

# Два дифракционных конуса упругого рассеяния и гипотеза структурной симметрии

А. П. Самохин

01.12.2020

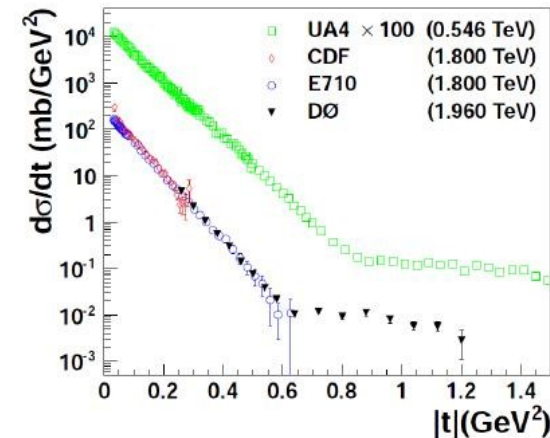
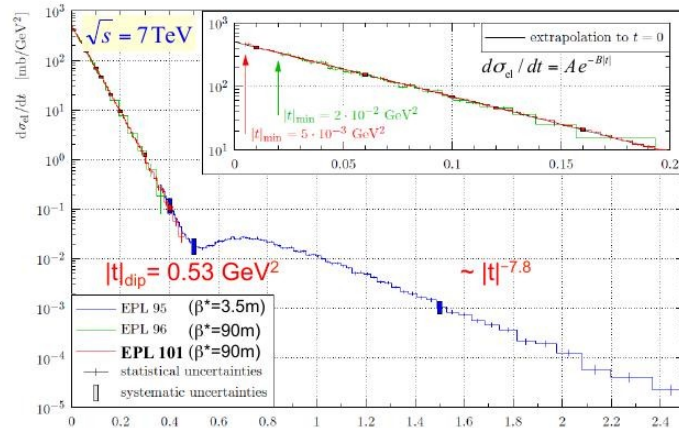
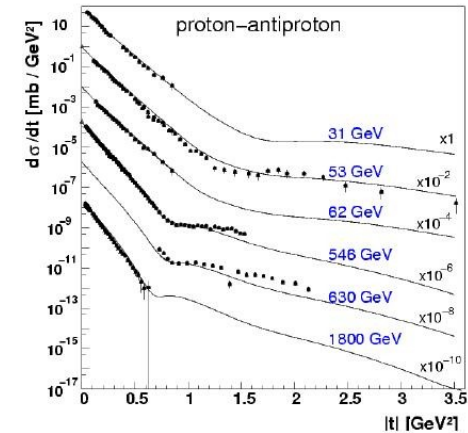
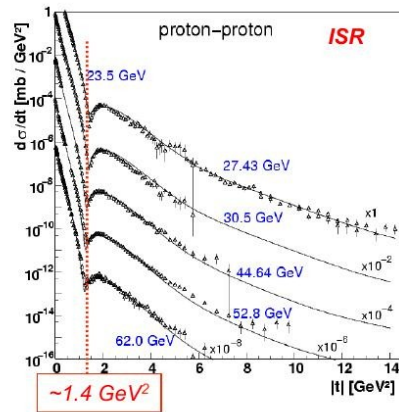
ИФВЭ, Протвино

arXiv:2007.08155 [hep-ph], Nucl. Phys. A ...

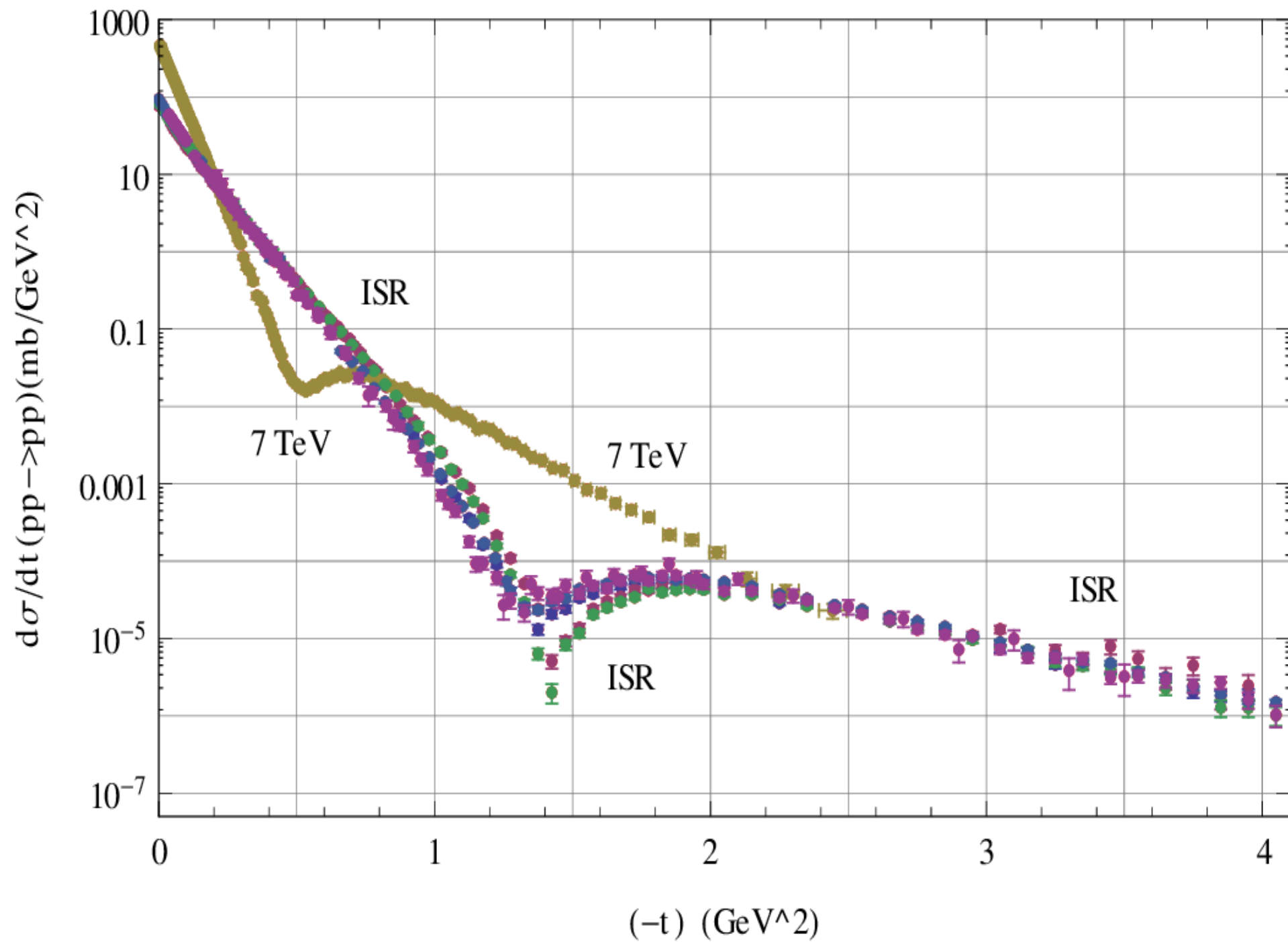
# Содержание

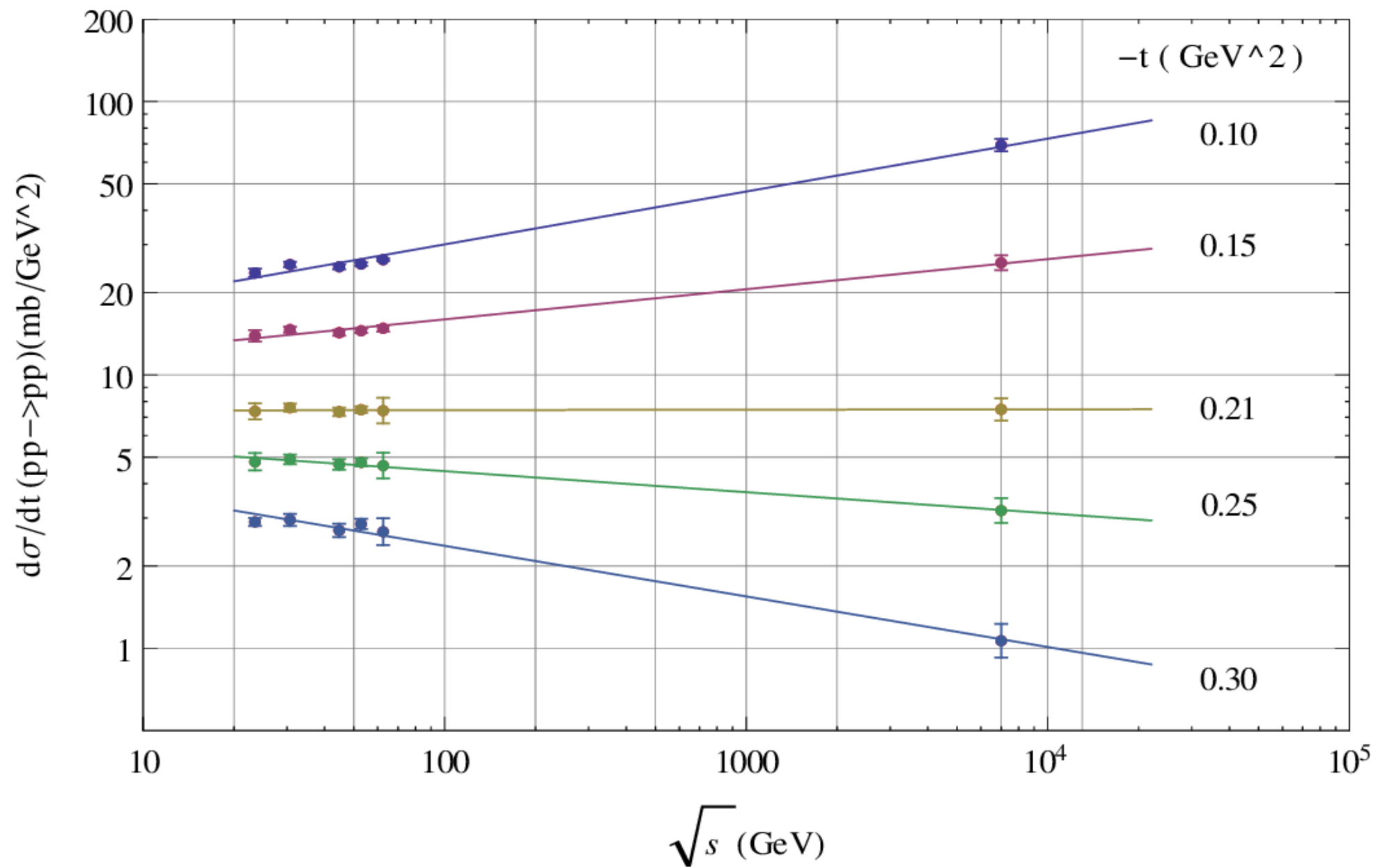
- 1 Введение
- 2 Энергетическая зависимость дифференциального сечения при фиксированной передаче импульса и структура амплитуды упругого рассеяния
- 3 Гипотеза структурной симметрии амплитуды
- 4 Резюме
- 5 Заключение

