О радиусе взаимодействия адронов при асимптотически высоких энергиях

М. Л. Некрасов

Установлено соотношение неопределенности для систем, развивающихся путем каскадных распадов. На его основе показывается, что предположение об ограниченности (в среднем) поперечных импульсов партонов имеет следствием логарифмический рост радиуса взаимодействия адронов при асимптотически высоких энергиях.

Семинар ОТФ, ИФВЭ
3 декабря 2019

- Введение
- Соотношение неопределенности для каскадных процессов
- Распределение партонов в поперечной плоскости
- Выводы

Введение

Ограничение Фруассара:

$$\sigma_t(s) \leq \frac{4\pi}{t_0} \ln^2 s\,, \quad s \to \infty$$

- чёрный диск
- с экспоненциально спадающей границей
- радиус диска R ~ ln s

$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\}$$ Каковы динамические причины такого поведения?

Ограничение Фруассара:

$$\sigma_t(s) \leq \frac{4\pi}{t_0} \ln^2 s\,, \quad s \to \infty$$

- чёрный диск
- с экспоненциально спадающей границей
- радиус диска R ~ ln s

$\Big\}$ Каковы динамические причины такого поведения?

Схема доклада:

Соотношение неопределенности для каскадных процессов:

$\Delta\rho\,\Delta k \geq N$ $\Rightarrow$

- партоны независимы (не скоррелированы)

$\Delta\rho \sim \sqrt{N}\,,\quad \Delta k \sim \sqrt{N}$ $\qquad N \to \infty \qquad N \sim \ln s$

- имеется ограничение $\Delta k \sim 1$ $\Rightarrow$ партоны скоррелированы

число распадов

$\Delta\rho \sim N$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij}$ ⇨ $\Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния: $\hat{a}^- \psi = 0 \;, \;\; \hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2 \hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$

$$<\vec{x}\,|\psi> \;\equiv\; \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^{\,2}\mu^2/2}\,, \qquad (\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \;\equiv\; \widetilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)} \qquad (\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{2}$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij}$ $\Rightarrow$ $\Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния: $\hat{a}^- \psi = 0$, $\hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2 \hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$

$$<\vec{x}\,|\psi> \;\equiv\; \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^{\,2}\mu^2/2}, \qquad (\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \;\equiv\; \widetilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)} \qquad (\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{2}$$

- Система частиц, развивающаяся путем последовательных расщеплений в 2-мерном пр-ве;
- Каждая частица однократно испускает подобную себе частицу;
- Положение каждой частицы i характеризуется радиус-вектором r_i, отсчитываемым от положения родительской частицы.

$$\Psi_N(\{\vec{r}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \psi(\vec{r}_i) = \left(\mu^2/\pi\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{\mu^2}{2} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i^{\,2} \right\}$$

$$\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \widetilde{\psi}(\vec{k}_i) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\mu^2} \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i^{\,2} \right\}$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij} \quad \Rightarrow \quad \Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния:

$$\hat{a}^- \psi = 0 \quad , \quad \hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2 \hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$$

$$<\vec{x}\,|\psi> \;\equiv\; \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^{\,2}\mu^2/2}, \qquad (\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \;\equiv\; \widetilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)} \qquad (\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{2}$$

- Система частиц, развивающаяся путем последовательных расщеплений в 2-мерном пр-ве;
- Каждая частица однократно испускает подобную себе частицу;
- Положение каждой частицы i характеризуется радиус-вектором r_i, отсчитываемым от положения родительской частицы.

$$\Psi_N(\{\vec{r}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \psi(\vec{r}_i) = \left(\mu^2/\pi\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{\mu^2}{2} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i^{\,2} \right\}$$

$$\vec{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i$$

$$\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \widetilde{\psi}(\vec{k}_i) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\mu^2} \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i^{\,2} \right\}$$

$$\vec{\mathcal{K}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i$$

коллективные
переменные

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij}$ $\Rightarrow$ $\Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния:

$$\hat{a}^- \psi = 0 \ , \ \hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2 \hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$$

$$<\vec{x}\,|\psi> \ \equiv \ \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^{\,2}\mu^2/2} ,$$

$$(\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \ = \ \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \ \equiv \ \widetilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)}$$

$$(\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \ = \ \tfrac{n}{2}\mu^2$$

