

Киральный недиссипативный транспорт в квантовых теориях поля и в системах с индуцированной релятивистской инвариантностью

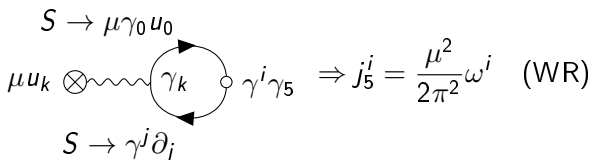
Абрамчук Руслан Алексеевич
науч. рук. д. ф.-м. н. М.А. Зубков
кафедра теоретической астрофизики и КТП, МФТИ (НИУ)

семинар ОТФ ИФВЭ
г. Протвино, 5 июля 2022 г.

Что такое Киральный транспорт?

CVE: по аналогии с CSE

$$A_{\nu}^{\text{eff}}(x) = \mu u_{\nu}(x), \quad \omega^{\mu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} u_{\nu} \partial_{\lambda} u_{\rho}$$


$$S \rightarrow \mu \gamma_0 u_0$$
$$\mu u_k \otimes \text{---} \gamma_k \text{---} \gamma^i \gamma_5 \Rightarrow j_5^i = \frac{\mu^2}{2\pi^2} \omega^i \quad (\text{WR})$$
$$S \rightarrow \gamma^j \partial_j$$

Что такое Киральный транспорт?

CVE: однородное вращение безмассовых фермионов
при $T \gg R^{-1} > \Omega$

$$S_{\Omega} = \hat{R}(-i\Omega_{jk}\partial_{\xi_n})S_0(x_1 - x_2, \xi_n - i\mu) \sim \gamma_0 \Sigma_{jk},$$

$$S_{\Omega} \sim \gamma_0 \gamma_j \gamma_k \begin{array}{c} \circlearrowright \\ \circlearrowleft \end{array} \gamma_5 \gamma^i \Rightarrow j_5^i(x_{\perp} = 0) = \Omega^i \left(\frac{T^2}{6} + \frac{\mu^2}{2\pi^2} \right),$$

[A.Vilenkin, Phys.Rev.D21 2260 (1979)]

$$\hat{H}_{LR} = \pm v_f \hat{p}_i \hat{S}_i$$

B: $(C_{-1} = -2) \times 2$

C: $C_{+3/2} = +4$

$$\sum_n C_n = 0$$

$$C = 2 \sum_{E_i > 0} \lambda_i$$

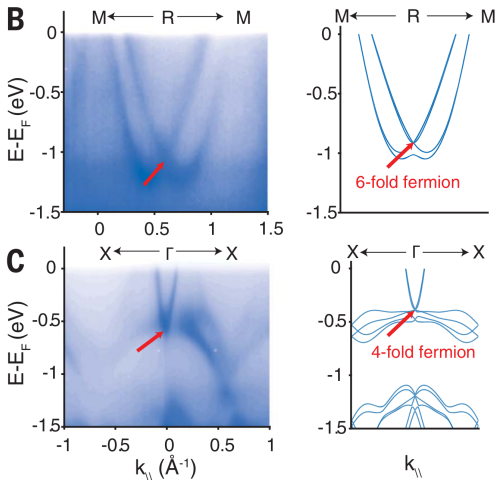


Рис.: Спектр PdGa [Schroeter et al. 2020]

CSE в RSW-полуметаллах. Ферми-точка в магнитном

поле

JHEP07(2021)183

$$H_L = v_f \sqrt{\frac{B}{2}} (S_+ a + S_- a^\dagger) + v_f p_z S_z, \quad E_\alpha = E_\alpha(p_z),$$

$$\langle j_L^z \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B}{2\pi} \frac{dp_z}{2\pi} \sum_{\alpha} n_f(E_\alpha) v_f \langle \psi_\alpha | S_z | \psi_\alpha \rangle$$

$$= \frac{B}{4\pi^2} \sum_{\alpha} \int dE_{\alpha} n_f(E_{\alpha}) v_f \frac{dp_z}{dE_{\alpha}} C_{\alpha}^{\dagger} S_z C_{\alpha}$$

$$n_f(E) = \frac{\text{sign}(E)}{\exp(\beta(E - \mu)\text{sign}(E)) + 1}.$$

c.f. [M. Metlitski and A. Zhitnitsky Phys. Rev. D 72, 045011 (2005)]

