Термодинамика черных дыр*

Robert M. Wald
Enrico Fermi Institute and Department of Physics
University of Chicago
5640 S. Ellis Avenue
Chicago, Illinois 60637-1433

Аннотация

Мы делаем обзор существующего состояния термодинамики черных дыр. Наш обзор включает обсуждение классической термодинамики черных дыр, излучения Хоукинга черных дыр, обобщенного второго закона и проблемы пределов энтропии. Также дается краткий обзор подходов к вычислению энтропии черной дыры. Мы заканчиваем обсуждением некоторых нерешенных проблем.

*Перевод на русский язык В.О. Соловьева.

1 Введение

Исследования черных дыр в общей теории относительности в течение предыдущих 30 лет привели к выяснению очень глубоких и фундаментальных связей между гравитацией, термодинамикой и квантовой теорией. Краеугольным камнем этих связей является термодинамика черных дыр, выяснилось, что некоторые законы механики черных дыр являются, в действительности, просто обычными законами термодинамики, примененными к системе, содержащей черную дыру. Действительно, открытие термодинамического поведения черных дыр, достигнутое первоначально путем классического и квазиклассического анализа, дало начало большинству наших современных физических догадок о природе квантовых явлений, происходящих в сильных гравитационых полях.

Цель этой статьи состоит в том, чтобы дать обзор следующих аспектов термодинамики черных дыр:

- На вполне классическом уровне черные дыры в общей относительности (также как в других диффеоморфно ковариантных теориях гравитации) удовлетворяют некоторым законам, которые имеют замечательное математическое сходство с обычными законами термодинамики. Вывод этих законов классической механики черной дыры рассмотрен в главе 2.

- Классически, черные дыры — абсолютные поглотители, они ничего не испускают; их физическая температура — абсолютный ноль. Однако, черные дыры в квантовой теории испускают излучение Хоукинга с точным тепловым спектром. Это позволяет дать последовательную интерпретацию законов механики черной дыры как физически соответствующих обычным законам термодинамики. Состояние вывода излучения Хоукинга рассмотрено в главе 3.

- *Обобщенный второй закон* (GSL) непосредственно связывает законы механики черной дыры с обычными законами термодинамики. Аргументы в пользу GSL рассмотрены в главе 4. Обсуждение пределов энтропии также включено в эту главу.

- Классические законы механики черной дыры вместе с формулой для температуры излучения Хоукинга позволяют идентифицировать величину, связанную с черными дырами — а именно $A/4$ в общей теории относительности — как играющую математическую роль энтропии. Очевидная законность GSL обеспечивает сильное доказательство, что эта величина действительно является физической энтропией черной дыры. Главная цель исследований в квантовой гравитации состоит в том, чтобы обеспечить объяснение и прямой вывод формулы для энтропии черной дыры. Краткий обзор работ по этим направлениям дается в главе 5.

- Хотя в нашем понимании термодинамики черных дыр было много продвижения, многие важные проблемы остаются неразрешенными. Первая среди них — это "парадокс информации черной дыры" и проблемы, связанные со степенями свободы, ответственными за энтропию черной дыры. Эти нерешенные проблемы кратко обсуждены в главе 6.

Повсюду в этой статье мы примем $G = \hbar = C = k = 1$ и будем следовать за знаками и письменными соглашениями [1]. Хотя я попытался сделать этот обзор разумно всесторонним и сбалансированным, естественно, мой выбор тем и акцентов отражает мои собственные взгляды, опыт и заблуждения.

2 Классическая термодинамика черных дыр

В этой главе я дам краткий обзор законов классической механики черной дыры.

В физической терминологии черной дырой называют область, где гравитация настолько сильна, что ничто не может выйти оттуда. Чтобы сделать это понятие точным, нужно оговорить область пространства-времени, выход в которую рассматривается. Для асимптотически плоского пространства-времени (M, g_{ab}) (представляющего изолированную систему), такой областью является асимптотическая часть пространства-времени "около бесконечности". *Черная дыра* — это область $\mathcal{B}$ асимптотически плоского пространства-времени (M, G_{ab}) определеннная как

$$\mathcal{B} \equiv M - I^-(\mathcal{I}^+), \tag{1}$$

где $\mathcal{I}^+$ обозначает нулевую бесконечность будущего, а I^- обозначает хронологическое прошлое. Подобные определения черной дыры могут быть даны и в других контекстах (таких как асимптотически анти-де-ситтеровы пространства), где есть хорошо определенная асимптотическая область.