- Система частиц, развивающаяся путем последовательных расщеплений в 2-мерном пр-ве;
- Каждая частица однократно испускает подобную себе частицу;
- Положение каждой частицы i характеризуется радиус-вектором r_i, отсчитываемым от положения родительской частицы.

$$\Psi_N(\{\vec{r}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \psi(\vec{r}_i) = \left(\mu^2/\pi\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{\mu^2}{2} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i^{\,2} \right\}$$

$$\vec{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \ , \ \ \langle \, \vec{\mathcal{R}}^{\,2} \rangle \ \equiv \ <\Psi| \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \hat{\vec{r}}_i \, \hat{\vec{r}}_j |\Psi>$$

$$\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \widetilde{\psi}(\vec{k}_i) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{N/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\mu^2} \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i^{\,2} \right\}$$

$$\vec{\mathcal{K}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i \ , \ \ \langle \, \vec{\mathcal{K}}^{\,2} \rangle \ \equiv \ <\Psi| \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \hat{\vec{k}}_i \, \hat{\vec{k}}_j |\Psi>$$

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij} \Rightarrow \Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния: $\hat{a}^-\psi = 0 \ , \quad \hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2\hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$

$$<\vec{x}\,|\psi> \;\equiv\; \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^{\,2}\mu^2/2} \,, \qquad (\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \;\equiv\; \widetilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)} \qquad (\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \;=\; \tfrac{n}{2}\mu^2$$

- Система частиц, развивающаяся путем последовательных расщеплений в 2-мерном пр-ве;
- Каждая частица однократно испускает подобную себе частицу;
- Положение каждой частицы i характеризуется радиус-вектором r_i, отсчитываемым от положения родительской частицы.

$$\Psi_N(\{\vec{r}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \psi(\vec{r}_i) = \left(\mu^2/\pi\right)^{N/2} \exp\left\{-\frac{\mu^2}{2}\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i^{\,2}\right\}$$

$$\vec{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \,, \quad \langle\, \vec{\mathcal{R}}^{\,2} \rangle \;\equiv\; <\Psi|\sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \cancel{\hat{\vec{r}}_i \hat{\vec{r}}_j}|\Psi> \;=\; N\mu^{-2}$$

$$\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \widetilde{\psi}(\vec{k}_i) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\mu^2}\sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i^{\,2}\right\}$$

Если нет корреляций

$$\vec{\mathcal{K}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i \,, \quad \langle\, \vec{\mathcal{K}}^{\,2} \rangle \;\equiv\; <\Psi|\sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \cancel{\hat{\vec{k}}_i \hat{\vec{k}}_j}|\Psi> \;=\; N\mu^2$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

n-мерное пространство: $[\hat{x}_i, \hat{k}_j] = \mathrm{i}\delta_{ij} \quad \Longrightarrow \quad \Delta x\, \Delta k \geq n/2$

Наименьшая неопределенность
у вакуумно-подобного состояния:

$$\hat{a}^- \psi = 0 \ , \quad \hat{a}^- = (\hat{k} - \mathrm{i}\mu^2 \hat{x})/\sqrt{2\mu^2}$$

$$<\vec{x}\,|\psi> \ \equiv \ \psi(\vec{x}) = \left(\mu^2/\pi\right)^{n/4} e^{-\vec{x}^2\mu^2/2}\,, \qquad (\Delta x)^2 = \langle \sum \hat{x}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{x}_i \rangle^2 \ = \ \tfrac{n}{2}\mu^{-2}$$

$$<\vec{k}\,|\psi> \ \equiv \ \tilde{\psi}(\vec{k}) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{n/4} e^{-\vec{k}^{\,2}/(2\mu^2)} \qquad (\Delta k)^2 = \langle \sum \hat{k}_i^2 \rangle - \sum \langle \hat{k}_i \rangle^2 \ = \ \tfrac{n}{2}\mu^2$$

