

Свойства плотной кварковой материи в двухцветной и обычной КХД

Р. Н. Роголёв

НИЦ “Курчатовский Институт” - ИФВЭ

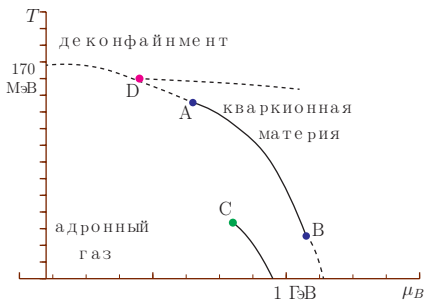
21.06.2022

По материалам работ

- Gluon Propagators in $2 + 1$ Lattice QCD with Nonzero Isospin Chemical Potential,
В.Г.Борняков, А.А.Николаев, Р.Н.Роголёв, А.С.Терентьев,
Eur.Phys.J.C 81 (2021) 8, 747,
[2102.07821](#)
- Study of two color QCD on large lattices
А.М.Бегун, В.Г.Борняков, В.А.Гой, А.Накамура, Р.Н.Роголёв,
PHYSICAL REVIEW D 105, 114505 (2022)
[2203.04909](#)

Содержание

- 1 Фазовая диаграмма КХД
- 2 КХ₂Д при $\mu_q \neq 0$ и КХД при $\mu_l \neq 0$
- 3 Мигающие (staggered) фермионы
- 4 Какую температуру можно считать нулевой?
- 5 Сигналы перехода к деконфайнменту в КХ₂Д при $\mu_q \neq 0$
- 6 Пропагаторы и массы экранирования
- 7 Извлечение масс экранирования из фита
- 8 Зависимость глюонных пропагаторов от μ_l
- 9 Заключение

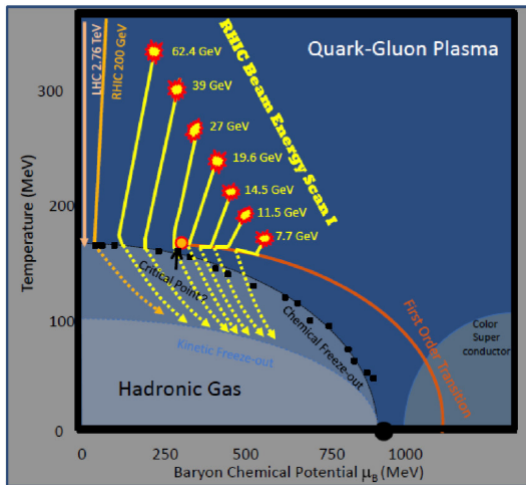


$$\mu_B = \frac{T}{2n} \ln \left(\frac{P_n}{P_{-n}} \right)$$

- Пунктирные линии - области кроссовера;
- АВ - киральный ф.п.;
- линия из С - ф.п. адронный газ - ядерная жидкость.

- Справа от точки В - область цветовой сверхпроводимости и т.д.;
- кваркионная материя - кирально симметричное состояние в фазе конфайнмента;
- гипотеза о наличии критической точки А делается на основании киральных моделей.

Beam Energy Scan: STAR@RHIC



Поиски флуктуаций
барионного числа
странности
заряда

Выражение статсуммы через функциональный интеграл

$$Z(V, T) = \int_{U_{\vec{x};\mu}(0)=U_{\vec{x};\mu}(1/T)} DU_{\vec{x};\mu}(x_4) \exp[-S_E[U]] ,$$

где $S_E = S_G + S_{stag}$ и

$$S_G = \frac{\beta}{2} \left(c_0 \sum_{plaq} \text{ReTr} (1 - U_{plaq}) + c_1 \sum_{rt} \text{ReTr} (1 - U_{rt}) \right) ,$$

$$\frac{a^4}{4} F_{\mu\nu}^2 = \frac{2N}{g^2} \left(1 - \frac{1}{N} \text{Re Tr} U_{x,\mu} U_{x+\hat{\mu},\nu} U_{x+\hat{\nu},\mu}^\dagger U_{x,\nu}^\dagger \right) + \underline{O}(a^6)$$

Решёточные фермионы: проблема удвоения

Наивное эрмитово действие безмассовых фермионов

$$S_F = \frac{a^{D-1}}{2} \sum_{x;\mu} \bar{\psi}_x \gamma^\mu \left[U_{x;\mu} \psi_{x+a\hat{\mu}} - U_{x-a\hat{\mu};\mu}^\dagger \psi_{x-a\hat{\mu}} \right]$$

