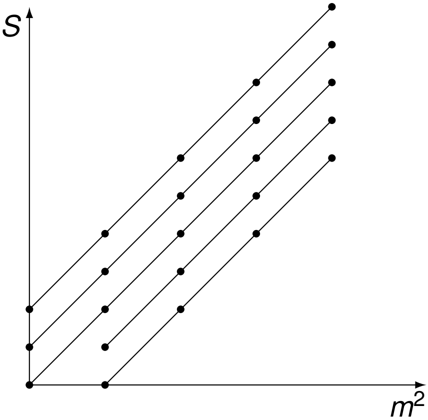
Массивные супермультиплеты высших спинов в пространстве AdS_4

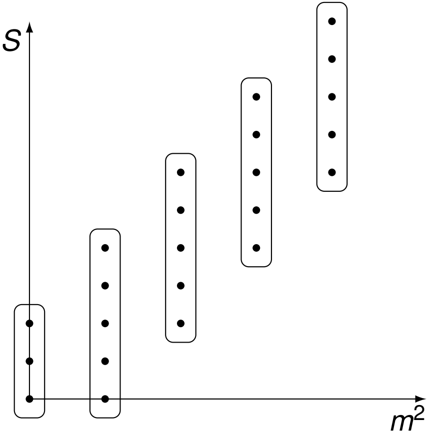
Ю. М. Зиновьев

Основано на Buchbinder, Khabarov, Snegirev, Zinoviev
Nucl. Phys. B942 (2019) 1, arXiv:1904.01959, 1904.05580

25.06.19

Спектр суперструны





План

1. В чем проблема?
2. Представления групп
3. Массивные супермультиплеты
4. Особые случаи
   - Частично безмассовые поля
   - Поля бесконечного спина

Безмассовые vs массивные

- Суперпреобразования для безмассовых полей строятся очень просто:
$$\delta B \sim (\bar{F}\zeta), \qquad \delta F \sim \partial B\zeta$$
- Попытки построения даже для относительно невысоких спинов ($s = 2, 5/2$) приводят к очень сложным конструкциям без очевидного обощения на произвольные спины:
  - Суперпреобразования содержат члены с высшими производными, при этом чем выше спин, тем выше порядок производных
  - Безмассовый предел оказывается сингулярным, поэтому весь наш опыт работы с безмассовыми супермультиплетами не помогает
- Все попытки использовать суперполевой формализм (который так замечательно работает в безмассовом случае) к успеху до сих пор не привели

Работающий подход

- В плоском четырехмерном пространстве $N = 1$ супермультиплеты произвольного спина (Зиновьев 2007) были впервые построены с использование калибровочно инвариантного формализма для массивных бозонов (Зиновьев 2001) и фермионов (Мецаев 2006)
- Никаких сложных поправок с высшими производными к суперпреобразованиям не требовалось; единственные поправки — к суперпреобразованиям фермионов без производных

$$\delta B \sim (\bar{F}\eta), \qquad \delta F \sim (\partial B + mB)\eta$$

- Поправки с высшими производными воспроизводятся как результат фиксации калибровки
- Безмассовый предел не сингулярен
- Естественно использовать такой формализм для обобщения в пространство AdS, включая особые пределы (частично безмассовые и бесконечного спина)

Группа $O(3)$

- Неприводимые представдления характеризуются одним параметром $l = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$
- Описание в терминах (спин-)тензоров:
  - Целый спин l

$$\phi^{(a_1 a_2 \ldots a_l)}, \qquad g_{a_1 a_2} \phi^{a_1 a_2 \ldots a_l} = 0$$

  - Полуцелый спин $l + \frac{1}{2}$

$$\Psi_\alpha^{(a_1 a_2 \ldots a_l)}, \qquad (\sigma^{a_1})_\alpha{}^\beta \Psi_\beta^{a_1 a_2 \ldots a_l} = 0$$

- Описание в терминах мультиспиноров:

$$\phi^{(\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_{2l})} = \phi^{\alpha(2l)}$$

$$\phi^{(\alpha_1 \ldots \alpha_k)} \otimes \xi^\alpha \Rightarrow \phi^{(\alpha_1 \ldots \alpha_k} \xi^{\alpha)} \oplus \phi^{\alpha_1 \ldots \alpha_{k-1} \beta} \xi_\beta$$

