c(cs)_{S,A} + W^-\end{aligned}$$

$\Omega_{cc}^+$ : дикварк  $cc$ , его спин  $S_d = 1$ ,  $(cc)_A = c_1(\uparrow)c_2(\uparrow)$

$$\Omega_{cc}^+ = c_1(\uparrow)c_2(\uparrow)s(\downarrow)$$

В базисе  $c(cs)$   $\Omega_{cc}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} c_1(\uparrow)(c_2s)_S + \frac{1}{2} c_1(\downarrow)(c_2s)_A + c_1 \leftrightarrow c_2 \right)$

$$\Omega_{bc}^0 : \Omega_{bc}^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2} b(\uparrow)(cs)_S + \frac{1}{2} b(\downarrow)(cs)_A$$

$$c_S = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \quad c_A = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$F(q^2) = c_S F_S(q^2) + c_A F_A(q^2)$$

## Интегралы перекрытия: скалярные формфакторы

$$f_1(q^2) = \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [k_\perp k'_\perp + (x_1 M_0 + m_1)(x'_1 M'_0 + m'_1)]}{\sqrt{[(x_1 M_0 + m_1)^2 + k_\perp^2][(x'_1 M'_0 + m'_1)^2 + k'_\perp{}^2]}},$$

$$g_1(q^2) = \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-k_\perp k'_\perp + (x_1 M_0 + m_1)(x'_1 M'_0 + m'_1)]}{\sqrt{[(x_1 M_0 + m_1)^2 + k_\perp^2][(x'_1 M'_0 + m'_1)^2 + k'_\perp{}^2]}},$$

$$f_2(q^2) = \frac{1}{q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-(x_1 M_0 + m_1)k'_\perp q_\perp + (x'_1 M'_0 + m'_1)k_\perp q_\perp]}{\sqrt{[(x_1 M_0 + m_1)^2 + k_\perp^2][(x'_1 M'_0 + m'_1)^2 + k'_\perp{}^2]}},$$

$$g_2(q^2) = \frac{1}{q_\perp^2} \int \frac{dx d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp) [-(x_1 M_0 + m_1)k'_\perp q_\perp - (x'_1 M'_0 + m'_1)k_\perp q_\perp]}{\sqrt{[(x_1 M_0 + m_1)^2 + k_\perp^2][(x'_1 M'_0 + m'_1)^2 + k'_\perp{}^2]}}.$$

# Параметризация формфакторов

Формфакторы для конкретных барионов и любой системы R одинаковы по теореме о факторизации. Формфакторы удобно параметризовать по формуле

$$F(q^2) = F(0)(1 + \alpha q^2 + \beta q^4 + \gamma q^6),$$

$\mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2$	$f_1$				$f_2$			
	$F(0)$	$\alpha, \Gamma \mathfrak{B}^{-2}$	$\beta, \Gamma \mathfrak{B}^{-4}$	$\gamma, \Gamma \mathfrak{B}^{-6}$	$F(0)$	$\alpha, \Gamma \mathfrak{B}^{-2}$	$\beta, \Gamma \mathfrak{B}^{-4}$	$\gamma, \Gamma \mathfrak{B}^{-6}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$	0.791	0.386	0.118	0.016	-0.00794	-0.481	-0.405	-0.2
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	-0.467	0.294	0.0331	0.0417	1.04	0.418	0.108	0.037
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+$	0.914	0.348	0.0818	0.0187	0.0116	1.31	0.513	0.15
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}$	-0.538	0.247	0.0384	0.0213	1.11	0.366	0.0863	0.0276
$\Xi_c^+ \rightarrow \Sigma_c^0$	-0.661	0.294	0.0332	0.0416	1.47	0.418	0.108	0.037
$\Xi_c^+ \rightarrow \Xi_c^0$	0.914	0.348	0.0818	0.0187	0.0116	1.31	0.513	0.15
$\Xi_c^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	-0.538	0.247	0.0384	0.0213	1.11	0.366	0.0863	0.0276
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	-0.783	0.406	0.117	0.0191	0.0214	0.194	-0.0127	-0.0214
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	-0.462	0.308	0.0495	0.0408	1.05	0.425	0.116	0.0334
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0$	-0.754	0.263	0.047	0.0205	1.59	0.376	0.0926	0.0244