# The differential cross-sections



Наличие переднего дифракционного конуса следует из общих принципов локальной КТП (А. Martin, Y.S. Jin, Н. Cornille).





# On a Possible Stationary Point in High-Energy Scattering

V.A. Petrov and A.P. Samokhin  
Institute for High Energy Physics,  
“NRC Kurchatov Institute, Protvino”, RF

## Abstract

We discuss a curious observation: at energies from the ISR and up to the LHC, inclusively, the differential cross-section of elastic proton-proton scattering remains almost energy-independent at the transferred momentum  $t \approx -0.21\text{GeV}^2$  at the level of  $\approx 7,5 \text{ mb/GeV}^2$ . The latter value can be considered as a prediction for  $d\sigma/dt$  at 13 TeV. We also obtain a lower bound for the forward  $pp$  slope at 13 GeV.

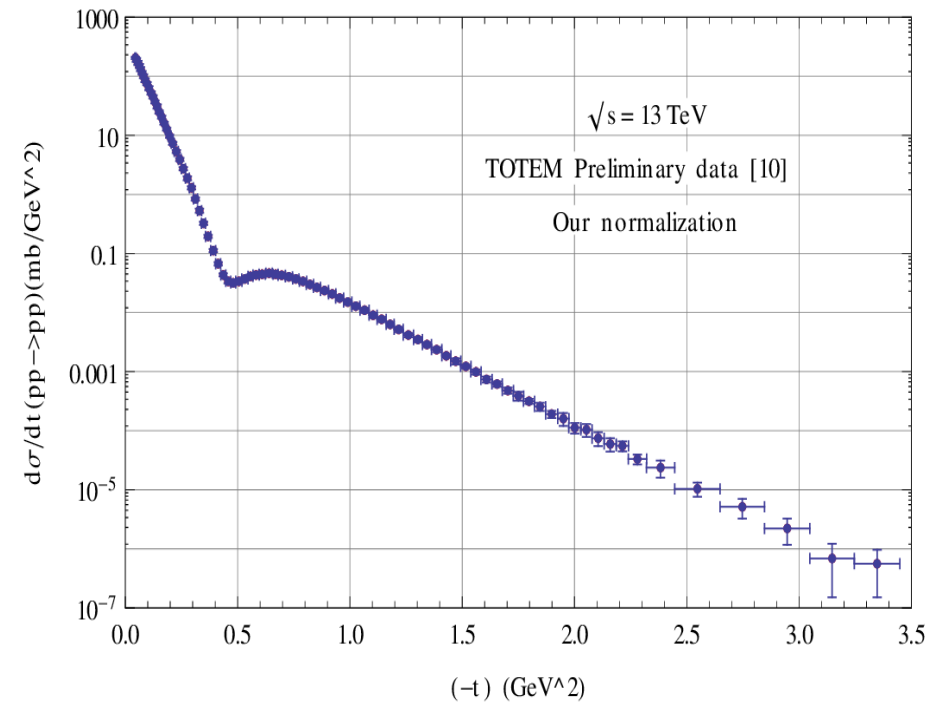
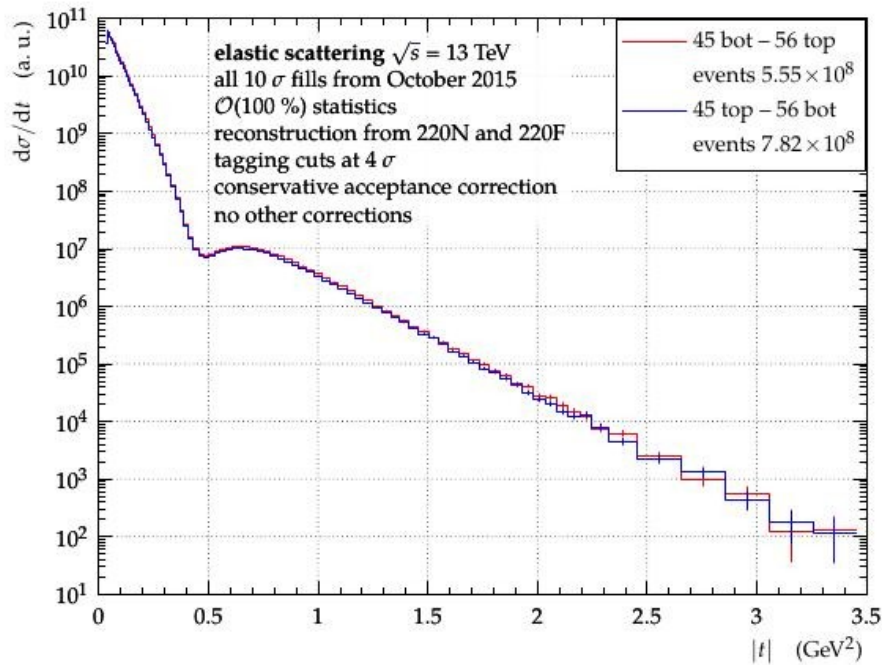
## 1 Hints at the Stationary Point

It is well and long ago known that at  $-t < 0.15 \text{ GeV}^2$  the  $pp$  differential cross-section grows with energy. On the contrary, at  $-t > 0.3 \text{ GeV}^2$  they clearly decrease[1]. Recent LHC data confirm these both trends.

This circumstance may impose a speculation that there could exist between these two regions of  $t$  a point  $t_*$  where differential cross-section doesn't change with energy at all. The stationary points of the differential cross-sections were discussed *en passant* many years ago in Refs. [2],[3] but didn't find any conceptual development. We, thus, assume that there exists a fixed (energy independent) point  $t_*$  where

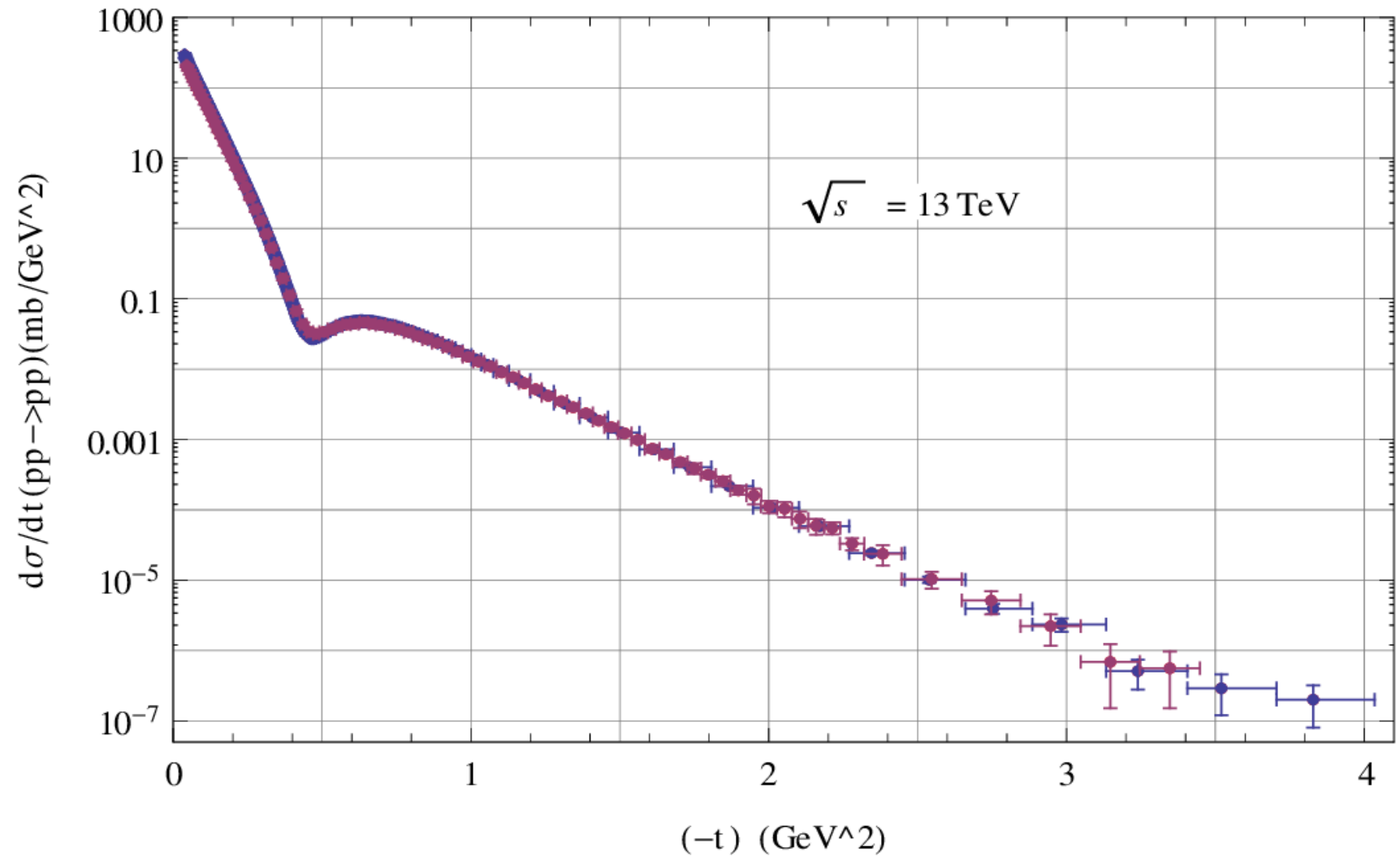
$$d[(d\sigma/dt)(s, t_*)]/ds \approx 0$$