Горизонт событий черной дыры $\mathcal{H}$ определяется как граница $\mathcal{B}$. Таким образом, $\mathcal{H}$ — граница прошлого $\mathcal{I}^+$. Следовательно, $\mathcal{H}$ автоматически удовлетворяет всем свойствам, которыми обладают границы прошлого (см., например, [2] или [1] для дальнейшего обсуждения). В частности $\mathcal{H}$ — нулевая гиперповерхность[1], которая состоит из непродолжаемых в будущее нулевых геодезических без каустик, то есть, расширение, θ, нулевых геодезических, составляющих горизонт, не может стремиться к минус-бесконечности.

[1] Так как $\mathcal{H}$ — граница прошлого, она автоматически должна быть C^0 вложенным подмногообразием (см., например, [1]), но не обязательно C^1. Однако, по существу все обсуждения и исследования горизонтов событий черной дыры неявно принимают C^1 или более высокий порядок дифференцируемости $\mathcal{H}$. Недавно, это предположение о более высоком порядке дифференцируемости было устранено из доказательства теоремы о площади [3].

Обратите внимание, что полная будущая хронология пространства-времени должна быть известна прежде, чем может быть определено расположение $\mathcal{H}$, то есть, $\mathcal{H}$ не обладает локальным смыслом.

Если выполняются уравнения Эйнштейна с материей, удовлетворяющей нулевому энергетическому условию (то есть, если $T_{ab}k^a k^b \geq 0$ для всех нулевых k^a), то из уравнения Raychauduri немедленно следует (смотри, например, [1]), что если бы расширение, θ, любой конгруэнции нулевых геодезических когда-либо стало отрицательным, то θ стало бы бесконечным в пределах конечного аффинного параметра, если, конечно, геодезическая может быть продолжена. Если черная дыра *строго асимптотически предсказуема* — то есть, если имеется глобально гиперболическая содержащая ее область $I^-(\mathcal{I}^+) \cup \mathcal{H}$, то как можно показать, это подразумевает, что $\theta \geq 0$ всюду на $\mathcal{H}$ (см., например, [2], [1]). Тогда отсюда следует, что площадь поверхности, A, горизонта событий черной дыры никогда не может уменьшаться со временем, как показал Хоукинг [4].

Закон увеличения площади подобен второму закону термодинамики — в обоих законах утверждается, что некоторая величина имеет свойство никогда не уменьшаться со временем. Могло бы показаться, что это сходство — весьма поверхностное, так как закон площади — теорема дифференциальной геометрии, а второй закон термодинамики, как его обычно понимают, имеет статистическое происхождение. Однако, это сходство, вместе с идеей, что когда тело падает в черную дыру, информация безвозвратно теряется, привело Бекенстейна к предположению[5], [6], что подходящее число, кратное площади горизонта событий черной дыры, должно интерпретироваться как ее энтропия, и что должен выполняться *обобщенный второй закон* (GSL): сумма обычной энтропии материи вне черной дыры плюс подходящее число, кратное площади черной дыры, никогда не уменьшается. Мы обсудим этот закон подробно в главе 4.

Остальные законы термодинамики имеют дело с равновесными и квазиравновесными процессами. Почти в то же самое время когда Бекенстейн предложил сотношение между теоремой площади и вторым законом термодинамики, Бардин, Картер и Хоукинг [7] доказали некоторые законы "механики черной дыры", которые являются прямыми математическими аналогами нулевого и первого законов термодинамики. Эти законы механики черной дыры применимы к стационарным черным дырам (хотя в конце этой главы будет кратко описана формулировка этих законов в терминах изолированных горизонтов).