## Спектральные функции: определение

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ij} a_1 H^\mu \varepsilon_\mu$$

$$\Gamma = \frac{1}{2M_1} \frac{1}{2J+1} \int d\Phi_{n+1} |\mathcal{M}|^2$$

$$d\Phi_{n+1} = \frac{dq^2}{2\pi} d\Phi_2 d\Phi_n = dq^2 \frac{\lambda}{8\pi} \frac{d\Phi_n}{2\pi}$$

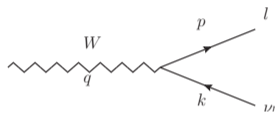
$$\int \frac{d\Phi_n}{2\pi} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu^* = (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) \rho_T(q^2) + q_\mu q_\nu \rho_L(q^2)$$

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \text{const} * (\mathcal{M}_T^2 \rho_T + \mathcal{M}_L^2 \rho_L)$$

$$\mathcal{M}_T^2 = H^\mu H_\nu^* (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}), \quad \mathcal{M}_L^2 = H^\mu H_\nu^* q_\mu q_\nu$$

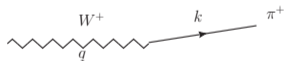
# Спектральные функции: $l\nu_l, \pi^+, \rho^+$

- $l\nu_l$



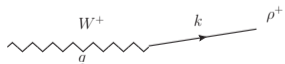
$$\epsilon_\mu = \bar{u}_l \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_{\nu_l}, \quad \rho_L = 0, \quad \rho_T = 1/(6\pi^2)$$

- $\pi^+$



$$\epsilon_\mu = f_\pi q_\mu, \quad \rho_L = f_\pi^2 \delta(q^2 - m_\pi^2), \quad \rho_T = 0$$

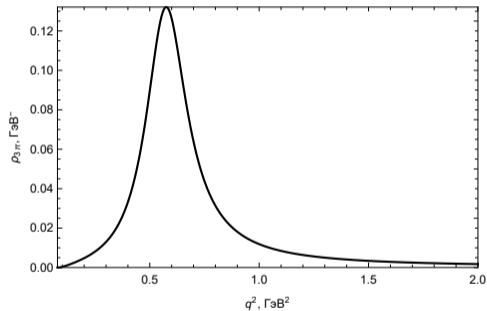
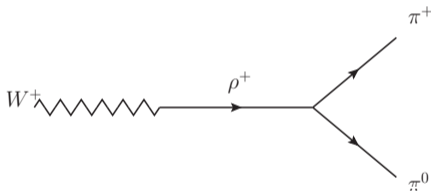
- $\rho^+$



$$\epsilon_\mu = f_\rho m_\rho \epsilon_\mu^\rho, \quad \rho_L = 0, \quad \rho_T = f_\rho^2 \delta(q^2 - m_\rho^2)$$

# Спектральные функции: $(2\pi)_{ch}$

$$(2\pi)_{ch} = \pi^+\pi^0$$

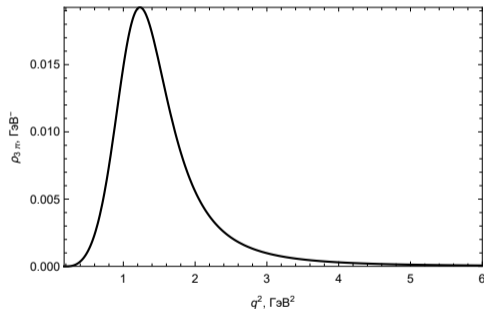
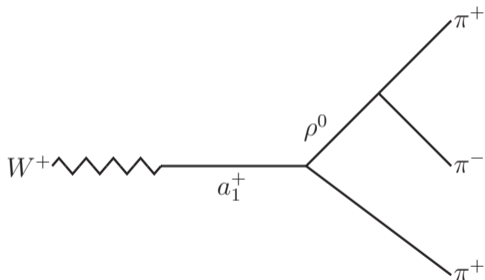


$$\epsilon_\mu \sim BW_\rho(k_1 - k_2)_\mu + \text{permutations}$$
$$\rho_T^{(2\pi)}(q^2) \sim \left(\frac{q^2 - 4m_\pi^2}{q^2}\right)^2 \frac{1 + 0.64q^2}{[(q^2 - 0.57)^2 + 0.01]^2}$$