# Predictions for $d\sigma/dt$ at 13 TeV

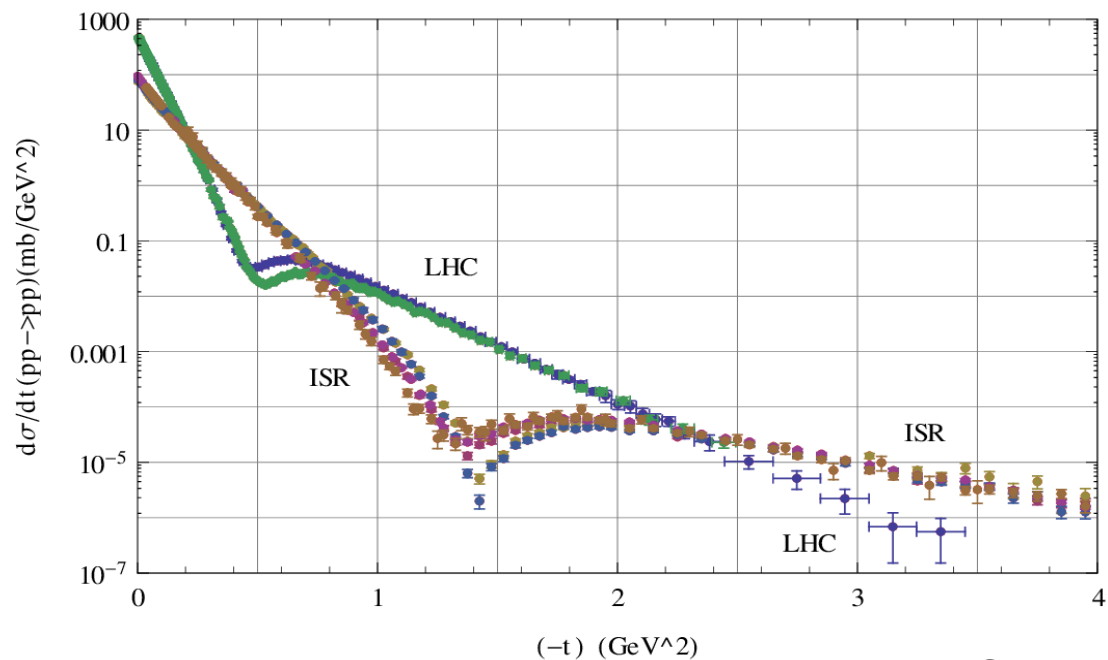


A.S., V.P., arXiv:1708.02879 [hep-ph]; Nucl. Phys. A 974 (2018) 45.

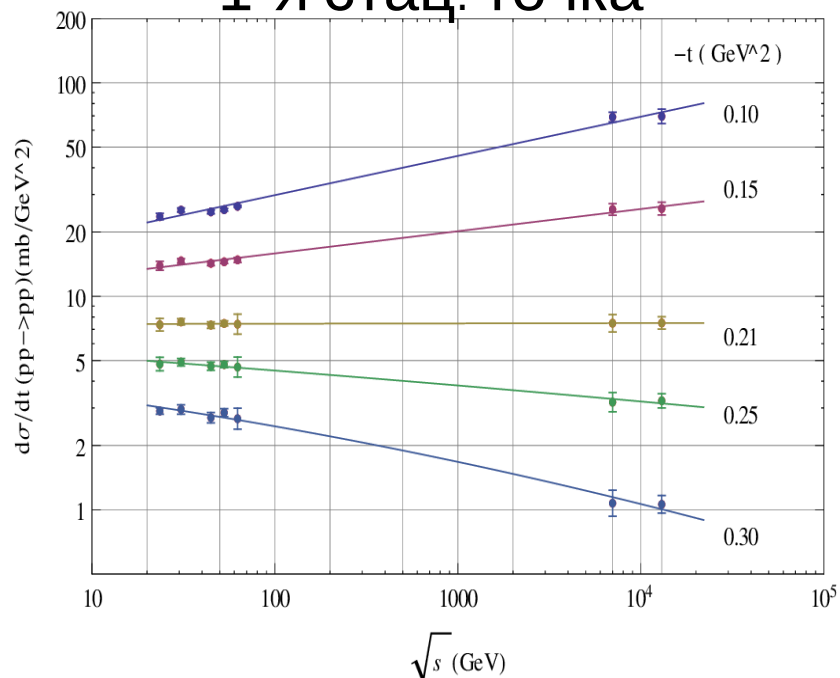
Сравнение наших предсказаний (2017) с нормированными  
данными TOTEM: Eur. Phys. J. C 79 (2019) 785; 861