Чтобы обсуждать нулевой и первый законы механики черной дыры, мы должны ввести понятия стационарных, статических, и осесимметричных черных дыр, а также понятие горизонта Киллинга. Если асимптотически плоское пространство-время (M, g_{ab}) содержит черную дыру, $\mathcal{B}$, то $\mathcal{B}$ считают *стационарной*, если на (M, g_{ab}) существует однопараметрическая группа изометрий, генерированная полем Киллинга t^a, которое на бесконечности является единичным времениподобным вектором. Черная дыра счита-

ется *статической*, если она стационарна и если, кроме того, t^a ортогонально гиперповерхности. Черная дыра считается *осесимметричной*, если существует однопараметрическая группа изометрий, которые соответствуют вращениям на бесконечности. Стационарная осесимметричная черная дыра считается обладающей свойством $(t-\phi)$-ортогональности если 2-плоскости, порожденные t^a и вращательным полем Киллинга ϕ^a ортогональны семейству 2-мерных поверхностей. Свойство $(t-\phi)$-ортогональности выполняется для всех стационарно-осесимметричных решений вакуумных эйнштейновских или максвелл-эйнштейновских уравнений типа черной дыры (см., например, [8]).

Нулевая поверхность $\mathcal{K}$, нулевые генераторы которой совпадают с орбитами однопараметрической группы изометрий (так, чтобы имелось поле Киллинга ξ^a, нормальное к $\mathcal{K}$) называется *горизонтом Киллинга*. Имеются два независимых результата (обычно упоминаемые как "теоремы жесткости"), которые показывают, что в широком разнообразии представляющих интерес случаев горизонт событий, $\mathcal{H}$, стационарной черной дыры должен быть горизонтом Киллинга. Первый, принадлежащий Картеру [9], говорит, что для статической черной дыры статическое поле Киллинга t^a должно быть нормально к горизонту, тогда как для стационарно-осесимметричной черной дыры, обладающей свойством $(t-\phi)$-ортогональности, существует киллингово поле ξ^a вида

$$\xi^a = t^a + \Omega\phi^a, \tag{2}$$

которое нормально к горизонту событий. Константа Ω, определенная уравнением (2), называется *угловой скоростью горизонта*. Результат Картера не основан на каких-либо полевых уравнениях, но оставляет открытой возможность существования стационарных черных дыр без вышеупомянутой симметрии, чьи горизонты событий — не киллинговы горизонты. Второй результат, принадлежащий Хоукингу [2] (см. также [10]), непосредственно доказывает, что в вакуумной или электровакуумной общей теории относительности горизонт событий любой стационарной черной дыры должен быть горизонтом Киллинга. Следовательно, если t^a будет не в состоянии быть нормальным к горизонту, то там должно существовать дополнительное поле Киллинга, ξ^a, который является нормальным к горизонту, то есть, стационарная черная дыра, должна быть невращающейся (откуда следует статичность [11], [12] [13]) или осесимметричной (хотя и не обязательно со свойством $t-\phi$-ортогональности). Обратите внимание, что теорема Хоукинга не делает никаких предположений о симметрии кроме стационарности, а полагается на свойства полевых уравнений общей относительности.

Теперь, пусть $\mathcal{K}$ – любой Киллингов горизонт (не обязательно требовать, чтобы он был горизонтом событий, $\mathcal{H}$, черной дыры), с нормальным полем Киллинга ξ^a. Так как $\nabla^a(\xi^b\xi_b)$ также нормален к $\mathcal{K}$, эти векторы должны быть пропорциональны в каждой точке на $\mathcal{K}$. Следовательно, на $\mathcal{K}$ существует функция κ, известная как *поверхностная гравитация* $\mathcal{K}$, опре-

деленная уравнением

$$\nabla^a(\xi^b\xi_b) = -2\kappa\xi^a \tag{3}$$

Отсюда немедленно следует, что κ должна быть постоянной вдоль каждого генератора нулевых геодезических $\mathcal{K}$, но в общем случае κ может изменяться от генератора к генератору. Нетрудно показать (см., например, [1]) что

$$\kappa = \lim(Va) \tag{4}$$

где a – величина ускорения орбит ξ^a в области вне $\mathcal{K}$, где они времениподобны, $V \equiv (-\xi^a\xi_a)^{1/2}$ – фактор красного смещения ξ^a, и взят предел стремления к $\mathcal{K}$. Уравнение (4) мотивирует терминологию "поверхностная гравитация". Обратите внимание, что поверхностная гравитация черной дыры определена только тогда, когда она находится "в равновесии", то есть, стационарна, так что ее горизонт событий есть горизонт Киллинга. Нет никакого определения поверхностной гравитации для общей, нестационарной, черной дыры, хотя определение поверхностной гравитации может быть расширено на изолированные горизонты (см. ниже).