CSE в RSW-полуметаллах. Ферми-точка в магнитном поле

JHEP07(2021)183

Для данной моды $(E(p), C(p))$

$$HC = EC, \quad C^\dagger H = EC^\dagger, \quad \frac{d}{dp} H_\perp = 0,$$

$$\begin{aligned} E &= C^\dagger H_\perp C + p C^\dagger S_z C, \\ 1 &= \frac{dp}{dE} C^\dagger S_z C + \frac{dC^\dagger}{dE} HC + C^\dagger H \frac{dC}{dE} = \\ &= \frac{dp}{dE} C^\dagger S_z C + E \frac{d(C^\dagger C)}{dE} = \\ &= \frac{dp}{dE} C^\dagger S_z C. \end{aligned}$$

CSE в RSW-полуметаллах. Ферми-точка в магнитном поле

JHEP07(2021)183

$$\begin{aligned}\langle j_L^z \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B}{2\pi} \frac{dp_z}{2\pi} \sum_{\alpha} n_f(E_{\alpha}) v_f \langle \psi_{\alpha} | S_z | \psi_{\alpha} \rangle \\ &= \frac{B}{4\pi^2} \sum_{\alpha} \int dE_{\alpha} n_f(E_{\alpha}) v_f \frac{dp_z}{dE_{\alpha}} C_{\alpha}^{\dagger} S_z C_{\alpha} \\ &= \frac{B}{4\pi^2} \sum_{\alpha} \int_{E_{\alpha}(-\infty)}^{E_{\alpha}(+\infty)} dE_{\alpha} n_f(E_{\alpha}) \\ &= \frac{\mu B}{4\pi^2} \sum_{\alpha} \Theta_{\alpha}.\end{aligned}$$