Нормировка  $\Leftarrow$  экспериментальные данные по распадам  $\tau$

# Спектральные функции: $(3\pi)_{ch}$

$$(3\pi)_{ch} = \pi^+\pi^-\pi^+$$

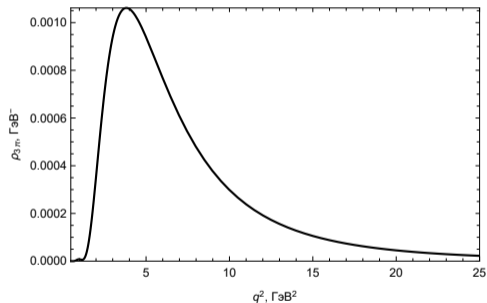
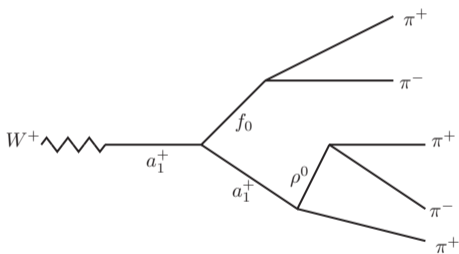


$$\epsilon_\mu \sim BW_{a_1} BW_\rho (k_1 - k_2)_\mu + \text{permutations}$$

$$\rho_T^{(3\pi)}(q^2) \sim \left( \frac{q^2 - 9m_\pi^2}{q^2} \right)^4 \frac{1 + 190q^2}{(q^2 - 1.06)^2 + 0.48}$$

# Спектральные функции: $(5\pi)_{ch}$

$$(5\pi)_{ch} = \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+$$



$$\epsilon_\mu \sim BW_{a_1} BW(f) BW_{a_1} BW_\rho (k_1 - k_2)_\mu + \text{perm}$$

$$\rho_T^{(5\pi)}(q^2) \sim \left( \frac{q^2 - 25m_\pi^2}{q^2} \right)^{10} \frac{1 - 1.65q^2 + 0.69q^4}{[(q^2 + 2.21)^2 - 4.69]^3}$$

Главной целью изучения является нахождение Br по исследуемым каналам и их сравнение между собой и с результатами других авторов

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dq^2} = & \frac{G_F^2}{2} V_{ij}^2 a_1^2 \frac{1}{2M_1} \frac{1}{2J+1} \frac{\lambda}{8\pi} \left( \frac{1}{2M_1^2} \left( f_1^2 M_1^2 (-2q^4 + 2q^2 M_-^2 - q^2 M_+^2 + M_-^2 M_+^2) + \right. \right. \\ & 12f_1 f_2 q^2 M_+ (q^2 - M_-^2) M_1 - 4f_2^2 q^2 (q^4 - q^2 M_-^2 + 2q^2 M_+^2 - 2M_-^2 M_+^2) + \\ & g_1^2 (M_- + M_+)^2 (-2q^4 - q^2 M_-^2 + 2q^2 M_+^2 + M_-^2 M_+^2) + 12g_1 g_2 q^2 M_- (M_+^2 - q^2) (M_- + M_+) - \\ & \left. \left. 4g_2^2 q^2 (q^4 + 2q^2 M_-^2 - q^2 M_+^2 - 2M_-^2 M_+^2) \right) \rho_T + 2 \left( f_1^2 M_-^2 (M_+^2 - q^2) + g_1^2 M_+^2 (M_- - q^2) \right) \rho_L \right). \end{aligned}$$