- Система частиц, развивающаяся путем последовательных расщеплений в 2-мерном пр-ве;
- Каждая частица однократно испускает подобную себе частицу;
- Положение каждой частицы i характеризуется радиус-вектором r_i, отсчитываемым от положения родительской частицы.

$$\Psi_N(\{\vec{r}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \psi(\vec{r}_i) = \left(\mu^2/\pi\right)^{N/2} \exp\left\{-\frac{\mu^2}{2}\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i^{\,2}\right\}$$

$$\vec{\mathcal{R}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i\,, \quad \langle\, \vec{\mathcal{R}}^{\,2} \rangle \ \equiv \ <\Psi| \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \cancel{\hat{\vec{r}}_i \hat{\vec{r}}_j} |\Psi> \ = \ N\mu^{-2}$$

“гаусс”

$$\tilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\}) = \prod_{i=1}^{N} \tilde{\psi}(\vec{k}_i) = \left(4\pi/\mu^2\right)^{N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\mu^2}\sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i^{\,2}\right\}$$

Если нет корреляций

$$\Delta\mathcal{R}\,\Delta\mathcal{K} = N$$

$$\vec{\mathcal{K}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{k}_i\,, \quad \langle\, \vec{\mathcal{K}}^{\,2} \rangle \ \equiv \ <\Psi| \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i^{\,2} + \sum_{i\neq j} \cancel{\hat{\vec{k}}_i \hat{\vec{k}}_j} |\Psi> \ = \ N\mu^2$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

$$\hat{\vec{\mathcal{R}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i \ , \qquad \hat{\vec{\mathcal{K}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i \quad \Longrightarrow \quad [\,\hat{\mathcal{R}}_\alpha,\, \hat{\mathcal{K}}_\beta] = \mathrm{i} N \delta_{\alpha\beta} \quad \Longrightarrow \quad \Delta\mathcal{R}\,\Delta\mathcal{K} \geq N$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

$$\hat{\vec{\mathcal{R}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i \,, \qquad \hat{\vec{\mathcal{K}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i \quad \Rightarrow \quad [\hat{\mathcal{R}}_\alpha, \hat{\mathcal{K}}_\beta] = \mathrm{i}N\delta_{\alpha\beta} \quad \Rightarrow \quad \Delta\mathcal{R}\,\Delta\mathcal{K} \geq N$$

Поведение системы как целого описывается плотностями распределения по коллективным переменным

Определяются как распределения крайней (последней) частицы в каскаде относительно геометрического центра

Гауссово распределение:

$$F_N(\vec{\mathcal{R}}) = \int \Big(\prod_i^N \mathrm{d}\,\vec{r}_i \Big)\, \delta(\vec{\mathcal{R}} - \sum_i^N \vec{r}_i)\, |\Psi_N(\{\vec{r}_i\})|^2$$

$$F_N(\vec{\mathcal{R}}) = \frac{\mu^2}{\pi N} \exp\left\{ -\frac{\vec{\mathcal{R}}^2 \mu^2}{N} \right\}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2 = \langle \mathcal{R}^2 \rangle = N\mu^{-2}$$

$$\mathcal{F}_N(\vec{\mathcal{K}}) = \int \Big[\prod_i^N \frac{\mathrm{d}\,\vec{k}_i}{(2\pi)^2} \Big] (2\pi)^2 \delta(\vec{\mathcal{K}} - \sum_i^N \vec{k}_i)\, |\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\})|^2$$

$$\mathcal{F}_N(\vec{\mathcal{K}}) = \frac{4\pi}{N\mu^2} \exp\left\{ -\frac{\vec{\mathcal{K}}^2}{N\mu^2} \right\}$$