Группа Лоренца

- Группа Лоренца (на комплексных представлениях) изоморфна прямому произведению $O(3,1) \equiv O(3) \otimes O(3)$
- Соответственно представления группы Лоренца характеризуются двумя параметрами (a, b), $a, b = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$, при этом бозоны и фермионы соответствуют целым и полуцелым значениям $a + b$
- Описание в терминах (спин-)тензоров:
  - Бозон:
$$\Phi^{\mu_1 \dots \mu_{a+b}, \nu_1 \dots \nu_{|a-b|}} \sim Y(a+b, |a-b|)$$
  - Фермион:
$$\Psi_\alpha^{\mu_1 \dots \mu_{a+b-1/2}, \nu_1 \dots \nu_{|a-b|-1/2}} \sim Y(a+b-1/2, |a-b|-1/2)$$
- Описание в терминах мультиспиноров:
$$\Phi^{\alpha(2a)\dot{\alpha}(2b)}$$

Группа Пуанкаре (AdS_4)

- Массивное представление конечного спина (параметры масса и спин)
$$h = (0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm s)$$
$$h = (\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \dots, \pm(s + \frac{1}{2}))$$
- Частично безмассовые представления (параметры старшая и младшая спиральность)
$$h = (\pm l, \pm(l + 1) \dots, \pm s)$$
$$h = (\pm(l + \frac{1}{2}), \pm(l + \frac{3}{2}), \dots, \pm(s + \frac{1}{2})$$
- Безмассовые представления бесконечного спина — бозон и фермион ($m \to 0$, $s \to \infty$, $ms = \mu = const$)
$$P^2 = 0, \qquad W^2 = \mu^2 > 0$$

Группа супер-Пуанкаре (супер-AdS_4)

- Два типа безмассовых супермультиплетов

$$\begin{pmatrix} \Psi_{s+1/2} \\ \Phi_s \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Phi_s \\ \Psi_{s-1/2} \end{pmatrix}$$

- Два типа массивных супермультиплетов

$$\begin{pmatrix} & \Psi_{s+1/2} & \\ \Phi_s & & \Phi'_s \\ & \Psi_{s-1/2} & \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} & \Phi_{s+1} & \\ \Psi_{s+1/2} & & \Psi_{s+1/2} \\ & \Phi'_s & \end{pmatrix}$$

- В плоском случае все члены супермультиплета имеют равные массы. В AdS — ?

Калибровочно инвариантный формализм

- Набор полей полностью определяется спектром спиральностей
  - Бозон спина s

$$\begin{array}{rcll} \Phi_\mu{}^{\alpha(k)\dot\alpha(k)} & \Leftrightarrow & \Phi_\mu{}^{a(k)}, & \qquad k \le s-1 \\ \Omega_\mu{}^{\alpha(k+1)\dot\alpha(k-1)} + h.c. & \Leftrightarrow & \Omega_\mu{}^{a(k),b} & \end{array}$$

  - Фермион спина $s + 1/2$

$$\Psi_\mu{}^{\alpha(k+1)\dot\alpha(k)} + h.c. \quad \Leftrightarrow \quad \Psi_\mu{}^{a(k)}, \qquad (\gamma\Psi)_\mu{}^{a(k-1)} = 0$$

- Лагранжиан

$$\mathcal{L} \sim \sum_k \mathcal{L}_{kin} + m\mathcal{L}_1(+m^2\mathcal{L}_2)$$

- Безмассовый предел — несингулярный. В плоском случае лагранжиан распадается на сумму лагранжианов безмассовых компонент.

Анзатц для суперпреобразований

- Бозоны имеют четное число спинорных индексов, а фермионы — нечетное. Параметры суперпреобразований — ζ^α, $\zeta^{\dot\alpha}$
- Наиболее общий анзатц для суперпреобразований

$$
\begin{aligned}
\delta f^{\alpha(k)\dot\alpha(k)} &= \alpha_k \Phi^{\alpha(k)\beta\dot\alpha(k)}\zeta_\beta + \alpha'_k \Phi^{\alpha(k)\dot\alpha(k-1)}\zeta^{\dot\alpha} + h.c. \\
\delta\Phi^{\alpha(k+1)\dot\alpha(k)} &= \beta_k \Omega^{\alpha(k+1)\dot\alpha(k-1)}\zeta^{\dot\alpha} + \gamma_k f^{\alpha(k)\dot\alpha(k)}\zeta^\alpha \\
&\quad + \beta'_{k+1}\Omega^{\alpha(k+1)\beta\dot\alpha(k)}\zeta_\beta + \gamma'_{k+1} f^{\alpha(k+1)\dot\alpha(k)\dot\beta}\zeta_{\dot\beta}
\end{aligned}
$$