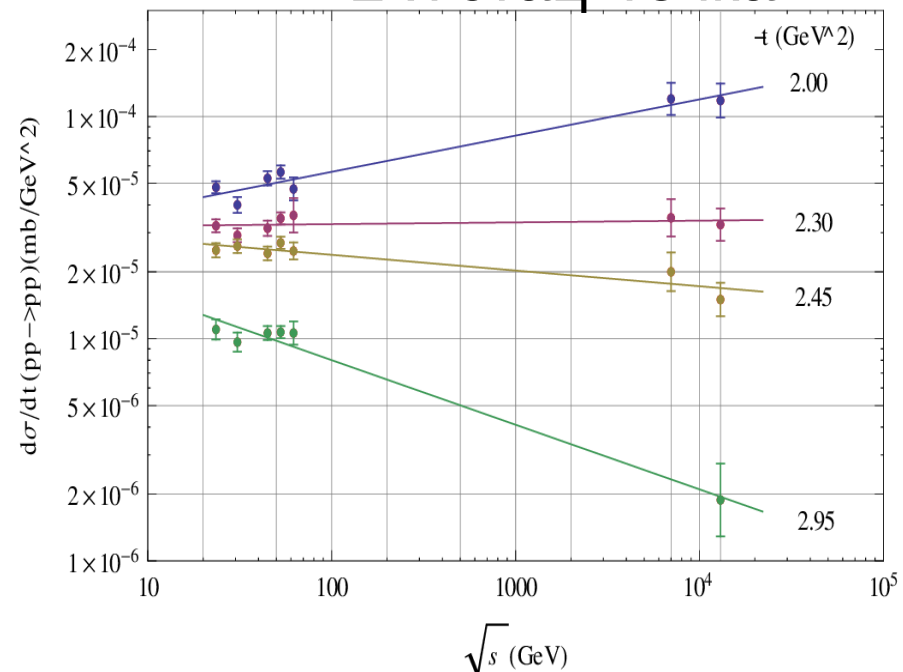




1-я стац. точка

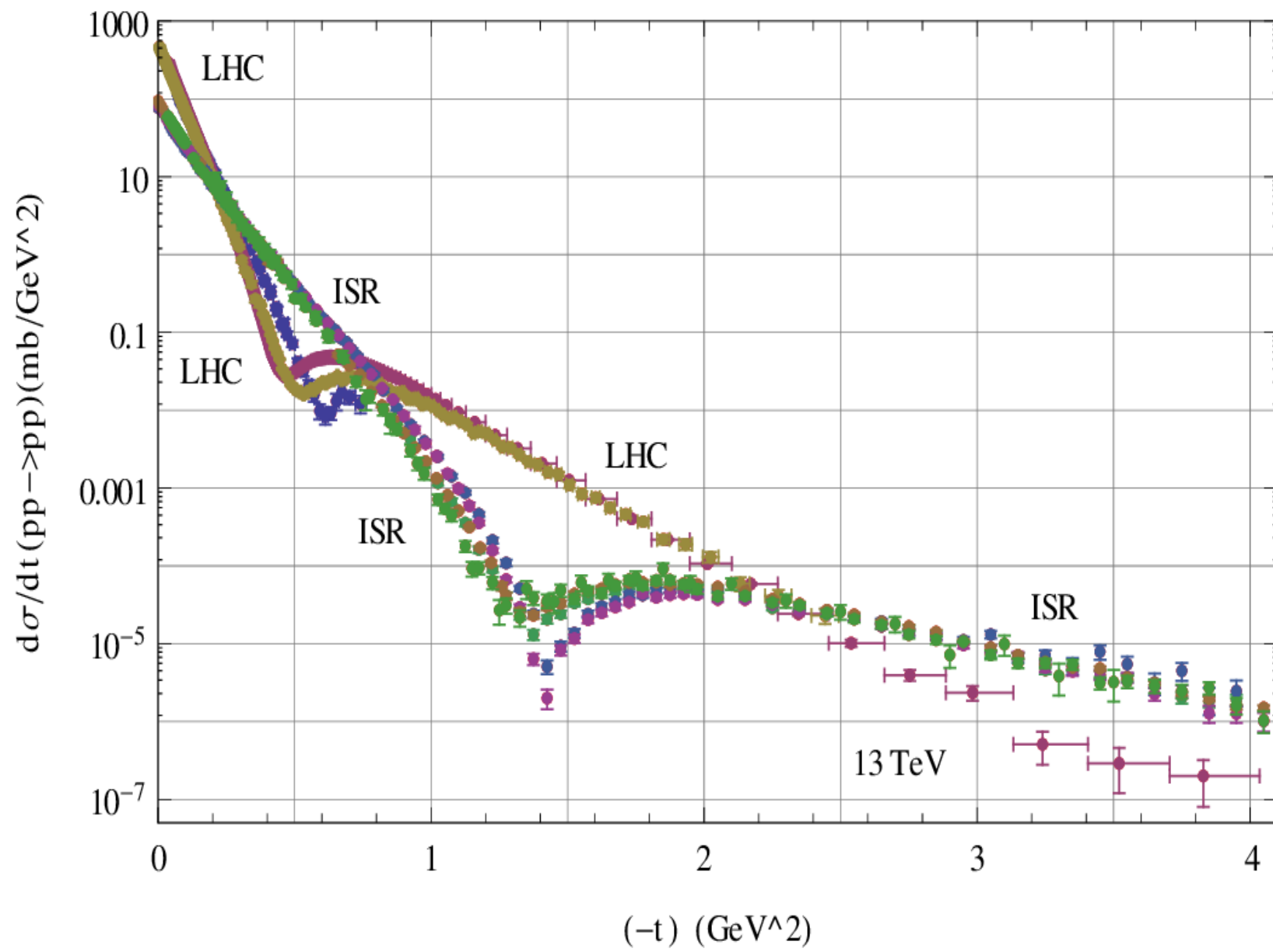


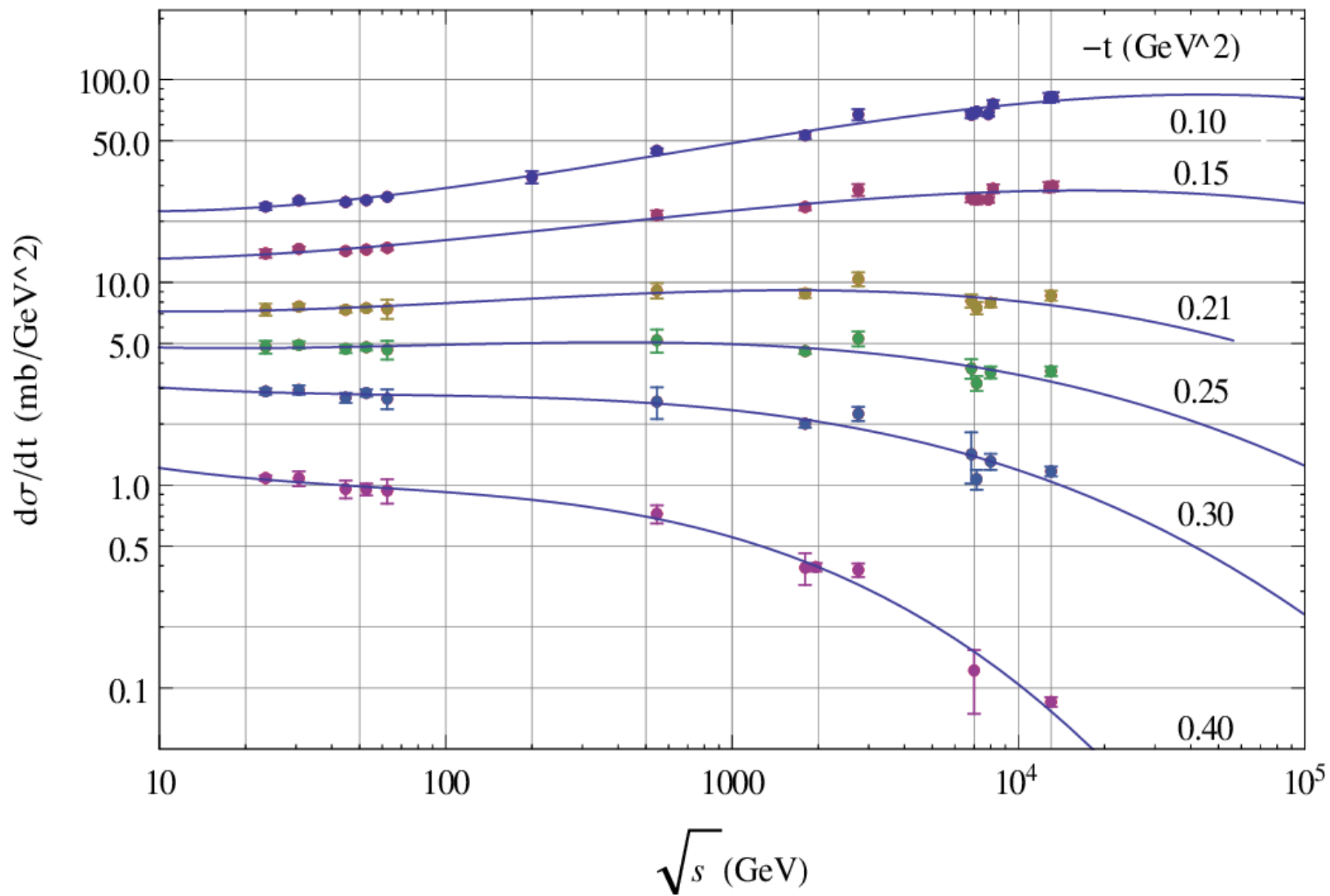
2-я стац. точка



Наши предсказания (2017) — второй дифракционный конус

2. В этой работе используются все доступные на сегодня экспериментальные данные для детального анализа энергетического поведения дифференциального сечения упругого протон-протонного рассеяния при фиксированных значениях переданного импульса в первом и втором дифракционных конусах и в области дипа. Это позволяет выяснить природу явления приближенной стационарности дифференциального сечения и установить наличие второго дифракционного конуса.





Что же является причиной столь нетривиального поведения?

Точное выражение для дифференциального сечения:

$$\frac{d\sigma(s, t)}{dt} = \frac{\sigma_{\text{tot}}^2(s)(1 + \rho^2(s))}{16\pi} \exp\left[\int_0^t dt' B(s, t')\right],$$

где  $\rho(s) = \text{Re}T(s, 0)/\text{Im}T(s, 0)$ ,  $B(s, t) = (d/dt) \ln(d\sigma(s, t)/dt)$

Так как  $\rho^2(s)$  мало и в области переднего пика ( $0 < -t < 0.4 \text{ GeV}^2$ )

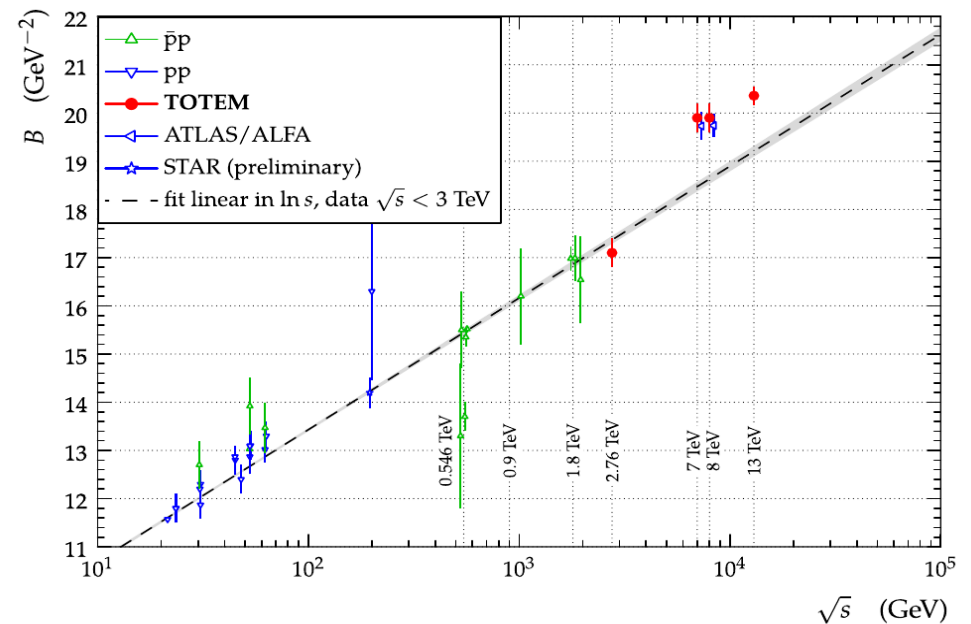
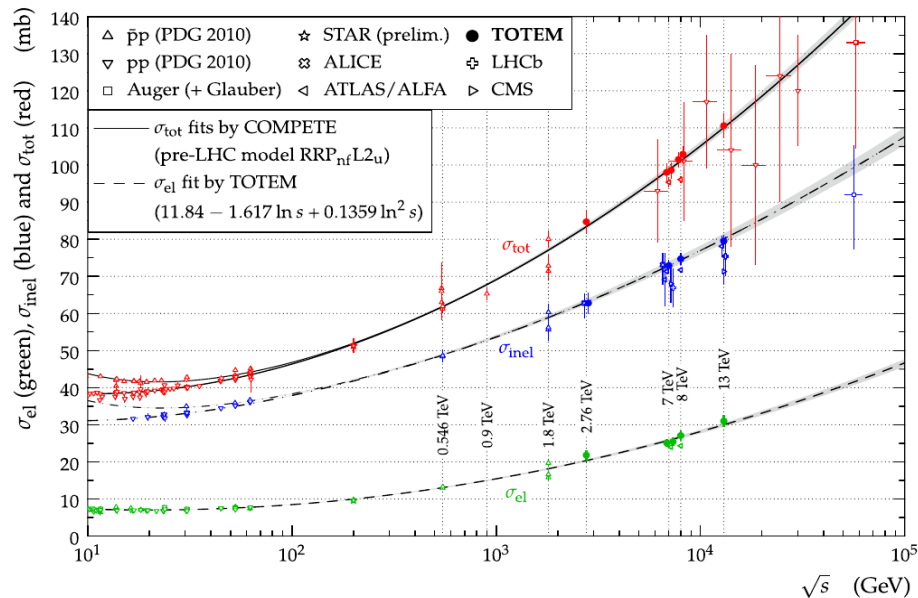
$B(s, t) \approx B(s, t = 0) \equiv B(s)$ , то имеет место приближенная формула:

$$\frac{d\sigma(s, t)}{dt} \approx \frac{\sigma_{\text{tot}}^2(s)}{16\pi} \exp[tB(s)].$$

Взяв производную по  $\ln(\sqrt{s})$  при фиксированном  $t = t_1$ , получим:

$$(\ln \frac{d\sigma}{dt})'_{t=t_1} = (2 \frac{\sigma'_{\text{tot}}}{\sigma_{\text{tot}}} - |t_1| B'),$$

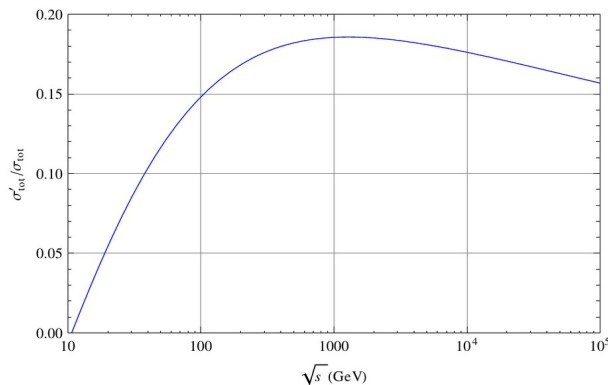
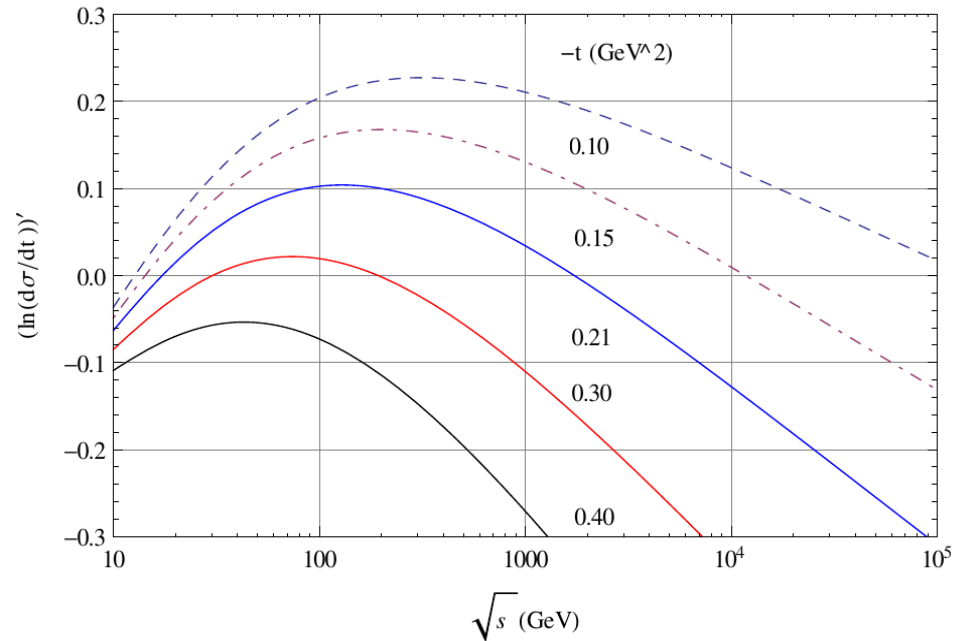
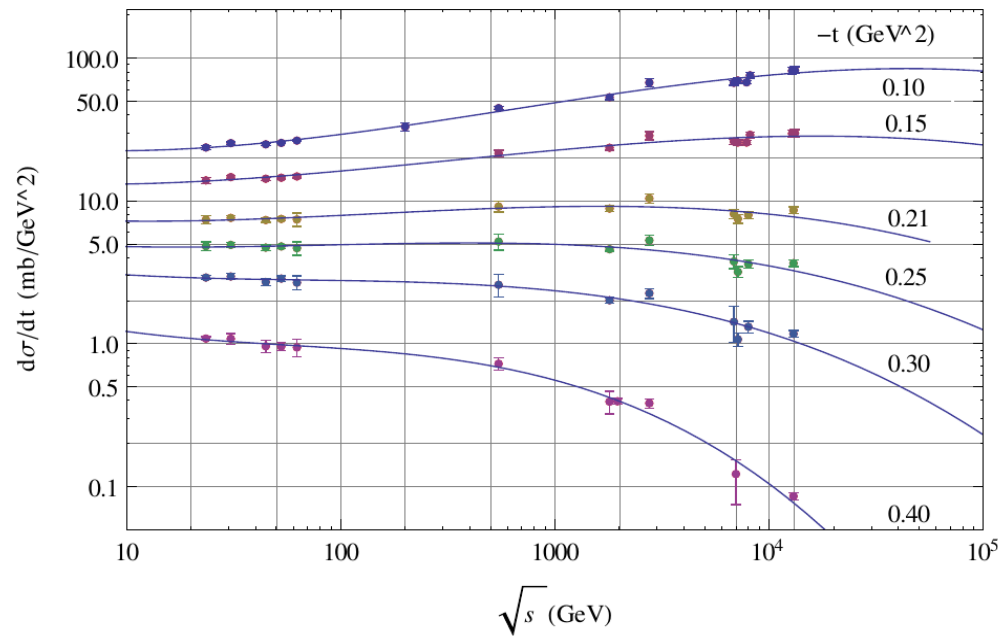
где штрих — это производная по  $\ln(\sqrt{s})$ . Напомню, что:



$B' > 0$  при всех энергиях. При низких энергиях (до ISR)  $\sigma'_{\text{tot}} < 0$ . Поэтому при энергиях до ISR, дифф. сечение убывает с ростом энергии при любом фиксированном  $t_1$ . Начиная с энергий ISR знак производной  $(d\sigma/dt)'_{t=t_1}$  уже будет зависеть от величины  $|t_1|$ .

$$\left(\ln \frac{d\sigma}{dt}\right)'_{t=t_1} = \left(2 \frac{\sigma'_{\text{tot}}}{\sigma_{\text{tot}}} - |t_1| B'\right).$$