$\Theta_{\alpha} = 1, 0$ или -1

CSE в RSW-полуметаллах. Спектр $s = 3/2$, $\mathcal{C} = 4$

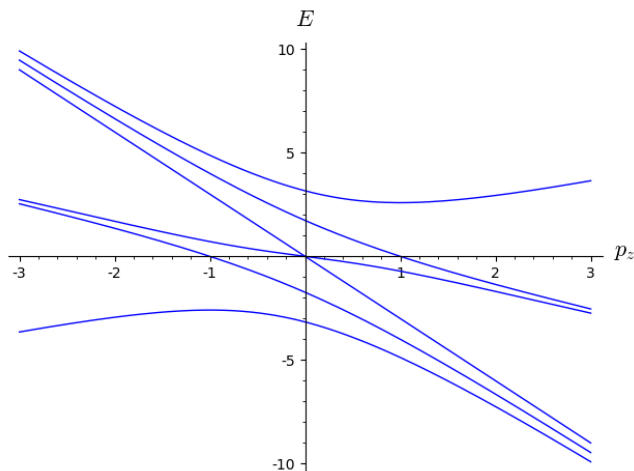


Рис.: Спектр $s = 3/2$, $\mathcal{C} = 4$

CSE в RSW-полуметаллах. Спектр $s = 1, \mathcal{C} = 2$

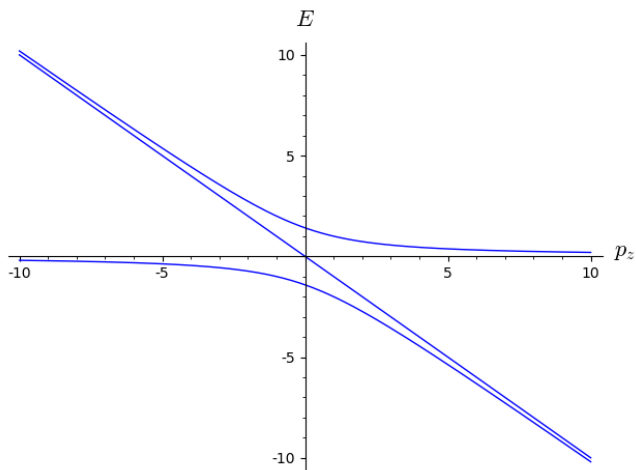


Рис.: Спектр $s = 1, \mathcal{C} = 2$: $n = 0, 1$

CSE в RSW-полуметаллах. Спектр $s = 1, \mathcal{C} = 2$

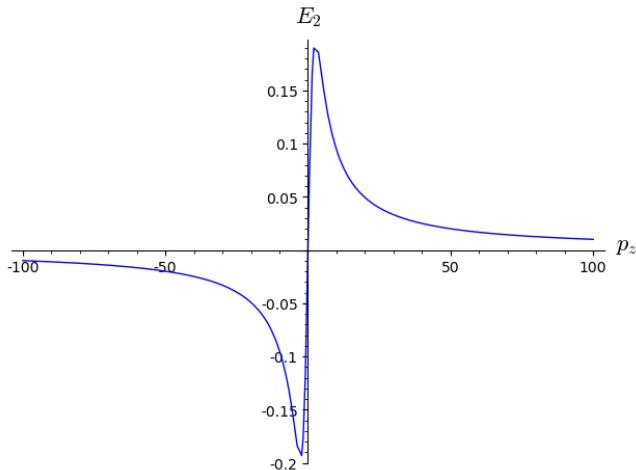


Рис.: Спектр $s = 1, \mathcal{C} = 2$: для каждого $n \geq 2$ — нулевая мода

- ▶ Квазиклассика \Rightarrow

$$j_5 = \frac{\mu B}{4\pi^2} \sum_s |C_s|$$

- ▶ Теорема об индексе: “спектральная асимметрия (аналитический индекс) = числу Черна (топ. индекс)”

$$C_s = \sum_{\alpha} \Theta_{\alpha} = 2 \sum_{E_i > 0} \lambda_i$$

[Y.X.Zhao et al. Phys.Rev.Lett.126, 046401 (2021)]

- ▶ Для 4d системы Дираковских фермионов (в Евклидовом пространстве)

$$C \equiv \mathcal{N}_3 = \frac{1}{48\pi^2} \text{tr } \gamma_5 \int GdG^{-1} \wedge GdG^{-1} \wedge GdG^{-1}$$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_\mu \epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} \gamma_5 \gamma_\nu i \partial_\lambda \psi_\rho + \bar{\lambda} \gamma_\nu i \partial^\nu \lambda - m (\bar{\lambda} \gamma^\nu \psi_\nu - \bar{\psi}_\nu \gamma^\nu \lambda)$$

TABLE II. The six plane wave modes.

Eigenvector	C_1	C_2	C_3	L	$[W]$ ×eigenvector	Eigenvalue $= \frac{\Omega}{K}$
v_1	0	0	χ_\uparrow	0	v_1	1
v_2	0	0	χ_\downarrow	0	$-v_2$	-1
v_3	χ_\uparrow	$i\chi_\uparrow$	0	0	v_3	1
v_4	χ_\downarrow	$-i\chi_\downarrow$	0	0	$-v_4$	-1
v_5	$\frac{1}{2}\chi_\downarrow$	$\frac{1}{2}i\chi_\downarrow$	0	$-i(K/m)\chi_\uparrow$	$v_5 + v_1$	1
v_6	$\frac{1}{2}\chi_\uparrow$	$-\frac{1}{2}i\chi_\uparrow$	0	$i(K/m)\chi_\downarrow$	$-v_6 + v_2$	-1

Рис.: см. [S.L.Adler, Phys.Rev.D97, 045014 (2018)]

- ▶ Число Черна Ферми-точки RSA

$$C_{RSA} = 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right) = 5$$

- ▶ В согласии с результатом теории возмущений.

$$j_{5RSA} = 5 \frac{\mu B}{2\pi^2}$$

Chiral Vortical Effect

$$\hat{\rho} = Z^{-1} \exp(-\beta(\hat{H} - \hat{J} \cdot \Omega - \sum_i \mu_i \hat{N}_i))$$

$$S(x_1, x_2, \xi_n) = \exp(i\Omega \cdot \hat{L}_2 \partial_{\xi_n}) S_0(x_1, x_2, \xi_n) \exp\left(\frac{1}{2}\Omega \cdot \Sigma \overleftarrow{\partial}_{\xi_n}\right)$$

$$\begin{aligned} \langle j_5^k(0) \rangle_{\beta, \mu, \Omega} &= -T \sum_n \exp(\epsilon \xi_n) \text{tr} \gamma^k \gamma_5 S(0, 0, \xi_n) \Big|_{\epsilon \rightarrow 0} \\ &= \Omega^k \left(\frac{T^2}{6} + \frac{\mu^2}{2\pi^2} + \frac{\Omega^2}{24\pi^2} \right), \quad T \gg R^{-1} > \Omega. \end{aligned}$$

[A.Vilenkin, Phys.Rev.D21 2260 (1979)]

Ток не на оси вращения, эффекты от конечного размера?