- Схематически:

$$
\begin{tikzcd}
f_{k-1} \arrow[dr, dash, "\alpha_{k-1}"] & & f_k \arrow[dl, dash, "\alpha'_k"'] \arrow[dr, dash, "\alpha_k"] & & f_{k+1} \arrow[dl, dash, "\alpha'_{k+1}"'] \\
\dots & \Phi_{k-\frac{1}{2}} & & \Phi_{k+\frac{1}{2}} & \dots
\end{tikzcd}
$$

Параметры суперпреобразований

- Пара $(s, s+\frac{1}{2})$

$$\beta_{k-1} = \sqrt{\frac{(s+k+1)(M_F \mp k\lambda)}{(k-1)}}\beta$$

$$\beta'_{k-1} = \mp\sqrt{(k-1)(s-k+1)(M_F \pm k\lambda)}\beta$$

- Пара $(s, s-\frac{1}{2})$

$$\beta_{k-1} = \sqrt{\frac{(s-k)(M_F \mp k\lambda)}{(k-1)}}\beta$$

$$\beta'_{k-1} = \pm\sqrt{(k-1)(s+k)(M_F \pm k\lambda)}\beta$$

- Здесь:

$$M_B{}^2 = M_F(M_F \pm \lambda)$$

Итог

- Целый суперспин

$$\begin{pmatrix} & s+\frac{1}{2} & \\ s & & s' \\ & s-\frac{1}{2} & \end{pmatrix}$$

$$M^2 = M_1(M_1 - \lambda), \qquad M'^2 = M_1(M_1 + \lambda), \qquad M_2 = M_1$$

- Полуцелый суперспин

$$\begin{pmatrix} & s+1 & \\ s+\frac{1}{2} & & s+\frac{1}{2} \\ & s' & \end{pmatrix}$$

$$M^2 = M'^2 = M_1(M_1 + \lambda), \qquad M_2 = M_1 + \lambda$$

- В случае $d = 3$:

$$M_B = M_F \pm \frac{\lambda}{2}$$

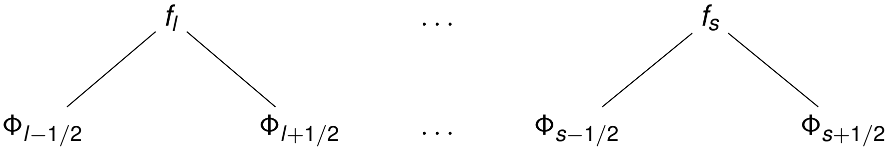
Частично безмассовые поля и суперсимметрии?

- Частично безмассовая супергравитация (Зиновьев 2017):
  - Частично безмассовый спин 2 $(\pm 2, \pm 1)$
  - Массивный спин 3/2 $(\pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2})$
- AdS_4/CFT_3 соответствие. Основано на том, что группа $O(3,2)$ играет роль:
  - группы изометрий для пространства AdS_4
  - конформной группы для трех-мерного пространства

  Аналогично и для суперсимметричных расширений
- Garcia-Saenz, Hinterbichler, Rosen 2018
  - Построили новый бесконечный набор представлений трех=мерной суперконформной группы, которым по AdS/CFT должны соответствовать супермультиплеты с частично безмассовыми полями в AdS_4
  - Построили явную реализацию простейшего примера — супермультиплет с частично безмассовым спином 2

Супермультиплеты с частично безмассовыми полями

- Суперпартнером для частично безмассового бозона со старшей спиральностью $\pm s$ и младшей $\pm l$ может быть только частично безмассовый фермион со старшей спиральностью $\pm(s \pm 1/2)$ и младшей $\pm(l \pm 1/2)$



- Как и в массивном случае каждый такой супермультиплет содержит два бозона и два фермиона с фиксированными суперсимметрией старшими и младшими спиральнстями.
- Построенный нами (бесконечный) набор таких супермультипллетов находится в однозначном соответствии с набором представлений трех-мерной суперконформной группы.

Супермультиплет с полями бесконечного спина

- Brink, Khan, Ramond, Xiong 2002
  Классификация супермультиплетов бесконечного спина в пространстве произвольной размерности $d \geq 4$
- Первым явным примером стал спермультиплет из одного бозона и одного фермиона бесконечного спина в $d = 3$ (Зиновьев 2017)
- В $d = 4$ такой супермультиплет может быть получен из массивного супермультиплета конечного спина в пределе $m \to 0$, $s \to \infty$, $ms = \mu^2 = const$. При этом оба типа супермультиплетов

$$(s + \frac{1}{2}, s, s', s - \frac{1}{2}) \qquad (s + 1, s + \frac{2}{2}, s + \frac{1}{2}, s')$$

  дают один и тот же предел
- Таким образом, существует только один супермультиплет, содержащий два бозона и два фермиона бесконечного спина.