SPIN-2000/06
hep-th/0003004

Голографический принцип *

(The Holographic Principle)

Opening Lecture

Gerard 't Hooft

Institute for Theoretical Physics
University of Utrecht, Princetonplein 5
3584 CC Utrecht, the Netherlands

and

Spinoza Institute
Postbox 80.195
3508 TD Utrecht, the Netherlands

e-mail: g.thooft@phys.uu.nl
internet: http://www.phys.uu.nl/~thooft/

Abstract

После краткого вводного обзора современного состояния физики высоких энергий формулируются некоторые проблемы физики на планковских масштабах, и путем изучения квантово-механических особенностей черных дыр вводится понятие, известное как "голографический принцип" в физике планковских масштабов.

1. Введение.

На открытии Летней Школы, где будут обсуждаться многие важные проблемы современной физики элементарных частиц, кажется уместным начать обзором, как бы с высоты птичьего полета, недавних событий в этой области. Другим нашим побуждением является то, что фундаментальная физика сегодня, кажется, достигла новой стадии, и необходимо поразмыслить о прошлом, чтобы объяснить существующие взгляды и представления и мотивировать те вопросы, которые мы считаем сегодня уместными задавать себе, чтобы продвигаться дальше.

* Presented at "Basics and Highlights in Fundamental Physics", Erice, August, 1999. Перевод на русский язык В.О. Соловьева

Перед 70-ми годами картина фундаментальных сил была следующей. Во-первых, имелась *Квантовая Электродинамика* (QED), очень успешная схема описания (почти) всех электрических и магнитных свойств наших любимых частиц. Было понято, как делать впечатляюще точные вычисления, используя разложения по теории возмущений относительно малого параметра [1] $\alpha = e^2/4\pi\hbar c \approx 1/137$. Хотя было понятно, как *перенормировать* очевидные расходимости теории, оставалось все еще несколько загадочным, почему эта процедура работала вообще, и действительно, иногда (например, когда надо было рассчитать электромагнитные разности масс), она, по-видимому, не срабатывала.

Что касается *слабых сил*, у нас было только "эффективное" выражение для взаимодействия [2], однако, оно не было перенормируемым, что делало невозможным вычисление любой из радиационных поправок более высоких порядков.

Сильное взаимодействие было в еще худшем состоянии. Оно обычно трактовалось как "черный ящик", для которого были хорошо поняты только свойства симметрии. Могли быть написаны несколько упрощенные, но весьма поучительные модели (модель Gell-Mann-Lévy [3], дуальная резонансная модель [4]), но они были взаимно несовместимы, и так как величина взаимодействия была большой, разложения по теории возмущений, даже если бы Вы могли их перенормировать, казались бессмысленными.

Затем наступила революция 70-х. Открытие, что неабелевы калибровочные теории являются перенормируемыми [5] дало нам возможность сделать очень важный шаг. Мы могли теперь задать вопрос: "Что такое *самая общая* перенормируемая в теории возмущений квантовая теория поля?" [6]

Ответ, как оказалось, состоял в том, что наша теория должна сводиться к трем видам основных частиц, представленных фундаментальными полями. Они различались значениями спина S:

$S = 1$: Такие частицы должны описываться (абелевой или неабелевой) калибровочной теорией. Калибровочная группа может быть любой локальной компактной группой Ли G, например $G = SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1) \otimes \ldots$

$S = \frac{1}{2}$: Эти частицы должны быть описаны дираковскими полями, ψ^L и ψ^R, для которых ψ^L преобразуется как $\mathbf{2} \times \mathbf{1}$ представление алгебры $SU(2)^{\text{левое}} \otimes SU(2)^{\text{правое}}$ группы Лоренца (в евклидовой системе обозначений), а ψ^R преобразуется как $\mathbf{1} \times \mathbf{2}$. Каждое из этих полей может быть в любом конечномерном представлении калибровочной группы G, но имеется очень важное ограничение: во вкладах треугольных диаграмм для матричных элементов аксиальных токов может возникать *аномалия*. Нельзя допускать взаимодействий токов с аномалиями с калибровочными полями. Если ψ^L и ψ^R находятся в различных представлениях калибровочной группы G, нужно потребовать, чтобы их вклады в аксиальные аномалии сокращались [7]. В современной версии Стандартной Модели это действительно имеет место.

$S = 0$: Может присутствовать любой набор скалярных полей ϕ в любом конечном представлении G. Его самодействия должны быть полиномами четвертой степени, скалярные поля могут взаимодействовать с фермионами путем калибровочно-инвариантных юкавских членов вида $\overline{\psi}^L \phi \psi^R +$ h.c. Через механизм Хиггса [8], эти поля могут давать массы векторным частицам и частицам Дирака [9] .

Существующая Стандартная Модель удовлетворяет всем этим требованиям — и более того: уравнения ренормгруппы говорят нам, что силы взаимодействия изменяются при увеличении энергий так,

что разложения по теории возмущений могут применяться до чрезвычайно высоких энергий [†]. И все же многие вопросы еще остаются без ответов:

— Чем определяются выбор калибровочной группы G, сделанный Природой, фермионные и скалярные представления G, число поколений лептонов и кварков и величины констант взаимодействия, в частности, детальное строение матрицы Kobayashi-Maskawa? [11]

— Как объяснить столь большую иерархию масштабов в природе? Несовпадение между планковской шкалой, электрослабой шкалой и шкалой (шкалами) масс нейтрино – только один из нескольких вопросов этого сорта.

— Какова роль суперсимметрии, и как нарушена суперсимметрия? [12]

— Как присоединить сюда силу тяготения, и почему космологическая константа столь мала, а если она совсем исчезает, то опять-таки, почему? Нет никакой известной симметрии, которая "защищает" космологическую константу от эффектов перенормировки.

Различные ответы на некоторые или на все эти вопросы в настоящее время исследуются. Судя по опыту прошлого, крайне важно задавать Правильные Вопросы.