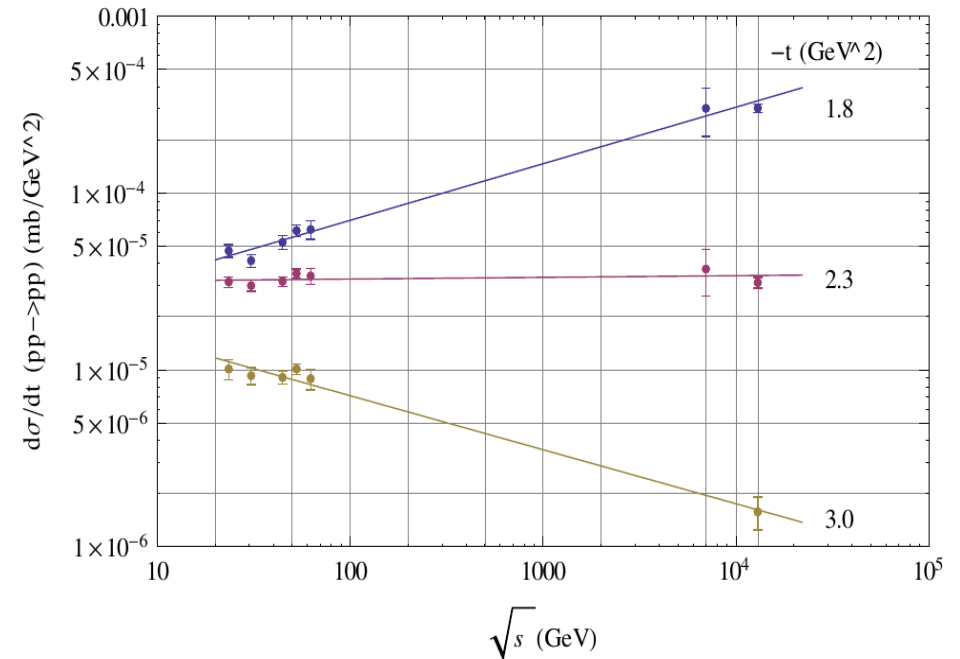
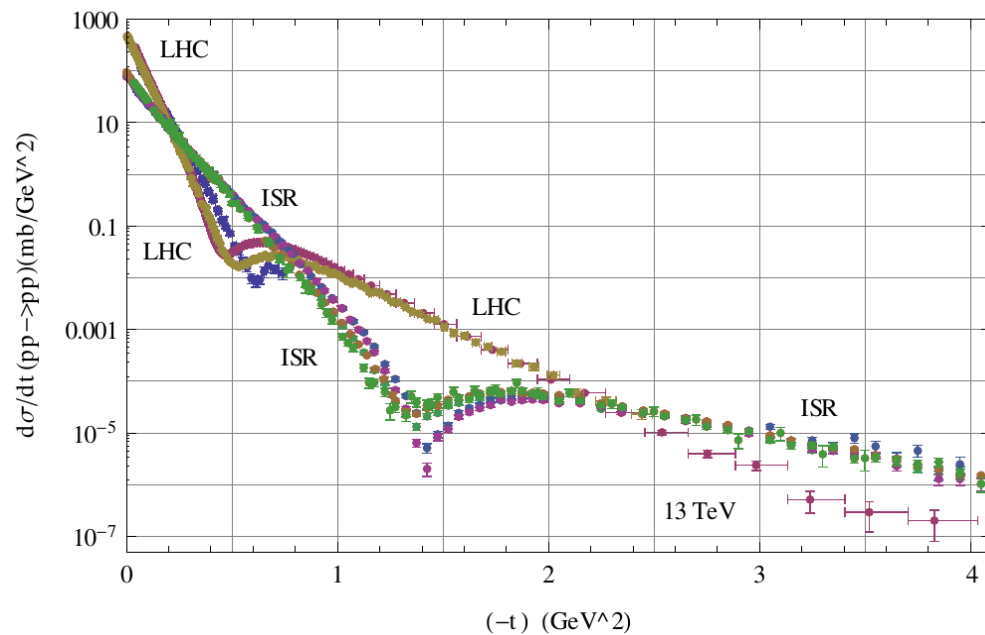
При малых  $|t_1|$  дифф. сечение растет, при больших — убывает, при средних  $d\sigma/dt \approx \text{const}$  в некоторой области энергий



Чтобы увидеть детальную картину, можно использовать фиты для  $\sigma_{\text{tot}}(s)$  и  $B(s)$

Итак, приближенная стационарность дифф. сечения является следствием согласованного роста полного сечения и наклона с энергией

Рассмотрим теперь поведение дифф. сечения в области за вторым максимумом, в окрестности точки  $t = -2.3 \text{ GeV}^2$ .



Видим ту же картину, что и в окрестности стационарной точки в переднем конусе. Т.е. дифф. сечение также приблизительно стационарно в точке  $t = -2.3 \text{ GeV}^2$ . В области за вторым максимумом поведение дифф. сечения хорошо описывается формулой

$C(s) \exp(-|t|D(s))$ , где наклон  $D(s)$  и фактор  $C(s)$  растут с ростом энергии, так же как и наклон  $B(s)$  и фактор  $\sigma_{\text{tot}}^2(s)$  в выражении для переднего конуса.



Так же как для переднего конуса, энергетическая зависимость  $(d\sigma/dt)_{t=t_2}$  дается выражением

$$(\ln \frac{d\sigma}{dt})'_{t=t_2} = (\frac{C'}{C} - |t_2|D'),$$

где штрих — это производная по  $\ln(\sqrt{s})$ . Так как фактор  $C(s)$  растет с энергией, отношение  $C'/C$  будет убывать к нулю при больших энергиях. Поэтому при достаточно больших энергиях  $(d\sigma/dt)_{t=t_2}$  будет убывать с ростом энергии для любого значения фиксированного  $|t_2|$ , как это имеет место сейчас для  $|t| > 2.3 \text{ GeV}^2$ .

Итак, дифф. сечение в области за вторым максимумом ведет себя совершенно так же как в переднем дифракционном конусе, включая наличие стационарной точки. Т.е. в этой области мы наблюдаем второй дифракционный конус, который имеет ту же природу, что и передний конус.

Таким образом, дифракционная область упругого рассеяния при высоких энергиях содержит два дифракционных конуса, имеющих теоретико-полевого происхождения (локальная КТП). Структура адронов проявится при гораздо-гораздо больших  $|t|$ .

Простейшее естественное объяснение этого экспериментального факта состоит в том, что при высоких энергиях амплитуда упругого рассеяния является суммой двух подобных функций

$$T(s, t) = A_1(s, t) + A_2(s, t),$$

которые имеют одинаковый фундаментальный статус, одинаковую структуру и отличаются только значениями параметров, входящих в эту структуру. Эта разница в значениях параметров ведет к  $|A_1(s, t)| \gg |A_2(s, t)|$  в области первого дифракционного конуса и к  $|A_1(s, t)| \ll |A_2(s, t)|$  в области второго дифракционного конуса. Так как дифференциальное сечение

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dt} = |T|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

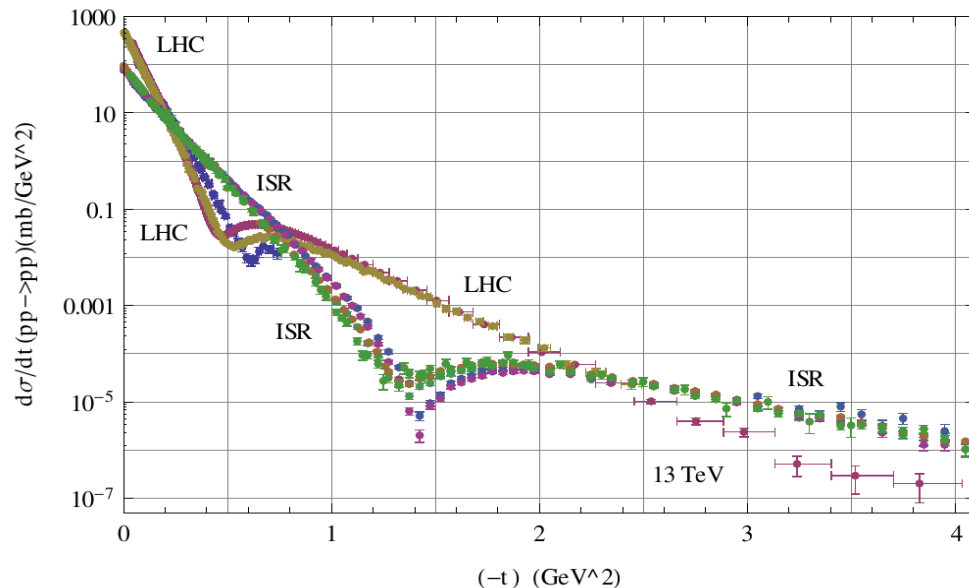
где  $\varphi_1(s, t)$  и  $\varphi_2(s, t)$  - фазы  $A_1(s, t)$  и  $A_2(s, t)$ , то  $d\sigma/dt \sim |A_1|^2$  в области первого дифракционного конуса и  $d\sigma/dt \sim |A_2|^2$  в области второго дифракционного конуса.

Интерференция  $A_1(s, t)$  и  $A_2(s, t)$  существенна для  $d\sigma/dt$  только в области, где  $|A_1(s, t)| \approx |A_2(s, t)|$ , так как

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dt} = (|A_1| - |A_2|)^2 + 2|A_1||A_2|(1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