Параллельно с двумя независимыми "теоремами жесткости", упомянутыми выше, имеются две независимых версии нулевого закона механики черной дыры. Первая, принадлежащая Картеру [9] (см. также [14]), утверждает, что для любой черной дыры, которая является статической или стационарно-осесимметричной со свойством $(t-\phi)$-ортогональности, поверхностная гравитация κ, должна быть постоянна вдоль ее горизонта событий $\mathcal{H}$. Это результат вполне геометрический, то есть, он не подразумевает использования никаких полевых уравнений. Второй, принадлежащий Бардину, Картеру и Хоукингу [7], говорит, что если выполняются уравнения Эйнштейна с тензором энергии-импульса материи, удовлетворяющим условию энергетической доминантности, то κ должна быть постоянной на любом киллинговом горизонте. Таким образом, во второй версии нулевого закона устранена гипотеза, что выполняется свойство $(t-\phi)$-ортогональности, но использованы полевые уравнения общей относительности.

Раздвоенный киллингов горизонт – это пара нулевых поверхностей, $\mathcal{K}_A$ и $\mathcal{K}_B$, которые пересекаются по пространственноподобной 2-поверхности, $\mathcal{C}$ (называемой "поверхностью бифуркации"), такой что $\mathcal{K}_A$ и $\mathcal{K}_B$ оба являются горизонтами Киллинга относительно того же самого поля Киллинга ξ^a. Из этого следует, что ξ^a должно обращаться в нуль на $\mathcal{C}$; наоборот, если киллингово поле ξ^a исчезает на двумерной пространственноподобной поверхности $\mathcal{C}$, то $\mathcal{C}$ будет поверхностью бифуркации раздвоенного киллингова горизонта, связанного с ξ^a (см. [15] для дальнейшего обсуждения). Важное следствие нулевого закона — то, что если $\kappa \neq 0$, то в "максимально расширенном" пространстве-времени, представляющем стационарную черную дыру, горизонт событий $\mathcal{H}$ включает ветвь раздвоенного Киллингова горизонта [14]. Этот результат – вполне геометрический, не использующий никаких полевых уравнений. Как следствие этого, изучение стационарных

черных дыр, которые удовлетворяют нулевому закону, делится на два случая: "экстремальные" черные дыры (для которых, по определению, $\kappa = 0$), и черные дыры с раздвоенными горизонтами.

Первый закон механики черной дыры - просто тождество, связывающее изменения в массы, M, углового импульса, J, и площади горизонта, A, стационарной черной дыры при ее возмущениях. В первом порядке, изменения этих величин в вакуумном случае всегда удовлетворяют

$$\delta M = \frac{1}{8\pi}\kappa\delta A + \Omega\delta J. \tag{5}$$

В первоначальном выводе этого закона [7] требовалось, чтобы возмущение было стационарным. Кроме того, первоначальный вывод использовал явную форму уравнения Эйнштейна. Впоследствии, вывод был обобщен для нестационарных возмущений [11], [16], при условии, что изменение площади оценивается на поверхности бифуркации, $\mathcal{C}$, невозмущенной черной дыры. Более знаменательно, что было показано [16], что справедливость этого закона зависит только от очень общих свойств полевых уравнений. Точнее, есть версия этого закона, которая выполняется для любых полевых уравнений, полученных из диффеоморфно ковариантной функции Лагранжа L. Такая функция Лагранжа может всегда быть записана в виде

$$L = L\left(g_{ab}; R_{abcd}, \nabla_a R_{bcde}, ...; \psi, \nabla_a\psi, ...\right), \tag{6}$$

где ∇_a обозначает оператор производной, связанный с g_{ab}, R_{abcd} — риманов тензор кривизны для g_{ab}, а ψ — собрание всех полей материи теории (индексы мы не пишем). В L может присутствовать произвольное (но конечное) число производных R_{abcd} и ψ. В этом более общем контексте первый закон механики черной дыры, как замечено, является прямым следствием тождества, выполняющегося для вариации нетерова тока. Общая форма первого закона имеет вид

$$\delta M = \frac{\kappa}{2\pi}\delta S_{\rm bh} + \Omega\delta J + ..., \tag{7}$$