Есть ли еще полезные результаты, которых нужно ждать от экспериментов? Три экспериментальных направления все еще не исчерпаны и могут существенно уточнить наши представления, хотя они становятся все более и более трудными, требуя от экспериментаторов все большего мастерства:

a) При все более высоких энергиях ожидается, и я думаю, будет сделано, следующее:

— Должен быть обнаружен хиггс.

— В обнадеживающе скором времени могут быть обнаружены суперсимметричные партнеры всех известных теперь частиц. На первый взгляд, тот факт, что примеры суперсимметрии были обнаружены в ядерной физике [13], имеет мало общего с вопросами суперсимметрии в среде элементарных частиц, но это может указывать, что по мере того как спектр частиц становится все более сложным, некоторые суперсимметричные картины легко могли бы проявиться, даже если для их существования нет никакой "фундаментальной" причины.

— Другие новые структуры также могут быть найдены при более высоких энергиях. Наиболее приятными сюрпризами будут неожиданные, те, что могут открыть для нас новые поля. Вообще предполагается, что существующая модель будет нарушена за пределами 1 TeV, или около того, а этот уровень энергий будет в пределах нашей досягаемости в ближайшем десятилетии или около этого.

Эти высокоэнергетические эксперименты обращаются к неизвестной физике напрямую, и поэтому они наиболее важны.

b) В редких случаях, новых результатов можно также ожидать от прецезионных экспериментов при более низких энергиях. В недавнем прошлом был целый ряд интересных примеров:

— Оказалось возможным измерить с точностью лучше одного процента атомные нарушения четности, несмотря на то, что они являются незначительными эффектами [14]. Это дало независимое подтверждение эффектов, вызываемых W и Z обменами в атомных ядрах.

— Прекрасной лабораторией является K_L/K_S-система. Могут быть сделаны прецезионные измере-

[†] неизвестным фактором остается самодействие Хиггса, так как масса Хиггса нам все еще неизвестна [10]

ния параметра ε'/ε, которые могут выявить особенности, лежащие глубоко внутри, или, возможно, вне Стандартной Модели, как мы узнаем на этой Школе [15].

— Могут быть подвергнуты испытанию и другие известные фундаментальные принципы теоретической физики, такие, как CPT-инвариантность, принцип относительности; могут быть сравнены отношения Q/M для частиц и античастиц, может быть исследована квантовая механика гравитирующих систем, и т.д.

— Были предложены новые идеи, согласно которым закон Ньютона для силы тяготения на расстояниях, меньших 1 мм, может измениться. Это может быть проверено экспериментально [16].

— Крошечные массовые члены, которые приводят к смешиванию между различными разновидностями нейтрино могут быть обнаружены в специальных экспериментах [17].

— Имеются, несомненно, и намного более тонкие эффекты, которые могут быть обнаружены, и это изменит наши представления о фундаментальных взаимодействиях.

c) Третий источник информации – это космология. Раньше такие вещи были хороши только для научной фантастики, но теперь космологические модели становятся более зрелыми. Они дают точные предсказания, которые могут быть проверены астрофизическими наблюдениями. Модели инфляционной вселенной проникают глубоко в область чрезвычайно высоких энергий, и та информация, которую они поставляют, уникальна:

— Предсказана структура спектра космического фонового излучения, и следует ожидать более детальных наблюдений.

— Распределение галактик предполагается возникающим в результате квантовых флуктуаций в очень ранней Вселенной. Оно будет рассчитано и сравнено с наблюдаемым.

— Продолжается поиск темной материи. Результат глубоко затронет наши представления о фундаментальных взаимодействиях.

— Статистический анализ отдаленных галактик может, наконец, также доказать присутствие космологического постоянного члена в действии Эйнштейна-Гильберта.

— Другие проверки моделей, например, барион-антибарионой асимметрии и CP-нарушения.

Несмотря на этот длинный список, у нас есть причины волноваться из-за все более и более трудных барьеров, которые встают пред нами, когда мы пытаемся понять структуру нашего мира на малых расстояниях. Какие чисто теоретические подходы способны помочь нам найти ответы? Мы должны сконцентрироваться на *фундаментальных недостатках* современной картины мира. Их много:

— Как было уже упомянуто, иерархии масштабов длин должным образом не объясняются в рамках того, что нам уже известно.

— Очевидное отсутствие космологической константы расходится с тем, что нам известно о квантовой гравитации.

— В действительности, квантование гравитации все еще остается глубокой проблемой. Теория суперструн энергично пытается взять силу тяготения под контроль, но, это конечно – дикое животное. Суперструны родили D-браны, D-браны родили "M-теорию", но пока еще не было возможности даже близко подойти к точной формулировке ее законов. Это идеи чрезвычайной важности, но новые направления все еще надо искать.

Что известно наверняка – это то, что квантовая механика работает, что сила тяготения существует, и что работает общая теория относительности. Подход, защищаемый мной в течение последних десятилетий, состоит в том, чтобы рассматривать проблемы, которые возникают при попытках объединить эти теории, прямо и непосредственно, в особенности, проблему гравитационной неустойчивости. Эти соображения теперь привели тому, что назвали "Голографическим Принципом", что в свою очередь приводит к еще более спекулятивной идее детерминистской квантовой гравитации. Эта теория и эффекты *диссипации информации* будут обсуждаться в специальной лекции. Наша центральная проблема: *Как Природа ведет свою бухгалтерию на планковских масштабах?*

2. Неизбежное существование черных дыр.