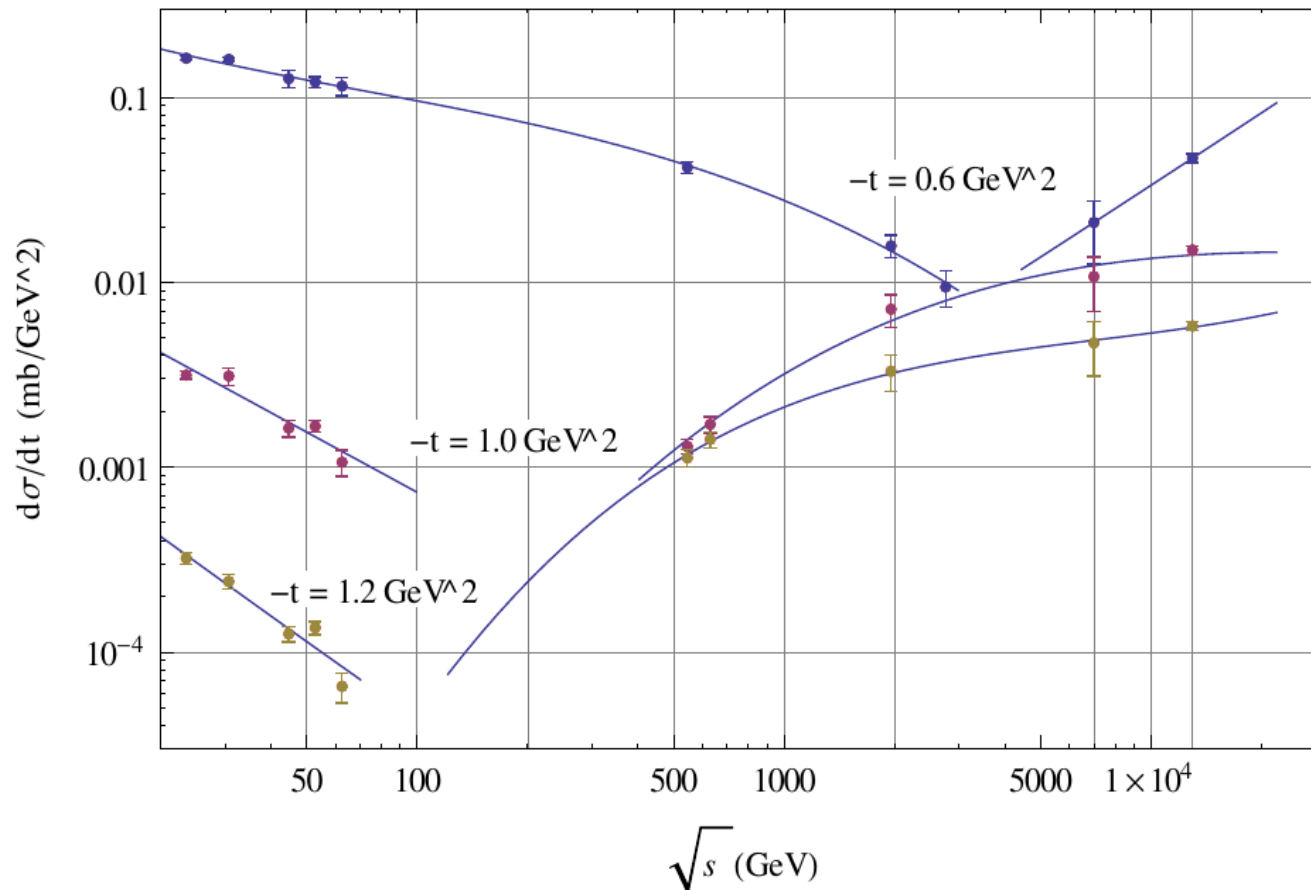
По этой причине  $d\sigma/dt$  имеет только одну интерференционную структуру, т. к.  $|A_1(s, t)|$  и  $|A_2(s, t)|$  - монотонно убывающие функции  $|t|$ . Вид интерференционной картины (dip-bump or shoulder) определяется значением относительной фазы  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

Сжатие 1-го и 2-го дифракционных конусов с ростом энергии выглядит как их вращение по часовой стрелке вокруг своих стационарных точек. Поэтому дип-структура, т. е. область где  $|A_1(s, t)| \approx |A_2(s, t)|$ , с ростом энергии движется к  $t = 0$ , становится уже, а значения  $d\sigma/dt$  в точках этой структуры растут.



Именно такое поведение и наблюдается в экспериментах.

Энергетическая зависимость  $(d\sigma/dt)_{t=t_3}$  при фиксированных  $t = t_3$  в интерференционной области демонстрирует переход от убывающей с ростом энергии части 1-го дифр. конуса к растущей части 2-го дифракционного конуса.



Таким образом, экспериментальные данные в интерфер. области также подтверждают двух-конусную структуру дифф. сечения и двух-компонентную структуру амплитуды при высоких энергиях.

3. Почему амплитуда упругого рассеяния может иметь нетривиальную алгебраическую структуру? Изложу одно из возможных объяснений.

Амплитуда упругого рассеяния зависит не только от кинематических переменных

$$x_1 = s, \quad x_2 = t, \quad x_3 = u, \quad x_1 + x_2 + x_3 = \sum m_i^2,$$

но и от набора параметров  $a_i$ , который характеризует данный канал реакции (массы частиц, квантовые числа, пороги открытых неупругих каналов и т.п.)

$$F_1 = F(x_1, a_1; x_2, a_2; x_3, a_3).$$

Согласно строго доказанному в рамках локальной КТП свойству кроссинг-симметрии, эта функция описывает также  $t$ - и  $u$ -каналы

$$F_2 = F(x_2, a_1; x_1, a_2; x_3, a_3), \quad F_3 = F(x_3, a_1; x_2, a_2; x_1, a_3).$$

Перестановка  $x_2$  и  $x_3$  в  $F_1$  дает амплитуду в обменном канале

$$F_{1ex} = F(x_1, a_1; x_3, a_2; x_2, a_3),$$

аналогично для  $F_2$  и  $F_3$ .

Три физических канала амплитуды упругого рассеяния имеют одинаковый статус и отличаются только значениями параметров. Поэтому, естественно предположить, что амплитуда обладает свойством структурной симметрии, т. е. что  $F(z_1, z_2, z_3)$  является симметричной функцией относительно перестановок

$$z_i = (x_i, a_i) \longleftrightarrow z_j = (x_j, a_j), \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Если  $F_1$  обладает структурной симметрией, то, очевидно,  $F_2$  и  $F_3$  тоже структурно симметричные функции. Например, функции

$$\left(\frac{x_1}{a_1}\right)^{n_1} \left(\frac{x_2}{a_2}\right)^{n_2} \left(\frac{x_3}{a_3}\right)^{n_3}, \quad \left(\frac{x_2}{a_1}\right)^{n_1} \left(\frac{x_1}{a_2}\right)^{n_2} \left(\frac{x_3}{a_3}\right)^{n_3}, \quad \left(\frac{x_3}{a_1}\right)^{n_1} \left(\frac{x_2}{a_2}\right)^{n_2} \left(\frac{x_1}{a_3}\right)^{n_3}$$

структурно симметричны. Еще один пример струк. симм. функции

$$\begin{aligned} -G_1 = & \frac{\sqrt{1 - a_1 x_1} \sqrt{1 - b_3 x_3}}{(d_{13} + \sqrt{1 - c_{13} x_2})^{n_{13}}} + \frac{\sqrt{1 - a_3 x_3} \sqrt{1 - b_1 x_1}}{(d_{31} + \sqrt{1 - c_{31} x_2})^{n_{31}}} + \\ & + \frac{\sqrt{1 - a_1 x_1} \sqrt{1 - b_2 x_2}}{(d_{12} + \sqrt{1 - c_{12} x_3})^{n_{12}}} + \frac{\sqrt{1 - a_2 x_2} \sqrt{1 - b_1 x_1}}{(d_{21} + \sqrt{1 - c_{21} x_3})^{n_{21}}} + \\ & + \frac{\sqrt{1 - a_2 x_2} \sqrt{1 - b_3 x_3}}{(d_{23} + \sqrt{1 - c_{23} x_1})^{n_{23}}} + \frac{\sqrt{1 - a_3 x_3} \sqrt{1 - b_2 x_2}}{(d_{32} + \sqrt{1 - c_{32} x_1})^{n_{32}}}, \end{aligned}$$

где параметры  $a_i, b_i, c_{ij}, d_{ij}, n_{ij}$  - положительные константы.

Заметим, что только первые два члена в этом примере важны при больших энергиях и фиксированных  $t$ , остальные четыре члена в этой области много меньше первых двух членов.

В общем случае, структурно симметричная амплитуда является композицией неприводимых представлений группы перестановок  $S_3$ :

$$F = T^{(123)}(R_1^{(23)}(E_{12}^3 + E_{13}^2) + R_2^{(13)}(E_{21}^3 + E_{23}^1) + R_3^{(12)}(E_{31}^2 + E_{32}^1)),$$

где  $(123)$  и  $(ij)$  обозначают симметрию относительно перестановок 1,2,3 и  $i, j$ , соответственно. Функции в этой TREE - структуре должны иметь правильные аналитические свойства по кинематическим переменным  $x_1, x_2, x_3$ , а амплитуда  $F$  должна удовлетворять всем ограничениям, которые следуют из аналитичности и унитарности для каждого из трех каналов. Эти требования ограничивают произвол в выборе функций для TREE - амплитуды. Например, простейшая форма  $-\sqrt{4-x_1}\sqrt{4-x_2}\sqrt{4-x_3}$  нарушает условие унитарности. Простейшая незапрещенная форма имеет вид  $f_1 g_3 / h_2 \equiv f(z_1)g(z_3)/h(z_2)$ , где  $f, g, h$  некоторые растущие функции их кинематических переменных, а  $z_i = (x_i, a_i)$ .

Тогда в соответствующей TREE - форме

$$\frac{f_1 g_3}{h_2} + \frac{f_3 g_1}{h_2} + \frac{f_2 g_3}{h_1} + \frac{f_3 g_2}{h_1} + \frac{f_1 g_2}{h_3} + \frac{f_2 g_1}{h_3},$$

только первые два члена будут доминировать при высоких энергиях в дифракционной области. Можно утверждать, что любой более-менее реалистический пример TREE - амплитуды дает двухкомпонентную структуру амплитуды при высоких энергиях в дифракционной области. Надеюсь, что это свойство TREE - амплитуды будет доказано и в общем случае.

Next, we formulate the *structural symmetry conjecture (SSC)*. At energies beyond the resonance region, the elastic scattering amplitude is approximated by the TREE-form (16) with a finite number of parameters into which all three physical channels enter on the same footing. The transition to the  $t$ - and  $u$ - channels is set by the permutation  $x_1 \longleftrightarrow x_2$  and  $x_1 \longleftrightarrow x_3$  respectively. The TREE-amplitude has the correct analytic properties and satisfies all the constraints that follow from the general principles of the local QFT for each of the three channels. All six terms of the TREE-amplitude are essential at low and medium energies, but only two of them dominate at high



energies in the diffraction region, meaning the other four terms are small in this region. At high energies and  $|x_1| \sim |x_2| \sim |x_3|$ , the TREE-amplitude has a power dependence in accordance with the dimensional counting rules. All terms of the TREE-amplitude are complex functions, that is, they have real and imaginary parts and, obviously, contain both C-even and C-odd parts.