“Угловая скорость — хипотенциал для углового момента” [ЛЛ]

$$\left(\gamma_0 (i\partial_t + \mu + \Omega \hat{J}_z) - \gamma_i \hat{p}^i - M \right) \psi = 0$$

Граничные условия MIT-bag на поверхности цилиндра
 $r = R$, $\Omega R < 1$

$$(i\gamma^\mu n_\mu - 1)\psi|_{r=R} = 0 \quad \Rightarrow \quad j^\mu n_\mu = 0$$

Квантовые числа: $j = (m, l, k, \text{sign}(w))$

Вычисление CVE

Phys. Rev. D 98 (2018) 076013

- ▶ $M = 0$: gap $\sim R^{-1}$, $\psi(w > 0) = \psi_R$, $\psi(w < 0) = \psi_L$
- ▶ $MR \gg 1$: почти безмассовые поверхностные моды
- ▶ “Вакуум переходит в вакуум”: $\text{sign}(w) = \text{sign}(w - \Omega j_z)$

$$n(w, j_z) = \frac{\text{sign}(w)}{e^{\beta(w - \mu - \Omega j_z)\text{sign}(w)} + 1}$$
$$\langle j_z^5(r) \rangle_\beta = \sum_j n(j) \bar{\psi}_j \gamma_5 \gamma_3 \psi_j$$

CVE в объёме

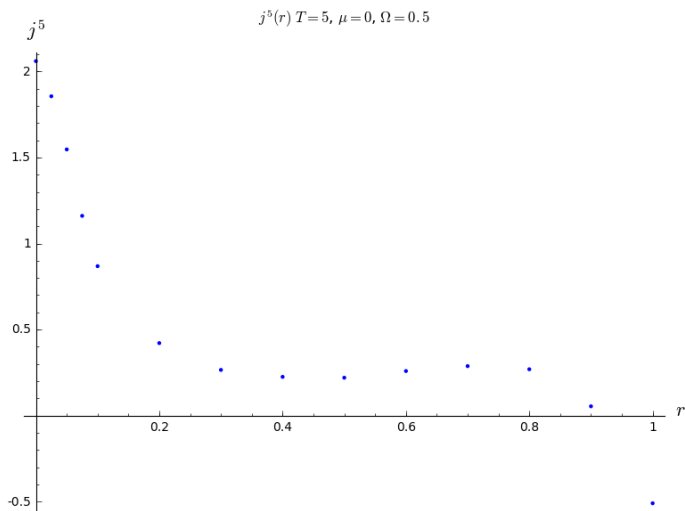


Рис.: $j_z^5[R^{-3}]$ от $r[R]$ при $M=0, \Omega=0.5R^{-1}, T=5R^{-1}, \mu=0$.

CVE на границе

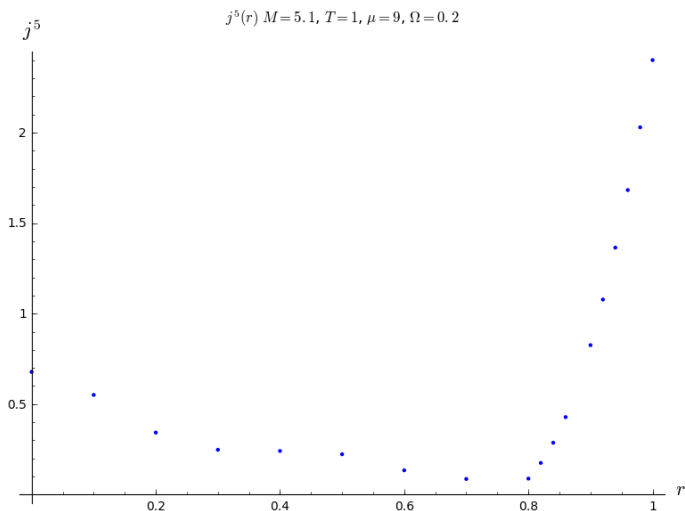


Рис.: $j_z^5[R^{-3}]$ от $r[R]$ при $M = 5.1R^{-1}$, $\Omega = 0.2R^{-1}$, $T = 1R^{-1}$,
 $\mu = 9R^{-1}$.