При достаточно больших количествах материи неизбежным является гравитационный коллапс [18]. Есть разные способы вывести этот факт. Для начала, можно рассмотреть стационарную сферически-симметричную конфигурацию материи, удерживаемую вместе гравитацией. Мы предполагаем, что около поверхности имеется область $r = r_1$, где температура достаточно низка, чтобы плотность ϱ_1 была достаточно высокой, скажем, как у воды. Предположим, что внутри сферы $r = r_1$, имеется некоторое количество массы M_1. Давление p у этой поверхности все еще незначительно. Теперь просто доказать, что M_1 должно иметь верхний предел. В любом случае, давление p повышается, когда мы рассматриваем все меньшие расстояния r от центра. Если бы плотность была постоянной, а общерелятивистские эффекты – незначительными, то можно было бы легко вычислить давление в центре. Однако, когда мы будем спускаться к центру, плотность, вероятно, будет увеличиваться. Фактически, если мы предполагаем, что наша материя будет *неэкзотической*, то отсюда следует ее конечная сжимаемость. Материя, по определению, считается неэкзотической, если скорость звука v_s в ней меньше, чем скорость света c. Это означает, что градиент поля тяготения будет возрастать, следовательно, градиент давления станет более крутым, и это вызовет неустойчивость. Если M_1 было выбрано достаточно большим, то будет существовать точка $r = r_2 < r_1$, где давление становится бесконечным. Даже без любых других релятивистских параметров, это дает нам предел $\frac{2}{3}\pi G_N \varrho_1 r_1^2 < 1$. Правильный учет общерелятивистских эффектов даст более сильный предел, как я кратко объясню позже.

Но сначала: обязана ли материя быть неэкзотической? Предположим, что скорость звука превышает скорость света. Возникнет ли тогда немедленное противоречие? Специальная теория относительности обычно требует, чтобы никакой сигнал не мог распространяться быстрее, чем свет. Однако, почему мы этого требуем – из-за причинной связи: никакой сигнал не должен быть способен распространяться *назад* во времени. Затем это объединяется с требованием лоренц-инвариантности. Однако, материя в равновесии представляет собой привилегированную лоренцеву систему отсчета, так что, мы могли бы опустить последнее требование. И все же, ограничения необходимы. Рассмотрим две области, в которых материя имеет различные локальные скорости. Вообразите два смежных канала, по которым материя движется в противоположных направлениях, и в обоих направлениях звук идет быстрее, чем свет. Из-за сдвига времени при преобразовании Лоренца внешний наблюдатель может видеть перемещение обоих сигналов назад во времени. Это, в принципе, могло бы породить замкнутый контур транспортировки информации в пространстве-времени, что является нежелательной ситуацией. Мы должны запретить это.

Даже экзотическая материя, однако, неспособна остановить формирование черных дыр. Это будет видно, если мы используем полные общерелятивистские уравнения вместо нашего псевдорелятивистского аргумента, приведенного выше. Это так называемые уравнения Толмена-Оппенгеймера-

Волкова [19]. Эти уравнения сообщают нам, с учетом некоторого уравнения состояния, как плотность и давление увеличиваются при продвижении к центру. Решение этих уравнений для постоянной плотности является элементарным упражнением. Даже тут получается, что из-за кривизны пространства-времени давление стремится к бесконечности при конечном радиусе, если мы начинаем работать со слишком большой массой и со слишком высокой плотностью при слишком маленьком радиусе поверхности.

Мы можем, однако, также получить черную дыру из обычной материи при нулевом давлении. Рассмотрим сферически-симметричное распределение материи в виде оболочки некоторой конечной толщины. Позволим оболочке сжиматься под действием ее собственного поля тяготения. Внутри оболочки вообще нет никакого поля тяготения, что можно понять, используя те же аргументы, которые говорят нам, что внутри проводящей металлической сферы нет никакого электрического или магнитного поля. Если первоначальное количество материала было достаточно большим, сокращение будет продолжаться, и в пределе нулевого давления и полностью радиального, сферически-симметричного движения, уравнения могут легко быть точно решены. Мы получаем плоское пространство-время внутри и чисто шварцшильдовскую метрику снаружи. По мере сжатия сферы, наступит момент, когда появится шварцшильдовский горизонт. С этого момента, внешний наблюдатель больше не будет регистрировать никакого излучения от оболочки, вместо нее появляется черная дыра.

3. Излучение Хоукинга и квантовые состояния.

Стандартное общерелятивистское решение для черной дыры имеет, как свою характерную черту, то свойство, что вскоре после ее формирования уже не будет регистрироваться никаких выходящих из нее сигналов. Она должна быть воистину черной. Как известно, эта картина изменилась, когда Хоукинг [20] обнаружил элементарное следствие, вытекающее из квантовой теории поля, применяемой к полям, живущим в метрике черной дыры. Изменение операторов рождения и уничтожения оказывается таким, что состояния вблизи горизонта не являются истинно вакуумными, они содержат точно вычисляемую плотность частиц, которые испускаются в виде излучения абсолютно черного тела с температурой, заданной в виде [20]

$$kT_H \;=\; \frac{\hbar c^3}{8\pi G\, M_{\rm BH}}\;. \tag{3.1}$$

Этот результат позволяет нам вычислить *плотность квантовых состояний* черной дыры. Самый простой способ это сделать – использовать термодинамику. Однако, можно возразить, что черная дыра не находится в термодинамическом равновесии: когда к черной дыре добавляется энергия, ее масса и размер увеличиваются, и следовательно ее температура понижается.

Мы можем избежать термодинамики, выводя спектральную плотность черной дыры непосредственно из ее температуры Хоукинга. Все что требуется – это некоторая форма инвариантности относительно обращения времени [21]. В нашем распоряжении имеется и *поток излучения* (интенсивность потока излучения Хоукинга), и *вероятность поглощения*, или эффективное сечение черной дыры для падающей материи.

В единицах, в которых $G = \hbar = c = 1$, сечение σ будет приблизительно равным

$$\sigma \;\approx\; 2\pi R^2 \;=\; 8\pi M^2\,, \tag{3.2}$$

и слегка бóльшим для объектов, медленно перемещающихся внутрь. Вероятность излучения $W\mathrm{d}t$ данного типа частиц, в данном квантовом состоянии, в большом объеме $V = L^3$:

$$W\mathrm{d}t \;=\; \frac{\sigma(\mathbf{k})v}{V}\, e^{-E/kT}\mathrm{d}t\,, \tag{3.3}$$

где $\mathbf{k}$ – волновое число, характеризующее квантовое состояние, v – скорость частицы, и E – ее импульс.