$$(\Delta\mathcal{K})^2 = \langle \mathcal{K}^2 \rangle = N\mu^2$$

Соотношение неопределенности для каскадных процессов

$$\hat{\vec{\mathcal{R}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{r}}_i \,, \qquad \hat{\vec{\mathcal{K}}} = \sum_{i=1}^{N} \hat{\vec{k}}_i \quad \Longrightarrow \quad [\hat{\mathcal{R}}_\alpha, \hat{\mathcal{K}}_\beta] = \mathrm{i} N \delta_{\alpha\beta} \quad \Longrightarrow \quad \Delta\mathcal{R}\,\Delta\mathcal{K} \geq N$$

Поведение системы как целого описывается плотностями распределения по коллективным переменным

Определяются как распределения крайней (последней) частицы в каскаде относительно геометрического центра

Гауссово распределение:

$$F_N(\vec{\mathcal{R}}) = \int \Big(\prod_i^N \mathrm{d}\,\vec{r}_i \Big) \, \delta(\vec{\mathcal{R}} - \sum_i^N \vec{r}_i) \, |\Psi_N(\{\vec{r}_i\})|^2$$

$$F_N(\vec{\mathcal{R}}) = \frac{\mu^2}{\pi N} \exp\left\{ -\frac{\vec{\mathcal{R}}^2 \mu^2}{N} \right\}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2 = \langle \mathcal{R}^2 \rangle = N\mu^{-2}$$

$$\mathcal{F}_N(\vec{\mathcal{K}}) = \int \Big[\prod_i^N \frac{\mathrm{d}\,\vec{k}_i}{(2\pi)^2} \Big] \, (2\pi)^2 \delta(\vec{\mathcal{K}} - \sum_i^N \vec{k}_i) \, |\widetilde{\Psi}_N(\{\vec{k}_i\})|^2$$

$$\mathcal{F}_N(\vec{\mathcal{K}}) = \frac{4\pi}{N\mu^2} \exp\left\{ -\frac{\vec{\mathcal{K}}^2}{N\mu^2} \right\}$$

$$(\Delta\mathcal{K})^2 = \langle \mathcal{K}^2 \rangle = N\mu^2$$

Фундаментальные решения 2-мерного уравнения диффузии (N – “время”)

Распределение партонов в поперечной плоскости

Адрон характеризуется набором волновых функций / распределений с разным количеством партонов

$$F(\vec{\mathcal{R}}) = \sum_{N=1}^{N_{max}} |c_N|^2 F_N(\vec{\mathcal{R}})$$

$$\mathcal{F}(\vec{\mathcal{K}}) = \sum_{N=1}^{N_{max}} |c_N|^2 \mathcal{F}_N(\vec{\mathcal{K}})$$

$$\sum_{N=1}^{N_{max}} |c_N|^2 = 1$$

$|c_N|^2$ определяет вероятность того, что быстрый адрон состоит из N партонов

В случае гауссовых распределений:

$$(\Delta\mathcal{R})^2 = \sum_{N=1}^{N_{max}} |c_N|^2 N \mu^{-2} = \bar{N}\mu^{-2}$$

$$(\Delta\mathcal{K})^2 = \sum_{N=1}^{N_{max}} |c_N|^2 N \mu^2 = \bar{N}\mu^2$$

$\bar{N}$ — среднее число партонов

$\bar{N} = \varkappa N_{max}, \quad \varkappa < 1$

$$\boxed{(\Delta\mathcal{R})^2 = \varkappa\, \mu^{-2} N_{max}} \qquad \boxed{(\Delta\mathcal{K})^2 = \varkappa\, \mu^2 N_{max}}$$

$$N_{max} = \gamma \ln 2P/\mu$$

$$\boxed{R \sim \sqrt{\ln s}\,, \quad s \to \infty}$$

Распределение партонов в поперечной плоскости

Плотность числа партонов в поперечной плоскости:

$$\varrho \equiv \frac{N_{max}}{\pi(\Delta\mathcal{R})^2} = \frac{\gamma}{8\pi\alpha'(0)}$$