# Численные результаты: сс-барионы

$B_1 \rightarrow B_2$	Modes						
	$l\nu_l$	$\pi$	$\rho$	$2\pi$	$3\pi$	$a_1$	$5\pi$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Lambda_c^+$	0.494	0.377	0.993	0.865	0.204	0.0481	$2.7 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Sigma_c^+$	0.45	0.244	1.05	0.905	0.186	0.0226	$9. \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+$	4.99	6.42	12.3	10.2	0.989	0.0902	$3.9 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^{\prime+}$	5.98	4.66	17.6	14.3	1.31	0.102	$5.6 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Sigma_c^0$	0.299	0.162	0.698	0.601	0.123	0.0148	$6. \times 10^{-5}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	1.65	2.13	4.08	3.37	0.328	0.0299	$1.3 \times 10^{-4}$
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	1.98	1.55	5.86	4.74	0.434	0.0335	$1.9 \times 10^{-4}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0$	0.208	0.238	0.512	0.425	0.0492	0.00491	$2. \times 10^{-5}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime0}$	0.249	0.172	0.711	0.584	0.0649	0.0053	$3. \times 10^{-5}$
$\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Omega_c^0$	6.66	6.5	22.6	17.1	0.735	0.0507	$2.1 \times 10^{-4}$

Таблица: Относительные вероятности распадов дважды очарованных барионов в процентах

# Численные результаты: $bc$ -барионы

$B_1 \rightarrow B_2$	Modes						
	$l\nu_l$	$\pi$	$\rho$	$2\pi$	$3\pi$	$a_1$	$5\pi$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Lambda_b^0$	0.223	0.184	0.486	0.417	0.0836	0.015	$7. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_b^0$	0.148	0.0975	0.403	0.335	0.0444	0.00394	$2. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_b^0$	2.3	3.	5.84	4.78	0.414	0.0354	$1.7 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_b^-$	0.112	0.0741	0.306	0.254	0.0332	0.00293	$2. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	0.868	1.14	2.21	1.8	0.155	0.0132	$7. \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_b^-$	0.254	0.184	0.511	0.444	0.104	0.0238	$1.3 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_b^-$	6.03	4.22	16.6	13.7	1.68	0.144	$7.1 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Sigma_c^{++}$	0.0035	$7.51 \times 10^{-5}$	$2.37 \times 10^{-4}$	$2.7 \times 10^{-4}$	$1.4 \times 10^{-4}$	$2.1 \times 10^{-4}$	$9. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^+$	1.58	0.155	0.438	0.437	0.2	0.265	0.0544
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Lambda_c^+$	$3. \times 10^{-4}$	$1.45 \times 10^{-5}$	$4.3 \times 10^{-5}$	$5. \times 10^{-5}$	$3. \times 10^{-5}$	$3. \times 10^{-5}$	$1. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Sigma_c^+$	$7. \times 10^{-4}$	$1.43 \times 10^{-5}$	$4.6 \times 10^{-5}$	$6. \times 10^{-5}$	$3. \times 10^{-5}$	$4. \times 10^{-5}$	$2. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+$	0.603	0.059	0.167	0.166	0.0761	0.101	0.0207
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Xi_c^+$	$5. \times 10^{-4}$	$3. \times 10^{-5}$	$8.8 \times 10^{-5}$	$1. \times 10^{-4}$	$5. \times 10^{-5}$	$6. \times 10^{-5}$	$2. \times 10^{-5}$
$\Omega_{bc}^0 \rightarrow \Omega_{cc}^+$	1.87	0.151	0.429	0.433	0.199	0.268	0.061