Эта гипотеза дает естественное объяснение существованию и сходству двух дифракционных конусов в дифференциальном сечении, объясняет почему слагаемые амплитуды  $A_1(s, t)$  и  $A_2(s, t)$  имеют одинаковый дифракционный статус. Конечно, чтобы проверить эту гипотезу, надо построить реалистическую TREE-амплитуду, которая описывала бы все имеющиеся  $pp$  и  $p\bar{p}$  данные за резонансной областью. Надеюсь, в будущем это будет сделано.

Ясно, что идея структурной симметрии имеет общий характер и применима к любому упругому процессу и любой реакции  $2 \rightarrow 2$ . Действительно, при высоких энергиях в упругом  $\pi p$  и  $Kp$  рассеянии наблюдается двухконусная структура  $d\sigma/dt$  в дифракционной области.

Идея структурной симметрии будет полезна при построении адекватной модели амплитуды упругого рассеяния.

## 4. Резюме

На основе анализа энергетической зависимости дифф. сечения при фиксированной передаче импульса установлено, что  $d\sigma/dt$  в области за вторым максимумом ведет себя так же как в переднем дифракционном конусе, включая наличие стационарной точки. Тем самым подтверждены наши предсказания (2017) и установлена двухконусная структура дифракционной области дифф. сечения.

Детально изучено явление приближенной стационарности  $d\sigma/dt$ .

Показано, что предположение  $T(s, t) = A_1(s, t) + A_2(s, t)$  естественным образом объясняет поведение  $d\sigma/dt$  как в области дифрак. конусов так и в области дипа, где наблюдается переход от 1-го ко 2-ому дифракционному конусу.

Сформулирована гипотеза о том, что амплитуда упругого рассеяния является структурно симметричной функцией. Это новое общее свойство амплитуды предсказывает ее структуру и объясняет ее двухкомпонентность при больших энергиях в дифракционной обл.

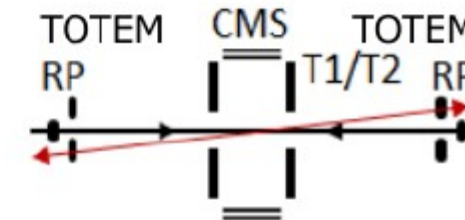
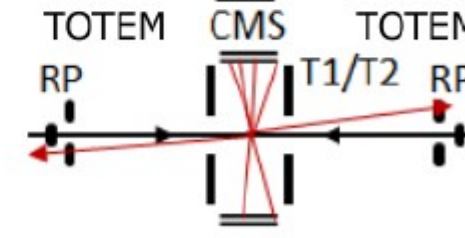
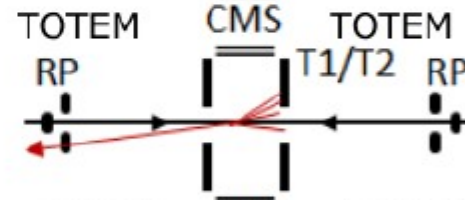
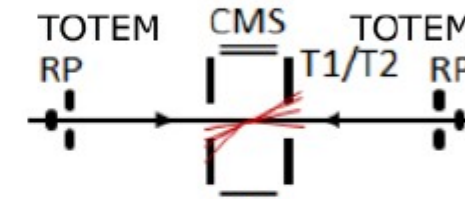
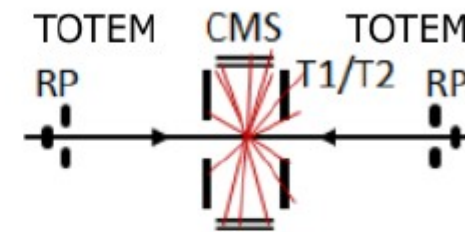
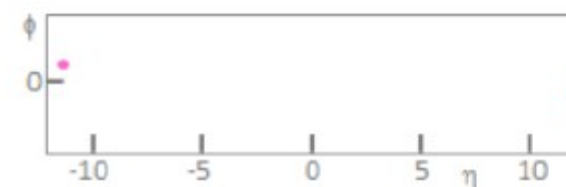
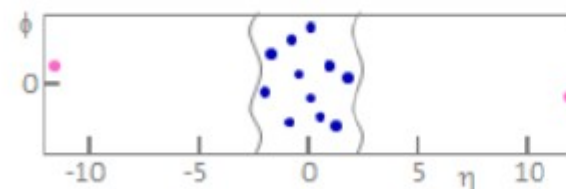
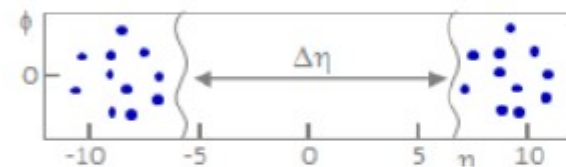
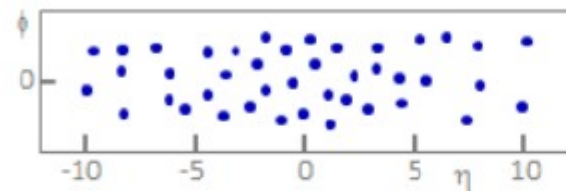
## 5. Заключение

Упругое рассеяние — в основном теневой процесс, т. е. определяется в основном неупругими взаимодействиями.

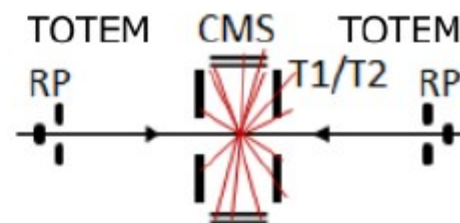
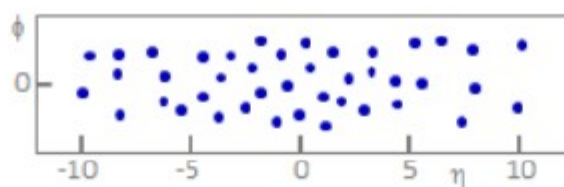
Упругое рассеяние не имеет вероятностной интерпретации, можно говорить лишь о вероятности выживания сталкивающихся адронов (упругое рассеяние плюс пролет без взаимодействия). Поэтому нельзя доверять простым наглядным моделям, т. к. наше воображение имеет квазиклассический, основанный на вероятности характер.

По этим причинам, упругое рассеяние является одной из наиболее сложных проблем физики высоких энергий. Мы до сих пор не имеем адекватной модели этого явления. В самом деле, все важнейшие экспериментальные открытия в этой области, такие как рост  $\sigma_{\text{el}}(s)$ ,  $\sigma_{\text{tot}}(s)$ ,  $\sigma_{\text{el}}/\sigma_{\text{tot}}$ , наличие второго дифракционного конуса, не были предсказаны, явились неожиданностью для нас.

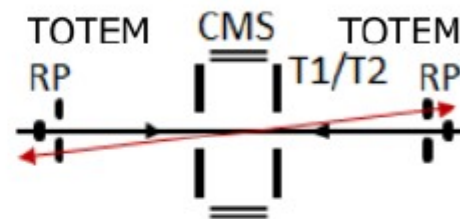
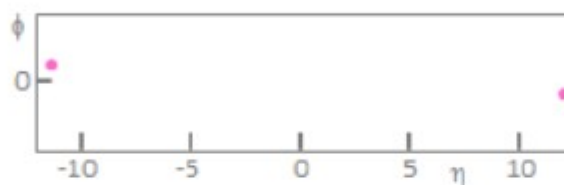
# Иерархия типов событий



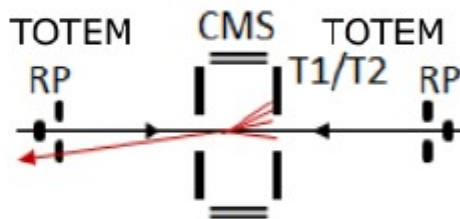
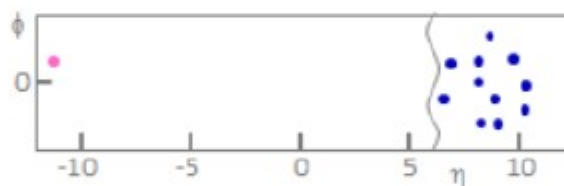
Non-diffr.  
(~60 mb)



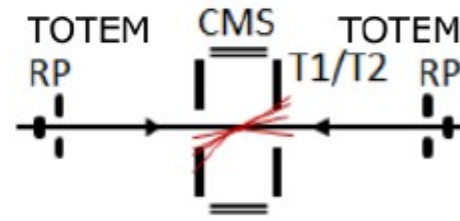
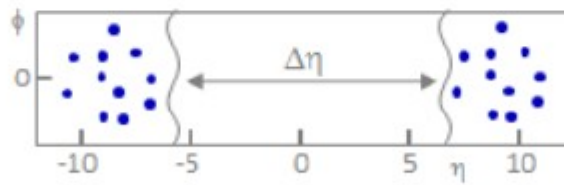
Elastic  
(~25 mb)



Single-diffr.  
(~10 mb)



Double-diffr.  
(~5 mb)



Central-diffr.  
(~1 mb)