при отсутствии калибровочных полей ($U_{x;\mu} = \mathbb{1}$) даёт обратный пропагатор фермиона

$$G^{-1}(p) = \frac{i}{a} \sum_{\mu=1}^D \gamma^\mu \sin(p_\mu a)$$

с 2^D нулями в зоне Бриллюэна

$$(0, 0, 0, \dots, 0), \left(\frac{\pi}{a}, 0, 0, \dots, 0\right), \dots, \left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}, 0, \dots, 0\right), \dots, \left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}, \dots, \frac{\pi}{a}\right)$$

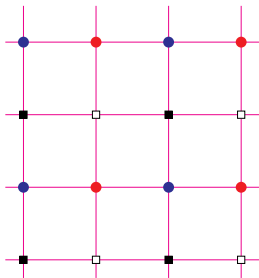
Это отвечает 2^D степеням свободы, в то время как у фермиона в D измерениях только $2^{D/2}$ физических степеней свободы.

Идея Когута и Зюскинда:

- при помощи замены переменных переместить все полюса в центр зоны Бриллюэна
- объявить полученное действие $2^{D/2}$ -кратно вырожденным по фиктивному квантовому числу “вкус”
- корень степени $2^{D/2}$ из фермионного определителя считать физическим.

Описанная процедура дала неожиданно хорошее согласие с феноменологией, хотя дискуссия о правомерности такой процедуры не закончена до сих пор.

Фермионы Когута-Зюскинда (staggered - мигающие?)



$$\psi(\vec{n}) = T(\vec{n})\chi(\vec{n})$$

$$\bar{\psi}(\vec{n}) = \bar{\chi}(\vec{n})T^\dagger(\vec{n})$$

$$T^\dagger(\vec{n})\gamma_\mu T(\vec{n} + \hat{\mu}) = \eta_\mu(\vec{n})\mathbb{I}$$

$$T(\vec{n}) = \gamma_1^{n_1} \dots \gamma_D^{n_D}$$

$$\eta_1(\vec{n}) = 1, \quad \eta_\mu = (-1)^{n_1 + \dots + n_{\mu-1}}$$

$$\gamma_5 \rightarrow (-1)^{n_1 + \dots + n_D}$$

$$S_F^{stag} = \left\{ M\bar{\chi}_{\vec{n}}\chi_{\vec{n}} + \sum_{\mu} \eta_\mu(\vec{n}) \left[\bar{\chi}_{\vec{n}}\chi_{\vec{n}+\hat{\mu}} - \bar{\chi}_{\vec{n}}\chi_{\vec{n}-\hat{\mu}} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
S_{stag} = & \sum_{x,\mu} \bar{\psi}_x \frac{\eta_{x,\mu}}{2} \left[U_{x,\mu} e^{\delta_{\mu,0} \mu q a} \psi_{x+\hat{\mu}} - U_{x-\hat{\mu},\mu}^\dagger e^{-\delta_{\mu,0} \mu q a} \psi_{x-\hat{\mu}} \right] \\
& + ma \sum_x \bar{\psi}_x \psi_x + \sum_x \frac{1}{2} \lambda \left[\psi_x^T \sigma_2 \psi_x + \bar{\psi}_x \sigma_2 \bar{\psi}_x^T \right],
\end{aligned}$$

$$\eta_\mu = (-1)^{n_1 + \dots + n_{\mu-1}}, \quad \eta_1(\vec{n}) = 1.$$

$$am_q = 0.0075, \quad \lambda = 0.00075.$$

Изучались решётки

- 32^4

- ▶ $\beta = 1.8$, $a = 0.044(1)$ фМ, $L = 1.4$ фМ, $T = 140$ МэВ,
 $m_\pi = 740(40)$ МэВ
- ▶ $\beta = 1.75$, $a = 0.048(1)$ фМ, $L = 1.54$ фМ, $T = 128$ МэВ,
 $m_\pi = 680(40)$ МэВ

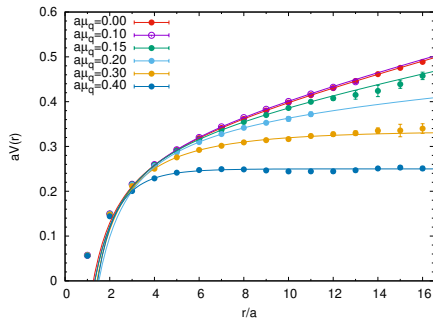
- 40^4

$$\beta = 1.75, a = 0.048(1) \text{ фМ}, L = 1.92 \text{ фМ}, T = 103 \text{ МэВ},$$
$$m_\pi = 680(40) \text{ МэВ}$$