Теперь *предположим*, что процесс также подчиняется уравнению Шредингера. Это означает, что существуют квантово-механические амплитуды перехода,

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\text{in}} &= {}_{\text{BH}}\langle M+E|\mathcal{T}|M\rangle_{\text{BH}}|E\rangle_{\text{in}}\,, \\ \text{and} \qquad \mathcal{T}_{\text{out}} &= {}_{\text{BH}}\langle M|_{\text{out}}\langle E|\mathcal{T}|M+E\rangle_{\text{BH}}\,, \end{aligned} \tag{3.4}$$

где состояния $|M\rangle_{\text{BH}}$ представляют собой состояния черной дыры с массой M, а другие состояния – собственные энергетические состояния частиц в объеме V. В терминах этих амплитуд, используя так называемое, Золотое Правило Ферми, сечение и вероятности излучения могут быть записаны в виде

$$\sigma = |\mathcal{T}_{\text{in}}|^2 \varrho(M+E)/v\,, \tag{3.5}$$

$$W = |\mathcal{T}_{\text{out}}|^2 \varrho(M)\frac{1}{V}\,. \tag{3.6}$$

где $\varrho(M)$ обозначает плотность уровней черной дыры массы M. Коэффициент v^{-1} в уравнении (3.5) – кинематический множитель, а коэффициент V^{-1} в W является результатом нормировки волновой функции.

Теперь инвариантность относительно инверсии времени дает соотношение для $\mathcal{T}_{\text{in}}$ и $\mathcal{T}_{\text{out}}$. Точнее, все что нам требуется – это PCT-инвариантность, так как преобразование четности P и зарядовое сопряжение C не оказывают никакого влияния на наше вычисление σ. Разделяя выражения (3.5) и (3.6) и используя (3.3) находим:

$$\frac{\varrho(M+E)}{\varrho(M)} = e^{E/kT} = e^{8\pi ME}\,. \tag{3.7}$$

Это просто проинтегрировать:

$$\varrho(M) = e^{4\pi M^2 + C} = e^{S}\,. \tag{3.8}$$

Мы можем переписать это как

$$\varrho(M) = 2^{A/A_0}\,, \tag{3.9}$$

где A - площадь горизонта, и A_0 – фундаментальная единица площади,

$$A_0 = 4\ln 2\, L^2_{\text{Планка}}. \tag{3.10}$$

Это предполагает степень свободы, подобную спину, на всех элементах поверхности размера A_0, см. Рис. 1.

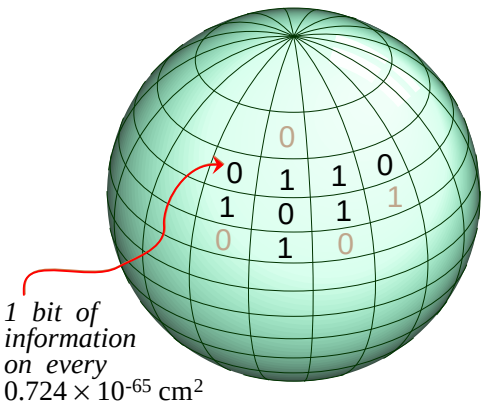

Рисунок 1. Информация на горизонте черной дыры.

Важность этого вывода состоит в том, что выражения, используемые здесь в качестве отправных пунктов являются *фактической* скоростью эмиссии Хоукинга и *фактическим* сечением поглощения черной дыры. Это подразумевает, что если при более детальном рассмотрении около горизонта будут найдены расходимости, то эти расходимости не должны использоваться в качестве аргумента для корректировки соотношения между энтропией и плотностью уровней большими коэффициентами перенормировки.

4. Проблема квантовой информации.

Соблазнительно сделать на основе аргументов, представленных выше, вывод, что состояния черной дыры являются естественным расширением спектра элементарных частиц. Самые легкие частицы, известные нам, были идентифицированы как фотоны, нейтрино, электроны, мюоны, мезоны, барионы, и дальше вперед – к тяжелым лептонам, хиггсам и так далее. Ряд могут продолжить пока еще неизвестные частицы в "пустыне" между 1 TeV и 10^{19} eV, а за пределами этой области могли бы существовать первые повторения суперструн. "Наиболее точечными объектами" за пределами планковской массы должны, несомненно, быть черные дыры, просто потому, что любой достаточно плотный объект с достаточно большой массой должен обладать полем тяготения и связанным с ним горизонтом. Очевидно, мы теперь знаем спектр объектов в этом интервале, кроме неизвестной мультипликативной константы e^C в уравнении (3.8).

Мы должны иметь возможность работать с этими объектами так же, как со всеми квантовыми объектами при рассмотрении квантово-механических амплитуд при высоких энергиях: они представляются как пропагаторы, описывающие промежуточные состояния. Теоретическая физика должна давать нам вычислительные правила, сопоставимые с правилами Фейнмана, для вычисления этих амплитуд. Что же у нас имеется?