где многоточие обозначает возможные дополнительные вклады от дальнодействующих полей материи, и где

$$S_{\rm bh} \equiv -2\pi \int_{\mathcal{C}} \frac{\delta L}{\delta R_{abcd}} n_{ab} n_{cd}. \tag{8}$$

Здесь n_{ab} – бинормаль к поверхности бифуркации $\mathcal{C}$ (нормированная так, что $n_{ab}n^{ab} = -2$), и функциональная производная берется, формально рассматривая в уравнении (6) риманов тензор как независимое от метрики поле. Для случая вакуумной общей теории относительности, где $L = R\sqrt{-g}$, простое вычисление дает

$$S_{\rm bh} = A/4 \tag{9}$$

и уравнение (7) сводится к уравнению (5).

Близкая математическая аналогия между нулевым, первым и вторым законами термодинамики и соответствующими законами классической механики черной дыры нарушается формой Планка-Нернста третьего закона термодинамики, которая говорит, что $S \to 0$ (или к "универсальной константе") при $T \to 0$. Аналог этого закона не выполняется в механике черной дыры, так как существуют экстремальные черные дыры (то есть, черные дыры с $\kappa = 0$) с конечным A. Однако, имеются серьезные основания полагать, что теорема Планка-Нернста должна рассматриваться не как фундаментальный закон термодинамики [17], а скорее как свойство плотности состояний около основного состояния в термодинамическом пределе, которое имеет место для обычно изучаемых материалов. Действительно, можно привести примеры обычных квантовых систем, которые нарушают третий закон в форме Планка-Нернста в манере, очень похожей на нарушения аналога этого закона, которые имеют место для черных дыр [18].

Как обсуждалось выше, нулевой и первый законы механики черной дыры были сформулированы на математической основе стационарных черных дыр, горизонты событий которых являются киллинговыми горизонтами. Требование стационарности, действительно, применяется к полному пространству-времени, и для первого закона, стационарность полного пространства-времени необходима, чтобы связать вариации величин, определенных на горизонте (подобно A) с вариациями величин, определенных на бесконечности (подобно M и J). Однако, казалось бы разумно ожидать, что равновесное термодинамическое поведение черной дыры будет требовать только локальной стационарности на горизонте событий. Для формулировки первого закона механики черной дыры можно было бы тогда также требовать локальных определений величин, таких как M и J, на горизонте. Такой подход к формулировке законов механики черной дыры недавно был предпринят, используя понятие *изолированного горизонта*, определенного как нулевая гиперповерхность с обращающимся в нуль сдвигом и расширением, удовлетворяющим дополнительным свойствам, сформулированным в [19], [20], [21]. Существующее определение изолированного горизонта чрезвычайно ограничительно и, в частности, требует, чтобы геометрия горизонта была сферически симметричной. Однако, оно не требует, чтобы полное пространство-время было стационарным [22]. В случае теории Эйнштейна-Максвелла, локальные определения массы, поверхностной гравитации, и электростатического потенциала даются таким способом, что они согласуются с формулами для черной дыры Райснера-Нордстрема, того же самого заряда и площади, и нулевой и первый законы, как было показано, выполняются [20]. Эти результаты также были обобщены на дилатонные взаимодействия [21]. Однако, существующие локальные определения и результаты кажутся основанными на существовании формул типа Смарра для ADM-массы статических решений, вместе с фактом, что в этих случаях, изолированные горизонты характеризуются теми же самыми "параметрами состояния" что и статические решения, так что, в частности, существует

взаимно-однозначное соответствие между изолированными горизонтами и статическими решениями. Таким образом, в настоящее время неясно, до какой степени эти определения и результаты могут быть обобщены на случаи типа теории Эйнштейна-Янга-Миллса, где никаких формул Smarr-типа для массы не известно [12] и статические решения не могут быть охарактеризованы параметрами состояния, появляющимися в первом законе механики черной дыры. Кроме того, в настоящее время также неясно, до какой степени эти определения и результаты могут быть обобщены на большее общие геометрии черной дыры, в частности, на вращающиеся и(или) деформированные черные дыры [23].