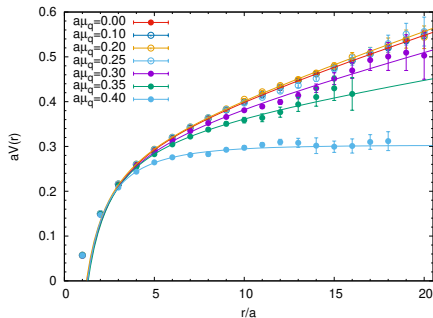
Масштаб:

- $\beta = 1.75$: $\frac{r_0}{a} = 9.8(2)$ фМ $\implies a = 0.048(1)$ фМ,
- $\beta = 1.8$: $\sqrt{\sigma(\mu_q = 0)} = 476(5)$ МэВ $\implies a = 0.044(1)$ фМ.

Потенциалы взаимодействия статических кварков



32^4

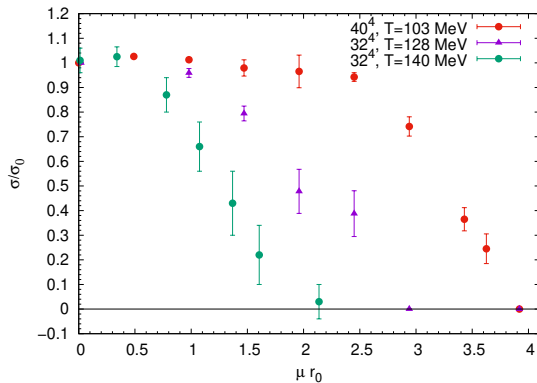


40^4

$$W_{R \times T} = \exp(-TV(R))$$

$$V(R) = V_0 + \sigma R + \frac{\alpha}{R}$$

Натяжение струны



Поляковская петля:

$$\mathcal{L}(\vec{X}) = P \exp \left(i g a \int_{(\vec{x},0)}^{(\vec{x},1/T)} A_0^c(\vec{X}, \tau) \Gamma^c d\tau \right)$$

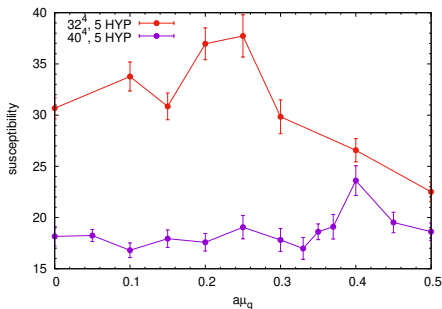
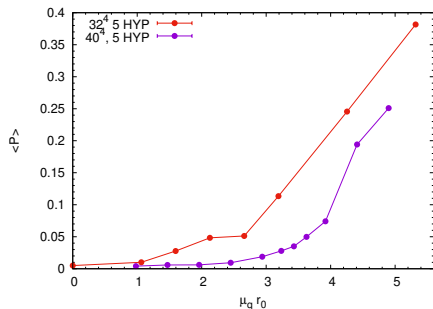
$$\langle \mathcal{L}(\vec{X}) \rangle = \frac{\int_T DA \exp(-S_E(A)) \mathcal{L}(\vec{X})}{\int_T DA \exp(-S_E(A))}$$

$$L = \frac{1}{VN_c} \text{Tr} \int d\vec{X} \langle \mathcal{L}(\vec{X}) \rangle$$

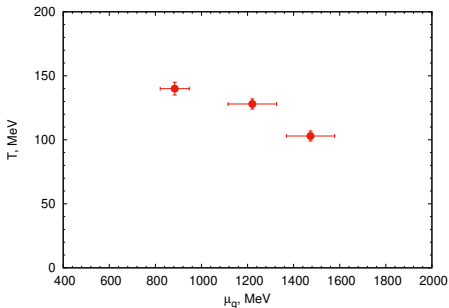
Свободная энергия одного [кварка](#):

$$\exp \left(- \frac{F_q(V, T)}{T} \right) = L$$

Поляковская петля и её восприимчивость

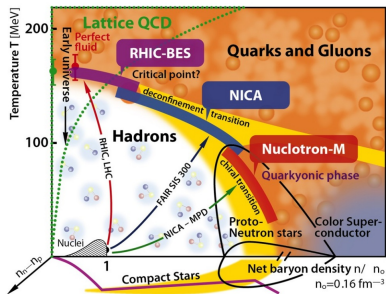


Распределение конфигураций по значениям поляковской петли не отклоняется от гауссова