Поведение квантовых полей около горизонта черной дыры, согласно общей теории относительности, следует из выражения для бесконечно малого инвариантного элемента длины $\mathrm{d}s$:

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1-\frac{2M}{r}\right)\mathrm{d}t^2 + \frac{\mathrm{d}r^2}{1-2M/r} + r^2\mathrm{d}\Omega^2\,, \tag{4.1}$$

где $\mathrm{d}\Omega^2$ заменяет $\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2$. Записывая

$$r-2M \;=\; e^\sigma \qquad \mathrm{d}r = (r-2M)\mathrm{d}\sigma \tag{4.2}$$

мы видим, что

$$\mathrm{d}s^2 = \left(1-\frac{2M}{r}\right)\left(-\mathrm{d}t^2 + r^2\mathrm{d}\sigma^2 + \frac{r^2}{1-2M/r}\mathrm{d}\Omega^2\right)\,. \tag{4.3}$$

При высоких энергиях конформный множитель мало влияет на волновые уравнения для легких разновидностей частиц. Рассмотрим волновое уравнение близко к горизонту, типа,

$$\partial_\mu\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi \;-\; m^2\sqrt{-g}\,\phi \;=\; 0\,. \tag{4.4}$$

Так как оно содержит тензор, обратный к метрике $g_{\mu\nu}$, вклад от угловой части в уравнении (4.3) становится незначительным, то же самое относится к массовому члену. Таким образом, волновые уравнения станут 2-мерными, и они генерируют плоские волны в σ-t направлении, так как если бы σ-t пространство было плоским. Это означает, что получается неограниченное число колебаний около горизонта при $\sigma \to -\infty$. В отличие от случая систем типа атома водорода, мы видим, что

граничное условие на горизонте определено плохо. Квантовые состояния могут генерировать здесь неограниченное число мод. Из этого примера можно было бы заключить, что плотность квантовых состояний для черной дыры никоим образом не является конечной.

Физическое происхождение этой расходимости понять нетрудно. Частицы могут двигаться в черную дыру, но, пока мы придерживаемся линейных уравнений поля, частицы, появляющиеся из черной дыры никак не могут быть связаны со входящими. Не может быть никакого отражения от горизонта, так как должно иметь место бесконечное запаздывание. Здесь мы видим, что ситуация со входящими и уходящими спинорами или векторными частицами будет одинаково безнадежной.

Две другие загадки тесно связаны с только что рассмотренной проблемой. Во-первых, мы имеем проблему *квантовой декогерентности*. Эта проблема становится очевидной, когда эффект Хоукинга рассчитывается явным образом. Начальное состояние элементарных частиц перед формированием черной дыры описывается в терминах различных мод Фурье их полей. Все эти моды затем связываются с наблюдаемыми операторами. В гейзенберговской картине квантовых состояний эти операторы становятся зависящими от времени. Часть мод Фурье начальных полей теперь падает в черную дыру, и только операторы, связанные с модами, которые появляются из черной дыры, соответствуют наблюдаемым в более позднее время. Средние значения этих наблюдаемых позднего времени, оказываются описанными тепловой матрицей плотности. В терминах базиса состояний, порожденного только наблюдаемыми позднего времени, эта матрица плотности, как оказывается, имеет собственные значения меньшие единицы, что является характерным для не полностью когерентного квантового состояния. Эта ситуация подобна тому, что получается для сплошной среды, если позволить наблюдаемым частицам уходить и впоследствии опускать квантовые состояния, которые они собой представляли.

В случае черной дыры недостающими частицами являются поглощенные. Если бы мы были вынуждены сохранить эти частицы в нашем квантовом описании, это привело бы к еще худшей бесконечности квантовых состояний.

Следующее описание "проблемы информации" является более простым. Выберите систему координат, в которой формирование черной дыры выглядит более или менее регулярным. Входящие частицы, как замечено, входят и в довольно поздние времена. Если теперь предположить, что возвращающиеся частицы не полностью независимы от входящих, то можно было бы принять, что, так или иначе, информация, содержащаяся во входящих частицах была передана уходящим. Уходящие, однако, все принадлежат модам Фурье, которые возникли как квантовые колебания в той точке, где была сформирована черная дыра, это путь назад в прошлое. Как требуемая информация могла быть запечатлена на этих частицах, если они уже находились там в течение такого долгого времени?

Хоукингом было сделано математически безупречное наблюдение [22]: пространство-время черной дыры описывает *две* области, а не одну, и эти две области связаны "кротовой норой" ("wormhole"). После того, как черная дыра сформирована, квантовые волновые функции элементарных частиц распространяются по этим двум областям, и они становятся переплетенными. Отключение информации о содержании "скрытой" области оставит другую вселенную в квантово-механически декогерентном состоянии.

С физической точки зрения, однако, этот аргумент неудовлетворителен. Он подразумевает, что черные дыры существенно отличаются от всех других форм материи, в том смысле, что они, кажется, производят декогерентность. Во всех отношениях этот результат эквивалентен высказыванию, что элементы матрицы рассеяния, затрагивающие черные дыры, *не фиксированы нашей теорией*, а несут неопределенность, распределенную некоторым хорошо определенным способом. Таким образом, то, что

мы имеем в действительности, есть "неопределенная теория". Наша теория неполна. Мы не должны успокаиваться на этом. Возможно новая физика избавит нас от этой неопределенности.

5. Ansatz для матрицы рассеяния.

Как мы "улучшаем" нашу теорию? Естественно, можно думать о включении бóльшего количества взаимодействий; очевидно, в применяемых до сих пор процедурах предполагалось, что входящие и выходящие поля не взаимодействуют — уравнение (4.4) линейно по ϕ. На первый взгляд кажется, что включение взаимодействия разрешит парадокс. Когда σ стремится к $-\infty$, плоские ϕ-волны входят конформно во все меньшие области пространства и времени. Эффективно, гравитационное взаимодействие быстро усиливается, и когда e^σ приближается к планковской длине, это эффективное взаимодействие становится суперсильным. Альтернативный способ проверить это – перейти к системе координат, которая является локально регулярной около горизонта. Такая система координат дается, например, координатами Крускала $\{x,\, y\}$:

$$xy = \left(\frac{r}{2M} - 1\right) e^{r/2M} \qquad x/y = e^{t/2M}\,. \tag{5.1}$$

Записывая

$$x^0 = x - y \qquad x^1 = x + y\,, \tag{5.2}$$

находим, что метрика будет регулярной около $x \approx y \approx 0$. Частицы, посланные в далеком прошлом, выровняются вблизи оси $x = 0$, а частицы, выходящие в отдаленном будущем, выравниваются вблизи $y = 0$. Буст по шварцшильдовскому параметру времени t соответствует преобразованию Лоренца в пространстве $(x,\, y)$, где масштаб задан массовым параметром M. Если мы рассмотрим временные промежутки, длительные по сравнению с M, лоренцев буст, отделяющий падающие и уходящие частицы станет ужасающим. Таким образом, мы видим, что падающие и уходящие частицы встречают друг друга около $x = y = 0$ с чрезвычайно большой энергией в системе центра масс. Даже если бы мы могли пренебречь взаимодействиями стандартной модели при этих энергиях, гравитационное взаимодействие, которое растет как квадрат энергии, начиная с некоторого момента больше не может игнорироваться.