Таблица: Относительные вероятности распадов  $bc$  барионов в процентах



# Численные результаты: bb-барионы

$\mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2$	Modes						
	$ \nu_l $	$\pi$	$\rho$	$2\pi$	$3\pi$	$a_1$	$5\pi$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Sigma_b^+$	0.0043	$1.33 \times 10^{-4}$	$4.34 \times 10^{-4}$	$4.8 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{-4}$	$3.9 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-4}$
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+$	<b>2.59</b>	0.196	0.568	0.577	0.272	0.374	0.088
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^+$	<b>1.15</b>	0.0388	0.128	0.141	0.0734	0.114	0.0388
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Lambda_b^0$	0.0011	$7.42 \times 10^{-5}$	$2.23 \times 10^{-4}$	$2.3 \times 10^{-4}$	$1.2 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-4}$	$4. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0$	0.0022	$6.68 \times 10^{-5}$	$2.18 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-4}$	$2. \times 10^{-4}$	$7. \times 10^{-5}$
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0$	<b>2.62</b>	0.197	0.572	0.582	0.274	0.377	0.0889
$\Xi_{bb}^- \rightarrow \Xi_{bc}^0$	<b>1.16</b>	0.0387	0.128	0.141	0.0733	0.114	0.0389
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0$	0.002	$1.51 \times 10^{-4}$	$4.51 \times 10^{-4}$	$4.6 \times 10^{-4}$	$2.3 \times 10^{-4}$	$3.2 \times 10^{-4}$	$7. \times 10^{-5}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Xi_b^0$	0.0044	$1.39 \times 10^{-4}$	$4.53 \times 10^{-4}$	$5. \times 10^{-4}$	$2.6 \times 10^{-4}$	$4.1 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-4}$
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0$	<b>4.81</b>	0.391	<b>1.13</b>	<b>1.15</b>	0.542	0.743	0.167
$\Omega_{bb}^- \rightarrow \Omega_{bc}^0$	<b>2.13</b>	0.0773	0.256	0.281	0.148	0.229	0.0747

Таблица: Относительные вероятности распадов bb барионов в процентах

# Результаты: $|\nu_l|, d\text{Br}/dq^2$

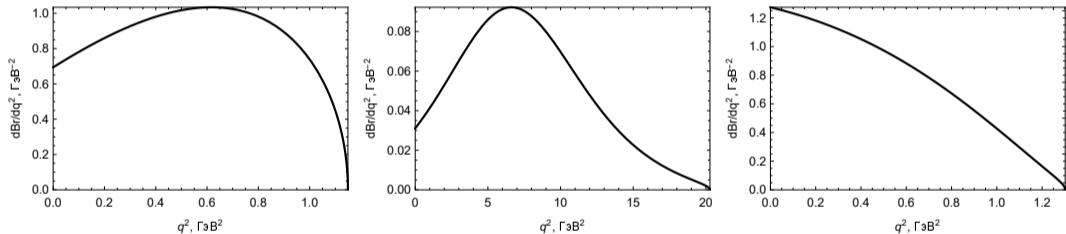


Рис.:  $d\text{Br}/dq^2$  для распадов  $\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 |\nu_l|, \Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 |\nu_l|, \Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ |\nu_l|$

# Результаты: $l\nu_l$ , $d\text{Br}/dm_{B_2 l}^2$

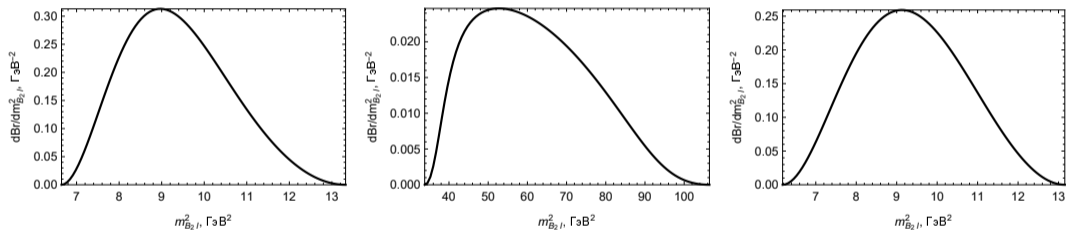


Рис.:  $d\text{Br}/dm_{B_2 l}^2$  для распадов  $\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^{\prime 0} l\nu_l$ ,  $\Xi_{bb}^- \rightarrow \Sigma_b^0 l\nu_l$ ,  $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^+ l\nu_l$