CVE при малых температурах

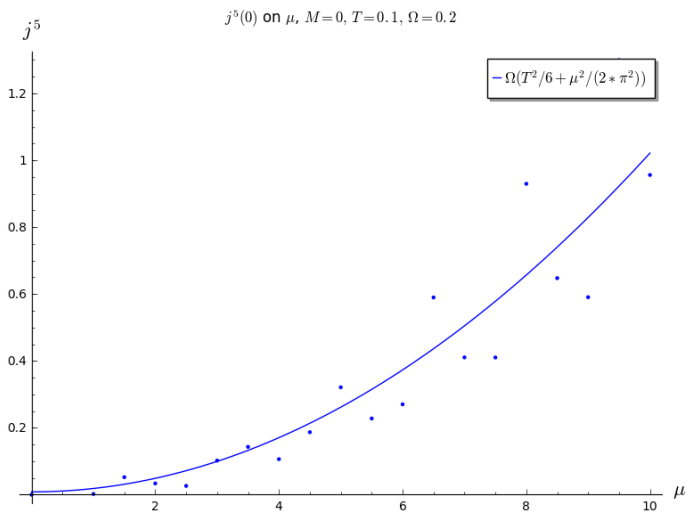


Рис.: $j_z^5(0)[R^{-3}]$ от $\mu[R^{-1}]$ при $M = 0$, $\Omega = 0.2R^{-1}$, $T = 0.1R^{-1}$.

CME: negative magneto-resistance

Kharzeev et al. Nat.Phys.12, 550 (2016):

$$E \cdot B \Rightarrow \rho_5, \mu_5 \Rightarrow J_{\text{CME}} \Rightarrow \sigma_{\text{CME}}$$

$$\sigma_{\text{CME}} = \frac{e^2}{\pi \hbar} \frac{3}{8} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{v_F^3}{\pi^3} \frac{\tau_V}{T^2 + \frac{\mu^2}{\pi^2}} B^2.$$

R.A. and M.A.Zubkov Phys.Rev.D94 116012 (2016):

$$E, B \Rightarrow \Gamma \Rightarrow \sigma_S$$

$$\sigma_S \equiv \frac{dj_S}{dE} = v_F \tau_1 \frac{H}{2\pi^2} \times \left[\coth \left(\pi v_F \frac{H}{E} \right) + \right. \\ \left. + \pi v_F \frac{H}{E} \left(1 - \coth^2 \left(\pi v_F \frac{H}{E} \right) \right) \right]$$

$\sigma_S \sim H^2/E$ при $v_F H \ll E$ и $\sigma_S \sim H$ при $v_F H \gg E$

Швингеровское рождение в дираковском полуметалле

Рождение пар как туннелирование из моря Дирака

$$i\partial_0\Psi = \mathcal{H}\Psi$$

$$\mathcal{H} = (v_F\vec{\alpha}\hat{f}(-i\nabla - \vec{A}) + A_0),$$

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bx_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{cases} 0 & \text{при } x_3 \leq 0 \\ -Ex_3 & \text{при } 0 < x_3 < L \\ -EL & \text{при } L \leq x_3 \end{cases}$$

Частота рождения Γ конечна, $\text{Im}\mathcal{L}$ – расходится

$$\Gamma = \frac{EH}{4\pi^2} \coth\left(\pi v_F \nu^{-4/3} \frac{H}{E}\right)$$

Вклад процесса рождения пар в проводимость

В стационарном режиме

$$j_S \delta t = e \Gamma L \delta t$$

рассеяние рождённых частиц: $L \rightarrow v_F \tau_1$

$$\begin{aligned} \sigma_S &= \frac{dj_S}{dE} = v_F \tau_1 \frac{H}{2\pi^2} \times \left[\coth \left(\pi v_F \frac{H}{E} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \pi v_F \frac{H}{E} \left(1 - \coth^2 \left(\pi v_F \frac{H}{E} \right) \right) \right] \\ &\approx v_F^2 \tau_1 \frac{H^2}{3\pi E}, \quad v_F H \ll E, \\ &\approx v_F \tau_1 \frac{H}{2\pi^2}, \quad v_F H \gg E. \end{aligned}$$

Библиография

- ▶ R.A. and M.A.Zubkov,
“Schwinger pair creation in Dirac semimetals in the presence of external magnetic and electric fields,”
Phys. Rev. D94 (2016) 116012, arXiv:1605.02379
- ▶ R.A, Z.V.Khaidukov and M.A.Z.
“Anatomy of the chiral vortical effect,”
Phys. Rev. D98 (2018) 076013, arXiv:1806.02605
- ▶ Z.K., R.A., *“Chiral separation effect for spin 3/2 fermions,”*
J. High Energ. Phys. 2021, 183 (2021), arXiv:2011.13407
- ▶ R.A., Z.K., M.Z., *“Chiral vortical and Chiral torsional effects,”*
J. Phys.: Conf. Ser. 1435 012009 (2020)
- ▶ M.Z., Z.K., R.A., *“Momentum Space Topology and Non-Dissipative Currents,”*
Universe 2018, 4, 146.

Спасибо за внимание!