Это наблюдение однако не решает проблемы декогерентности. Даже при наличии взаимодействий, можно все еще доказывать, что информация утекает в черную дыру, и теории чистых состояний, взаимодействующих с другими чистыми состояниями без декогерентности, не получается. Требуется более мощный подход.

Сейчас активно поддерживается идея начать с другого конца: надо *предположить* существование полностью когерентной квантово-механической матрицы рассеяния S. Это предположение напоминает догмат; мы не можем вывести его из первых принципов иначе, чем потребовав *существования* теории. Несмотря на то, что стандатный подход, в лучшем случае, дает нам некоторое 'распределение' для физической матрицы рассеяния, предположим, что элементы 'истинной' матрицы рассеяния определены точно. Даже если не будет никакой теории для их расчета, они могут, в принципе, быть получены из эксперимента.

Требование согласованности с существующей теорией, однако, дает нам важные ограничения. Действительно, той информации, которой мы уже обладаем, почти достаточно для вывода матрицы рассеяния. Вычисления будут детально изложены в другом месте, здесь мы дадим только выводы.

Доминирующим взаимодействием будет предполагаться гравитационное, просто потому что энергия в системе центра масс стремится к бесконечности. Поправки на остальные взаимодействия могут

быть сделаны позже (электромагнитные эффекты важны, но они не изменяют главного результата, который мы получим). Итак, процедура будет следующей [23].

Сначала возьмем черную дыру с некоторой хорошо известной предысторией *входящих* частиц, например, зададим тот способ, которым сжималась звезда, чтобы дать эту черную дыру, а затем туда падали многие другие объекты. Предположим, что все это привело к *чистому* квантовому состоянию, которое будет обозначаться как $|1\rangle$. Оно эволюционирует и распадается некоторым заданным путем. Это приводит к суперпозиции множества возможных состояний для выходящих частиц, включая состояния, описывающие финальный взрыв.

Затем рассмотрим то же самое состояние $|1\rangle$, но с одной добавленной или удаленной частицей, назовем это состояние $|1,\,\delta p\rangle$, где δp обозначает импульс (и возможно, другие свойства) дополнительного входящего объекта. То, что мы теперь можем сделать – это произвести максимально детальный расчет эффектов, которые оказывают эти дополнительные падающие частицы на частицы выходящие. Конечно, они взаимодействуют. Наиболее интересным является гравитационное взаимодействие. Оно ведет к *сдвигу* волновых функций выходящих частиц. Этот сдвиг представляет собой не что иное как вызванное гравитационным полем падающего объекта запаздывание Шапиро. В принципе, вычисление является вполне непосредственным, но должно быть выполнено с некоторой осторожностью, так как падающий объект движется практически со световой скоростью. Сдвиг координаты Крускала y оказывается равным

$$\delta y = p_{\rm in} \cdot G(|\tilde{x}_{\rm in} - \tilde{x}_{\rm out}|)\,, \tag{5.3}$$

где G – легко вычисляемая функция координат $\tilde{x}$ на горизонте. В пределе большой черной дыры и малых расстояний на горизонте, мы приближенно рассматриваем $\tilde{x}$ как плоские координаты, и в этом пределе, функция G пропорциональна $\log|\tilde{x}_{\rm in} - \tilde{x}_{\rm out}|$. Мы тогда находим, что этот сдвиг удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\tilde{\partial}^2 \delta y = -C \cdot p_{\rm in} \cdot \delta^2(\tilde{x}_{\rm in} - \tilde{x}_{\rm out})\,. \tag{5.4}$$

Поэтому G – функция Грина. Из-за этого сдвига, уходящее состояние $|\psi_{\rm out}\rangle$ превращается в

$$\exp\left(i\int {\rm d}^2\tilde{x}\; P^+{}_{\rm out}(\tilde{x})\delta y(\tilde{x})\right)|\psi_{\rm out}\rangle\,. \tag{5.5}$$

Записывая $\delta y(\tilde{x}) = \int {\rm d}^2\tilde{x}'\, G(\tilde{x}-\tilde{x}')\,\delta p_{\rm in}(\tilde{x}')$, получаем новое состояние

$$|\psi'_{\rm out}\rangle = \left(\exp\, i\int\int {\rm d}^2\tilde{x}\,{\rm d}^2\tilde{x}'\, P^+{}_{\rm out}(\tilde{x})G(\tilde{x}-\tilde{x}')\delta p_{\rm in}(\tilde{x}')\right)|\psi_{\rm out}\rangle\,. \tag{5.6}$$

И теперь мы можем повторить это много раз. Пусть $P^-(\tilde{x}')$ – полный импульс (в координатах Крускала) всех добавленных частиц, или удаленных (со знаком "минус"), относительно состояния $|1\rangle$. Тогда мы имеем

$$|\psi_{\rm out}\rangle = \left(\exp\, i\int\int {\rm d}^2\tilde{x}\,{\rm d}^2\tilde{x}'\, P^+{}_{\rm out}(\tilde{x})G(\tilde{x}-\tilde{x}')P^-{}_{\rm in}(\tilde{x}')\right)|1\rangle\,. \tag{5.6}$$

Таким образом, состояние $|1\rangle$ может использоваться как универсальное состояние для отсчета. Истинное состояние тогда определяется заданием $P^-{}_{\rm in}(\tilde{x})$.