В сравнении законов механики черной дыры в классической общей теории относительности с законами термодинамики, роль энергии, E, играет масса черной дыры, M, роль температуры, T, — поверхностная гравитация черной дыры, κ, умноженная на константу; а роль энтропии, S, — с точностью до постоянного множителя, площадь, A, черной дыры. Тот факт, что E и M представляют одну и ту же физическую величину, дает сильную поддержку догадке, что математическая аналогия между законами механики черной дыры и законами термодинамики может иметь физический смысл. Однако, в классической общей теории относительности физическая температура черной дыры равна абсолютному нулю (см. подраздел 4.1 ниже), так как не может быть никаких физических соотношений между T и κ. Следовательно, также было бы непоследовательно считать физическими отношения между S и A. Как мы теперь увидим, эта ситуация драматически изменяется, когда во внимание принимаются квантовые эффекты.

3 Излучение Хоукинга

В 1974 Хоукинг [24] сделал потрясающее открытие, что физическая температура черной дыры не является абсолютным нулем: в результате квантовых эффектов рождения частиц, черная дыра излучает к бесконечности все разновидности частиц с точным спектром черного тела температуры (в единицах $G = c = \hbar = k = 1$)

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}. \tag{10}$$

Таким образом, $\kappa/2\pi$ воистину есть *физическая* температура черной дыры, а не просто величина, играющая роль, математически аналогичную температуре в законах механики черной дыры. В этой главе, мы рассматриваем статус вывода Хоукинга и также обсуждаем близко связанный эффект Унру.

Первоначальный вывод эффекта Хоукинга [24], основан на прямом использовании формализма вычисления рождения частиц в искривленном пространстве-времени, который был развит Паркером [25] и другими. Хо-

укинг рассмотрел классическое пространство-время (M, g_{ab}), описывающее гравитационный коллапс к шварцшильдовской черной дыре. Он рассмотрел распространение свободного (то есть, линейного) квантового поля в этом фоновом пространстве-времени, которое первоначально, до коллапса, находится в вакуумном состоянии, и он вычислил содержание частиц поля на бесконечности в последующее время. Это вычисление подразумевает взятие положительно-частотной функции для моды, соответствующей состоянию частицы в последующие времена, как распространяющейся назад во времени, и определение ее положительно- и отрицательно- частотных частей в асимптотическом прошлом. Его вычисление показало, что в последующие времена, ожидаемое число частиц во всех модах на бесконечности точно соответствует спектру абсолютно черного тела при температуре Хоукинга, см. уравнение (10). Должно быть отмечено, что этот результат основан только на анализе квантовых полей во внешней к черной дыре области и не использует никаких уравнений поля тяготения.

Оригинальное вычисление Хоукинга может быть прямо обобщено и расширено следующими способами. Во-первых, можно рассмотреть пространство-время, представляющее произвольный гравитационный коллапс, приводящий к черной дыре, так что черная дыра "успокаивается" в стационарном заключительном состоянии, удовлетворяющем нулевому закону механики черной дыры (так, чтобы поверхностная гравитация, κ, черной дыры в заключительном состоянии была постоянна по ее горизонту событий). За начальное состояние квантового поля может быть взято любое несингулярное состояние (то есть, любое адамаровское состояние — см., например [15]), вместо начального вакуумного состояния. Наконец, можно показать [26], что все аспекты конечного состояния в поздние времена (то есть, не только ожидаемое число частиц в каждой моде) соответствуют тепловому излучению черного тела[2], исходящему от черной дыры при температуре, данной уравнением (10).

Должно быть отмечено, что при вычислении эффекта Хоукинга для свободного поля не возникает никаких бесконечностей, так что результаты математически хорошо определены, и не требуют регуляризации или перенормировки. Первоначальные выводы [24], [26] использовали понятия "частиц, распространяющихся в черную дыру", но результаты того, что видит наблюдатель на бесконечности, оказывались независимым от двусмысленностей, свойственных таким понятиям и, действительно, дали вывод эффекта Хоукинга[27], который полностью избегает использования любого понятия "частиц". Однако, остается одна существенная трудность с выводом Хоукинга: при вычислении распространения моды "назад во времени", оказывается, что мода подвергается большому синему смещению, когда она распространяется около горизонта событий, но соответствующего большого

[2]Если черная дыра вращается, то спектр, замеченный наблюдателем на бесконечности, соответствует тому, который появился бы от "вращающегося черного тела".