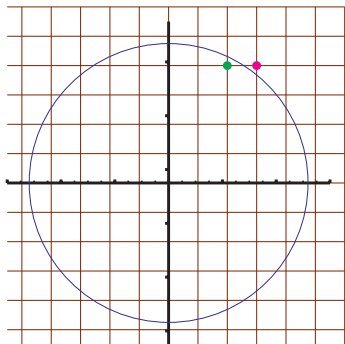


Область перехода
конфайнмент-деконфайнмент.

$$E_{exc} > 60 \text{ МэВ при } \mu_q = 1.4 \text{ ГэВ}$$



Какую температуру считать нулевой?



$$\mu = 0 :$$

$$P \simeq \exp\left(\frac{E_{min}}{T}\right)$$

$$E_{min} \gtrsim p_{min} = \frac{2\pi}{N_s a}$$

$E_{min} \gg T$ - возбуждений нет

$$2\pi N_t \gg N_s \implies T = 0$$

$$T = 0 : \boxed{N_t = N_s}$$

$\mu \neq 0$: нужно учесть поверхность Ферми

$$E_1 = p_{min}\sqrt{20}, \quad E_2 = p_{min}\sqrt{25} \implies E_{min} = E_2 - E_1 \approx 0.5p_{min}.$$

Параметры решётки для КХД@изоспин 28⁴

Sommer parameter: $r_0 F(r_0) = 1.65$

$\beta = 4.036$ & $r_0 = 0.468$ фМ

$$\implies a = 0.0687 \text{ фМ}$$

$am_{ud} = 0.0077$, $am_s = 0.0271$ $\lambda = 0.5m_{ud} \implies m_\pi \approx 380$ МэВ

$L = 1.92$ фМ, $T \approx 100$ МэВ, $\rho_{\min} = 650$ МэВ,

$E_{exc} > 170$ МэВ при $\mu_l = 1.2$ ГэВ $\implies 100 \text{ МэВ} \approx 0$

Пропагаторы в калибровочной теории при $T \neq 0$

Глюонный пропагатор в $SU(N_c)$ теории

$$D_{\mu\nu}^{bc}(\tau, \vec{x}) = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int_{A_\mu(0, \vec{x}) = A_\mu(\beta, \vec{x})} DA_\mu^a(x) A_\nu^b(\tau, \vec{x}) A_\mu^c(0, 0) e^{-S_E[A]} |\det M_{FP}(A)| \quad (1)$$

$$S_E[A] = \int_0^\beta d\tau \int_V d^3\vec{x} \left(\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu^a)^2 \right) \quad (2)$$

$$D_{\mu\nu}^{bc}(\tau, \vec{x}) = \delta^{bc} D_{\mu\nu}(\tau, \vec{x})$$

$$D_{\mu\nu}(p) = D_L(p)P_{\mu\nu}^L + D_T(p)P_{\mu\nu}^T + \alpha \frac{p_\mu p_\nu}{p^4}$$

$$D_L(p) = \frac{1}{p^2 + F(p)}, \quad D_T(p) = \frac{1}{p^2 + G(p)}$$

$$\Pi_{\mu\nu} = F(p)P_{\mu\nu}^L + G(p)P_{\mu\nu}^T$$

Исследуемые величины:

$$D_{ii}(|\vec{p}|^2) = 2D_T(0, \vec{p}), \quad D_{44}(|\vec{p}|^2) = D_L(0, \vec{p}),$$

Мы рассматриваем калибровку Ландау ($\alpha = 0$)

Корреляционная длина ξ и массы экранирования

Происхождение понятия “масса экранирования” связано с потенциалами юкавского типа

$$V = \frac{g^2 e^{-m|\vec{x}|}}{4\pi|\vec{x}|} \rightarrow \text{преобразование Фурье} \rightarrow \tilde{V} = \frac{g^2}{|\vec{p}|^2 + m^2}$$

Термин “экранирование” уместен лишь при некоторых предположениях о поведении потенциала $V(|\vec{x}|)$

- $V(|\vec{x}|)$ - монотонно убывающая функция
- $V(|\vec{x}|)$ убывает достаточно быстро при $|\vec{x}| \rightarrow \infty$