$$N_{max} = \gamma \ln 2P/\mu \qquad \gamma = (\ln 2)^{-1}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2/2 = B = B_0 + 2\alpha'(0)\ln s/s_0$$

$$\varrho \approx (0.3\text{fm})^{-2}$$

$$\alpha'(0) = 0.165\ \text{GeV}^{-2}$$

Donnachie, Landshoff (2013)

$$\mu \approx \varkappa^{1/2} \times 1\ \text{GeV, т.е. } \mu < 1\ \text{GeV}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2 \approx 1\ \text{GeV}^{-2} \times N_{max} \approx (0.2\ \text{fm})^2 \times N_{max}$$

Асимптотическая оценка!

$$(*) \qquad (\Delta\mathcal{K})^2 \approx \varkappa^2 \times 1\ \text{GeV}^2 \times N_{max} \qquad \varkappa = \bar{N}/N_{max}$$

При конечных N_{max} наличие $\varkappa^2$ позволяет параметрически снизить оценку $\Delta\mathcal{K}$ практически до любого значения ниже 1 GeV.

Плотность числа партонов в поперечной плоскости:

$$\varrho \equiv \frac{N_{max}}{\pi(\Delta\mathcal{R})^2} = \frac{\gamma}{8\pi\alpha'(0)}$$

$$\varrho \approx (0.3\text{fm})^{-2}$$

$$N_{max} = \gamma \ln 2P/\mu \qquad \gamma = (\ln 2)^{-1}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2/2 = B = B_0 + 2\alpha'(0)\ln s/s_0$$

$$\alpha'(0) = 0.165 \text{ GeV}^{-2}$$

Donnachie, Landshoff (2013)

$$\mu \approx \varkappa^{1/2} \times 1 \text{ GeV, т.е. } \mu < 1 \text{ GeV}$$

$$(\Delta\mathcal{R})^2 \approx 1 \text{ GeV}^{-2} \times N_{max} \approx (0.2 \text{ fm})^2 \times N_{max}$$

Асимптотическая оценка!

$$(*) \qquad (\Delta\mathcal{K})^2 \approx \varkappa^2 \times 1 \text{ GeV}^2 \times N_{max} \qquad \varkappa = \bar{N}/N_{max}$$

При конечных N_{max} наличие $\varkappa^2$ позволяет параметрически снизить оценку $\Delta\mathcal{K}$ практически до любого значения ниже 1 GeV.

При $N_{max} \to \infty$ и при конечном $\varkappa$ оценка $(*)$ приводит к неограниченному росту $\Delta\mathcal{K} \Longrightarrow$ нарушение целостности адрона

$\Delta\mathcal{K} < \Delta\mathcal{K}_{max}$ ⇒ Перестройка волновой функции, появление жёстких корреляций между партонами

$$\Delta\mathcal{R} \sim (\Delta\mathcal{K}_{max})^{-1} N_{max}$$

$$\boxed{R \sim \ln s\,, \quad s \to \infty}$$

Выводы:

1. Установлено соотношение неопределенности (Гейзенберга) для систем, развивающихся путём каскадных распадов: $\Delta\mathcal{R}\,\Delta\mathcal{K} \geq N$.

2. В его основе в партонной модели показывается:

- В случае отсутствия корреляций между партонами, дисперсии распределений их координат и импульсов в поперечной плоскости растут одинаковым образом с увеличением импульса /энергии/ адрона:

$$\Delta\mathcal{R} \sim \sqrt{\ln s}\,, \quad \Delta\mathcal{K} \sim \sqrt{\ln s}$$

- Если дисперсия по поперечным импульсам партонов ограничена, то между партонами имеется корреляция,

- и дисперсия распределения поперечных координат партонов возрастает по закону $\Delta\mathcal{R} \sim \ln s$, что означает логарифмический рост радиуса взаимодействия адронов при асимптотически высоких энергиях.