# Результаты: $(2\pi)_{ch}$ , $(3\pi)_{ch}$ , $(5\pi)_{ch}$ , $dBr/dq^2$

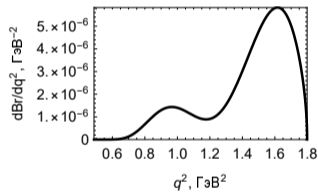
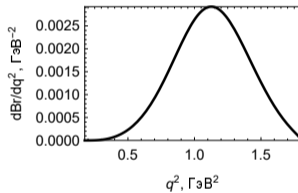
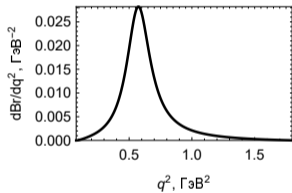


Рис.:  $dBr/dq^2$  для распадов  $\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 2\pi$ ,  $\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 3\pi$  и  $\Omega_{cc}^+ \rightarrow \Xi_c^0 5\pi$

# Заключение

Что сделано:

- 1 Для каждого из распадов  $B_1 \rightarrow B_2$  получена параметризация формфакторов  $f(q^2)$
- 2 Найдены спектральные функции  $\rho_T, \rho_L$
- 3 Получены  $\text{Br}$
- 4 Выполнено сравнение распадов  $(2\pi, \rho)$  и  $(3\pi, a_1)$
- 5 Получены распределения  $d\text{Br}/dq^2, d\text{Br}/dm_{B_2}^2$

Планы:

- 1 Больше мод распадов
- 2 Статья
- 3 Модель для генератора

## Интегралы перекрытия: аксиальные формфакторы

$$\begin{aligned}
 f_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+ + P'^+} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{6 \sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(P + M_0) \gamma^+ (P' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (p'_1 + m'_1) \gamma^+ (p_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p^\alpha p^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right) \\
 g_1(q^2) &= \frac{1}{8P^+ + P'^+} \int \frac{dx_2 d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_\perp) \phi(x, k_\perp)}{2 \sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(P + M_0) \gamma^+ \gamma_5 (P' + M'_0) \gamma_5 \gamma_\alpha (p'_1 + m'_1) \gamma^+ \gamma_5 (p_1 + m_1) \gamma_5 \gamma_\beta] \left( \frac{p^\alpha p^\beta}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right).
 \end{aligned}$$

## Интегралы перекрытия: аксиальные формфакторы

$$\begin{aligned}
 f_2(q^2) &= -\frac{1}{8P^+ + P'^+} \frac{iq_{\perp}^i}{q_{\perp}^2} \int \frac{dx_2 d^2 k_{\perp}}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_{\perp})\phi(x, k_{\perp})}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(P + M_0)\sigma^{i+}(P' + M'_0)\gamma_5\gamma_{\alpha}(p'_1 + m'_1)\gamma^+(p_1 + m_1)\gamma_5\gamma_{\beta}] \left( \frac{p^{\alpha} p^{\beta}}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right) \\
 g_2(q^2) &= \frac{1}{8P^+ + P'^+} \frac{iq_{\perp}^i}{q_{\perp}^2} \int \frac{dx_2 d^2 k_{\perp}}{2(2\pi)^3} \frac{\phi'(x', k'_{\perp})\phi(x, k_{\perp})}{2\sqrt{x_1 x'_1 (p_1 \bar{P} + m_1 M_0)(p'_1 \bar{P}' + m'_1 M'_0)}} \\
 &\quad \times \text{Tr}[(P + M_0)\sigma^{i+}\gamma_5(P' + M'_0)\gamma_5\gamma_{\alpha}(p'_1 + m'_1)\gamma^+\gamma_5(p_1 + m_1)\gamma_5\gamma_{\beta}] \left( \frac{p^{\alpha} p^{\beta}}{m_2^2} - g^{\alpha\beta} \right).
 \end{aligned}$$