Масса экранирования

может быть определена как обратная величина к корреляционной длине,

$$m = \frac{1}{\xi},$$

где

$$\xi^2 = \frac{1}{2} \frac{\int dx_4 d\vec{x} \tilde{D}(x_4, \vec{x}) |\vec{x}|^2}{\int dx_4 d\vec{x} \tilde{D}(x_4, \vec{x})} = -\frac{1}{2D(0, \vec{0})} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{d}{dp_i} \right)^2 \Big|_{\vec{p}=0} D(0, \vec{p}).$$

При этом неявно предполагается, что при $|\vec{p}| < M$

$$D^{-1}(0, \vec{p}) = p^2 + m^2 + \underline{O}\left(\frac{|\vec{p}|^4}{M^2}\right).$$

M - размерный параметр, фиксирующий инфракрасный масштаб.

Однако, если пропагатор не удовлетворяет этому требованию, масса экранирования перестаёт описывать затухание взаимодействия на больших расстояниях, например:

$$\bullet D(\vec{p}, 0) = \frac{|\vec{p}|^2 + m^2}{|\vec{p}|^4 + M^4} \quad - \quad \xi^2 < 0, \quad m^2 < 0$$

$$\bullet D(\vec{p}, 0) = \frac{|\vec{p}|^2}{|\vec{p}|^4 + M^4} \quad - \quad \xi^2 \rightarrow \infty, \quad m = 0$$

$$\bullet D(\vec{p}, 0) = \frac{m^2}{|\vec{p}|^4 + M^4} \quad - \quad \xi^2 = 0, \quad m \rightarrow \infty$$

Формула

$$\tilde{V}_{E,M}(\vec{p}) = g^2 D_{L,T}(p_0 = 0, \vec{p}),$$

связывающая пропагатор с потенциалом взаимодействия,
справедлива

- в нерелятивистском приближении
(для взаимодействия статических зарядов и токов)
- при условии доминирования одночастичного обмена

Если $m \rightarrow \infty$, **одноглюонный обмен при взаимодействии статических цветовых зарядов и токов доминирует*** и

$$\tilde{V}_{E,M}(\vec{p}) = \int d\vec{x} V(\vec{x}) = g^2 D_{L,T}(0, \vec{p})$$

* - самосогласованное предположение

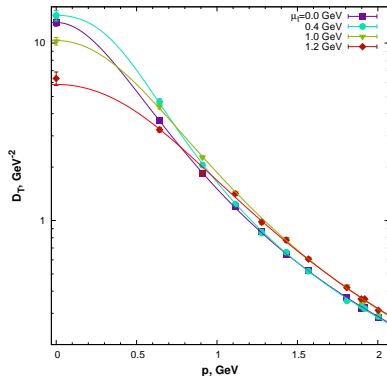
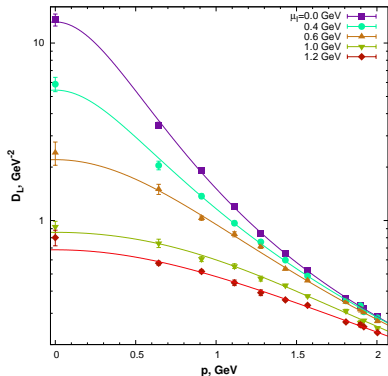
В этом случае

$$\xi^2 \sim \int d\vec{x} \tilde{V}(\vec{x}) |\vec{x}|^2 ,$$

- корреляционная длина **существует, если**

$$V < \frac{c}{|\vec{x}|^{5+\epsilon}} .$$

- Малые значения ξ можно интерпретировать как указание на малый радиус действия сил только при условии, что потенциал не осциллирует



$$D_{L,T}^{-1}(p^2) \simeq \zeta_{E,M} \left(m_{E,M}^2 + p^2 + r_{E,M}(p^2)^2 + q_{E,M}(p^2)^3 \right).$$