После некоторых простых манипуляций, мы находим, что и начальное и конечное состояния могут быть описаны заданием поперечных координат $\tilde{x}^{(i)}$ и радиальных импульсов $p^{(i)}$ всех частиц. Мы

получаем

$$
\begin{aligned}
{}_{\rm out}\langle *q^1, \tilde{y}^1,\, q^2, \tilde{y}^2,\, \ldots || \, p^1, \tilde{x}^1,\, p^2, \tilde{x}^2,\, \ldots \rangle_{\rm in} = \\
= \int \mathcal{D}X^+(\tilde{x})\, \mathcal{D}X^-(\tilde{x}) \exp\left(\int {\rm d}^2\tilde{x} \big[-i\tilde{\partial}X^+\tilde{\partial}X^- + \right. \\
\left. + \sum_i i\delta^2(\tilde{x}-\tilde{x}^i)p^i X^+(\tilde{x}) - \sum_i i\delta^2(\tilde{x}-\tilde{y}^i)q^i X^-(\tilde{x}) \big] \right),
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

и если входящие и уходящие частицы описаны поперечными волновыми функциями $e^{ip^i\tilde{x}^i}$ и $e^{iq^i\tilde{y}^i}$, то другая серия интегрирований должна быть выполнена по поперечным координатам $\tilde{x}^i$ и $\tilde{y}^i$. Все это дает амплитуду, которая очень напоминает струнную амплитуду, за исключением i перед "кинетическим" членом $(\partial X)^2$ в уравнении (5.7). В уравнении (5.7) константа Ньютона G_N была нормирована согласно

$$
8\pi G_N = 1\,. \tag{5.8}
$$

6. Фоковское пространство.

Результат предыдущего параграфа кажется весьма красивым. Мы сумели построить S-матрицу, используя только известные факты относительно гравитационного взаимодействия между быстро двигающимися объектами. Кроме того, кажется, не слишком трудно ввести условие унитарности для этой матрицы рассеяния. Унитарность устанавливает только *меру* функционального интегрирования в (5.7). Тогда остается неопределенной только фаза, но она так или иначе была произвольной, так как рассматриваемые амплитуды нарушают многие из обычных законов сохранения, типа сохранения всех комбинаций барионного и лептонного числа.

Остаются, однако, две проблемы, и обе они имеют отношение к гильбертову пространству, в терминах которого эта матрица рассеяния кажется определенной.

Проблема # 1: пространство всех импульсов $\{P^\pm(\tilde{x})\}$, является бесконечномерным, даже для маленьких черных дыр, тогда как мы ожидали общего конечного числа состояний (энтропия предполагалась конечной). Так что, это пространство Гильберта слишком велико.

Проблема # 2: пространство всех распределений импульсов, $\{P^\pm(\tilde{x})\}$, является также слишком *малым*, чтобы разместить все возможные конфигурации частиц. Если две или больше частиц входят в той же самой поперечной точке $\tilde{x}$, то в наших выражениях учитываются только полные импульсы. Состояния, для которых распределения полных импульсов являются идентичными, будут неразличимы, и так как мы хотим, чтобы наша матрица рассеяния была унитарной, эти состояния должна быть *идентичны*. Это не то фоковское пространство для элементарных частиц, к которому мы привыкли.

Важно обратить внимание, с другой стороны, на то, что струнные амплитуды, подобные (5.7), но без i в кинетическом члене, имеют ту же самую особенность: состояния с двумя и более частицами, входящими в мировую поверхность струны в одной точке, являются неотличимыми от состояний с только одной входящей в этой точке частицей. Различия возникают только после интегрирования по $\tilde{x}$, когда число частиц становится однозначным.

7. Голографический принцип [24].

Мы достигли того пункта, где для надлежащего описания состояний частицы около черной дыры требуется $д_{в}у$-мерная функция: распределение импульса относительно двумерной координаты на горизонте. Кроме того, эту функцию нужно далее редуцировать, так как она должна эффективно содержать не больше одной (2) переменной на элемент поверхности A_0 (см. уравнение (3.10)). Сразу приходит на ум сравнение с голографической фотографией. В голографической структуре лазерный пучок освещает некоторый трехмерный объект, и отраженный свет интерферирует с невозмущенным лазерным пучком. Интерференционная картина регистрируется на фотографической пластине. В свою очередь, проявив пластину, мы можем осветить ее лазерным лучом. Изображение трехмерного объекта появляется заново. Это оказывается способом регистрировать трехмерные объекты на двумерной фотографической пластине.

Теперь вообразите, что фотографическая пластина имеет ограниченное разрешение, и что ее окраска может быть только черно-белой, никаких серых тонов. В этом случае, изображение первоначального объекта, которое мы видим, будет несколько размытым, так как информация потерялась. Это и должно, фактически, быть аналогичным ситуации при нашем описании частиц, входящих в черную дыру: распределение импульса не может дать нам так же много подробностей как полностью трехмерное описание: наше изображение Вселенной размыто. Конечно, поскольку этот предел достигается на планковских масштабах, практически мы видим нашу Вселенную очень резко.

Хотя этот голографический характер нашего описания частиц, кажется, применим только к частицам, падающим в черную дыру, можно доказать, что он намного более универсален. Согласно общей теории относительности, должно существовать преобразование, связывающее физические явления в одной системе отсчета (с настоящим полем тяготения) и в другой (в свободно падающих координатах). Обычно, такое преобразование можно применять в обе стороны. В действительности, вряд ли свободно падающие частицы могут быть описаны более подробно, чем в пределах, установленных голографическим принципом: один бит информации на один элемент площади поверхности A_0. Можно проверить, что энергия, необходимая для обнаружения больших подробностей, была бы настолько большой, что гравитационный коллапс стал бы неизбежным: вся сцена была бы поглощена черной дырой, действительно, никакие наблюдения были бы вообще невозможны!

Итак, вот что мы узнали о бухгалтерии Природы: данные могут быть записаны на поверхности, и перо, которым они пишутся, имеет конечные размеры.

References

1. see for instance B.E. Lautrup et al, *Phys. Reports* **3C** (1972) 193. 2. R.E. Marshak *et al*, *Theory of Weak Interactions in Particle Physics*, Wiley Intersc., 1969, SBN 471 57290 X; E.C.G. Sudarshan and R.E. Marshak, Proc. Padua-Venice Conf. on "Mesons and Recently discovered Particles", 1957, p. V - 14, reprinted in: P.K.tKabir, "Development of Weak Interaction Theory", Gordon and Breach, 1963, p. 118; E.C.G. Sudarshan and R.E. Marshak, *Phys. Rev.* **109** (1958) 1860;
   R.P. Feynman and M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* **109** (1958) 193

3. M. Gell-Mann and M. Lévy, *Nuovo Cim.* **16** (1960) 705;
   B.W. Lee, *Nucl. Phys.* **B9** (1969) 649; J.-L. Gervais and B.W. Lee, Nucl. Phys. **B12** (1969) 627; K. Symanzik, Let. Nuovo Cim. **2** (1969) 10, *Commun. Math. Phys.* **16** (1970) 48)

B.W. Lee, "Chiral Dynamics", Gordon and Breach, New York, 1972, ISBN 0 677 01380 9 (cloth); 0 677 01385 X (paper)

4. S. Mandelstam, *Phys. Reptorts* **13c** (1974) 259;
G. Veneziano, *Nuovo Cimento* **57A** (1968) 190;
J.H. Schwarz, *Phys. Reports* **8C** (1973) 269;
V. Alessandrini *et al*, Phys. Reports **1C** (1971) 269.

5. G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B33** (1971) 173; *id*, *Nucl. Phys.* **B35** (1971) 167 .

6. J. Cornwall, D. Levin and G. Tiktopoulos, *Phys. Rev. Lett.,* **30** (1973) 1268, **31** (1973) 572; C.H. Llewellyn Smith, *Phys. Lett.* **B46** (1973) 233.

7. S.L. Adler and W.A. Bardeen, *Phys. Rev.* **182** (1969) 1517; W.A. Bardeen, *Phys. Rev.* **184** (1969) 1848.

8. P.W. Higgs, Phys. Lett 12 (1964) 132; Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 508; *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156.

9. F. Englert and R. Brout, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321.

10. See for instance: E. Accomando *et al*, *Phys. Reports* **299** (1998) 1, and P.M. Zerwas, *Physics with an* e^+e^- *Linear Collider at High Luminosity*, Cargèse lectures 1999, preprint DESY 99-178.

11. M. Kobayashi and T. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.

12. P. Fayet and S. Ferrara, *Phys. Reports* **32C** (1977) 249;
S. Ferrara, *Supersymmetry*, North Holland, World Scientific, 1987, Vols 1 1nd 2.
Supersymmetry has a vast literature. See for instance the collection of papers in: S. Ferrara, *Supersymmetry*, Vol. 1, North holland, Amsterdam, etc., 1987.

13. F. Iachello and A. Arima, *The Interacting Boson Model*, Cambridge Univ. Press, 1987.

14. M.A. Bouchiat and C. Bouchiat, *J. Phys.* (Paris) **35** (1974) 899, *ibid.* **36**(1975) 493;
C.S. Wood, *et al, Science* **257** (1997) 1759;
S.C. Bennet and C.E. Wieman, *Measurement of the* $6S \to 7S$ *transition polarizability in atomic cesium and an improved test of the standard model*, arXiv:hep-ex/9903022.

15. M. Jamin, *Theoretical status of* ϵ'/ϵ, hep-ph/9911390.

16. N. Arkani-Hamed *et al*, *A Small Cosmological Constant from a Large Extra Dimension*, hep-th/0001197.

17. Y. Suzuki and Y. Totsuka, *Nucl. Phys. Proc. Suppl* **77** (1999) 546 P; L. Maiani, *Cold Dark Matter and Massive Neutrinos, in the Universe and in the Lab*, Talk presented at the Symposium "Future of Universe, Future of Earth, Future of Civilization", Budapest - Debrecen, Hungary, 2-6 July 1999 (CERN preprint).

18. C.W. Misner, K.S. Thorne and J.A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, San Francisco, 1973;
S. Chandrasekhar, *The Mathematical Theory of Black Holes*, Clarendon Press, Oxford University Press;
K.S. Thorne, *Black Holes: the Membrane Paradigm*, Yale Univ. press, New Haven, 1986.

19. R.C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Clarendon, Oxford, 1934), pp. 242-243;
R. Oppenheimer and G. Volkoff, *Phys. Rev.* **55** (1939) 374.

20. S.W. Hawking, *Commun. Math. Phys.* **43** (1975) 199.

21. G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B256** (1985) 727.

22. S.W. Hawking, *Phys. Rev.* **D14** (1976) 2460.

23. G. 't Hooft, *Phys. Scripta* **T15** (1987) 143; *id.*, *J. Mod. Phys.* **A11** (1996) 4623 (gr-qc/9607022).

24. G. 't Hooft, "Dimensional Reduction in Quantum Gravity", Essay dedicated to Abdus Salam, Utrecht preprint THU-93/26 (gr-qc/9310026); *id.*, "Black holes and the dimensionality of space-time", in *Proceedings of the Symposium "The Oskar Klein Centenary"*, 19-21 Sept. 1994, Stockholm, Sweden. Ed. U. Lindström, World Scientific 1995, p. 122;
L. Susskind, L. Thorlacius and J. Uglum, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 3743 (hep-th 9306069).