$$p = |\vec{p}|$$

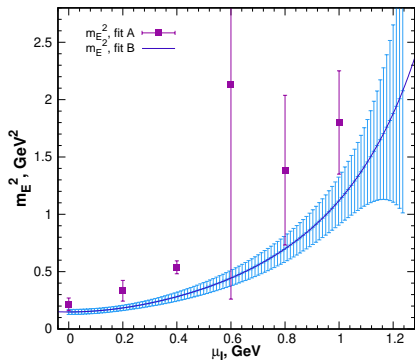
всего 24 параметра

Комбинированный фит

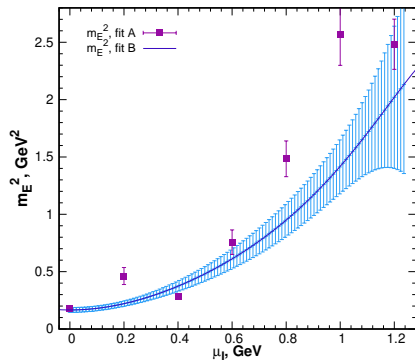
$$\begin{aligned} D_L^{-1}(p^2, \mu_I) \simeq & c_{00} + c_{02} \mu_I^2 + c_{04} \mu_I^4 + c_{06} \mu_I^6 \\ & + c_{20} p^2 + c_{22} p^2 \mu_I^2 + c_{24} p^2 \mu_I^4 + c_{26} p^2 \mu_I^6 \\ & + c_{40} p^4 + c_{42} p^4 \mu_I^2 + c_{44} p^4 \mu_I^4 \\ & + c_{60} p^6 + c_{62} p^6 \mu_I^2 + c_{64} p^6 \mu_I^4 \\ & + c_{80} p^8. \end{aligned}$$

$$m_E^2(\mu_I) = \frac{c_{00} + c_{02} \mu_I^2 + c_{04} \mu_I^4 + c_{06} \mu_I^6}{c_{20} + c_{22} \mu_I^2 + c_{24} \mu_I^4 + c_{26} \mu_I^6}$$

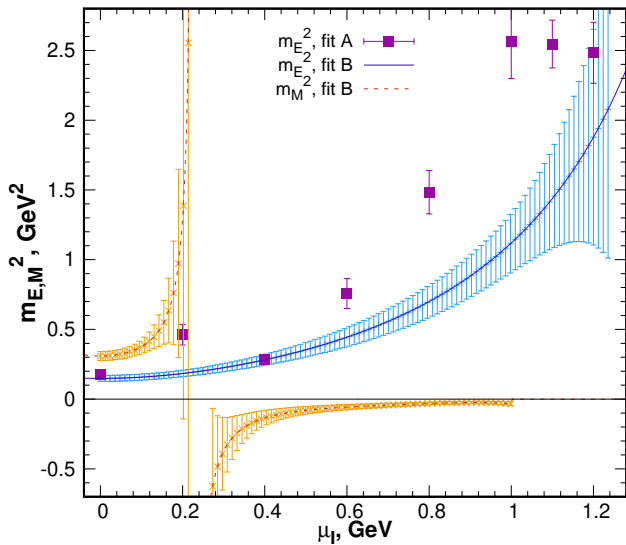
всего 15 параметров

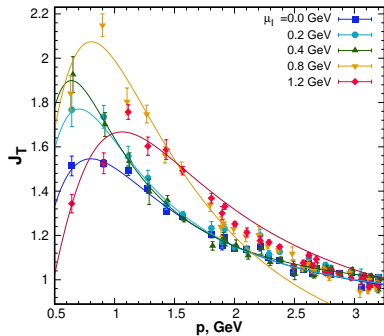
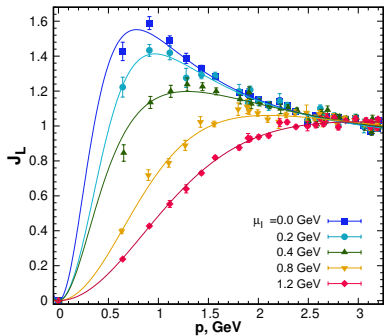


$0 < p < 1.5 \text{ GeV}$



$0 < p < 2 \text{ GeV}$





$$J_{L,T}(|\vec{p}|) = |\vec{p}|^2 D_{L,T}(\vec{p}, 0)$$

Заключение

- В КХ₂Д поведение натяжения струны и поляковской петли как функций μ_q и T говорят о переходе в фазу деконфайнмента при достаточно больших μ_q для каждой конкретной температуры.
- Температура перехода убывает с возрастанием μ_q , изменяясь от 140 до 100 МэВ в то время как химпотенциал меняется от 800 до 1500 МэВ.
- В КХД с ненулевым изоспиновым химпотенциалом хромоэлектрическая масса экранирования растёт с ростом μ_I , хромомагнитная исчезает при $\mu \sim 200$ МэВ.
- Хромомагнитные взаимодействия не экранируются в плотной изоспиновой материи, хромоэлектрические - экранируются на расстоянии порядка $\frac{1}{\mu_I}$