красного смещения, когда мода распространяется назад через коллапсирующую материю в асимптотическое прошлое, не будет. Действительно, полный фактор синего смещения моды пропорционален $\exp(\kappa t)$, где t – время, за которое мода достигла бы наблюдателя на бесконечности. Таким образом, в пределах времени формирования черной дыры порядка $1/\kappa$ (то есть, $\sim 10^{-5}$ секунд для шварцшильдовской черной дыры солнечной массы), вывод Хоукинга подразумевает (на промежуточных шагах) распространение мод с частотой намного выше планковской. В этом режиме, трудно доверять точности свободной теории поля, как и любой другой теории, известной человечеству.

Подход к исследованию этой проблемы впервые был предложен Унру [28], который отметил, что близкий аналог эффекта Хоукинга имеет место для квантованных звуковых волн в жидкости, движущейся со сверхзвуковой скоростью. Подобное синее смещение мод быстро переносит нас в режим, находящийся за пределами области применимости уравнений жидкости континуума. Унру предложил заменить при высоких частотах уравнения непрерывной жидкости более реалистической моделью, чтобы увидеть, будет ли все еще иметь место жидкостный аналог эффекта Хоукинга. Недавно Унру исследовал модели, где дисперсионное соотношение при ультравысоких частотах изменено, и не нашел никакого отклонения от предсказания [29] Хоукинга. Другие модели рассматривались Jacobson и сотрудниками [30], [31], [32], [33]. Согласие с предсказаниями эффекта Хоукинга снова было получено во всех случаях, несмотря на существенные модификации теории при высоких частотах.

Ошибкоустойчивость эффекта Хоукинга относительно модификаций теории при сверхвысоких частотах, вероятно, может быть понята следующим образом. Можно рассматривать распространение мод "назад во времени" как состоящее из двух стадий: первый этап, где синее смещение моды переносит ее в режим WKB, но частоты остаются значительно ниже планковской шкалы, и второго этапа, где длительное синее смещение переносит ее к планковской шкале и дальше, за ее пределы. На первом этапе, обычные вычисления теории поля должны быть надежны. С другой стороны, после того, как мода вошла в WKB-режим, кажется вероятным, что модификации законов ее распространения, рассматриваемые в [29] -[33] не должны затронуть ее существенных свойств, в особенности величины ее отрицательно-частотной части.

Действительно, если спросить, как равномерно ускоряющийся наблюдатель в пространстве-времени Минковского чувствует обычное (инерциальное) вакуумное состояние, возникает проблема, близко связанная с законностью оригинального вывода Хоукинга (см. ниже). Выходящие моды данной частоты ω, регистрируемые ускоряющимся наблюдателем в собственном времени τ вдоль его мировой линии, соответствуют модам частоты $\sim \omega \exp(\tau)$ в фиксированной инерциальной системе отсчета. Поэтому, во время $\tau \gg 1/a$ можно было бы волноваться относительно теоретико-полевых

выводов о том, что же ускоряющийся наблюдатель будет видеть. Однако, в этом случае можно обратиться за помощью к лоренц-инвариантности и утверждать, что то, что ускоряющийся наблюдатель видит, не может изменяться со временем. Кажется вероятным, что можно было бы, подобным образом, сказать, что эффект Хоукинга не может быть изменен модификациями теории при сверхвысоких частотах, при условии, что эти модификации сохраняют соответствующую "локальную лоренц-инвариантность" теории. Таким образом, кажется, есть веские причины верить в законность эффекта Хоукинга, несмотря на возникновение при его выводе ультравысокочастотных мод.

Имеется второй, логически независимый, результат — а именно, эффект Унру [34], и его обобщение на искривленное пространство-время, который также приводит к формуле (10). Хотя эффект Унру математически очень тесно связан с эффектом Хоукинга, важно провести ясное различие между ними. В своей наиболее общей форме эффект Унру может быть сформулирован следующим образом (см. [35], [15] для дальнейшего обсуждения): рассмотрим классическое пространство-время (M, g_{ab}), которое содержит раздвоенный киллингов горизонт, $\mathcal{K} = \mathcal{K}_A \cup \mathcal{K}_B$, так чтобы имелась однопараметрическая группа изометрий, связанное с которой поле Киллинга, ξ^a, является нормальным к $\mathcal{K}$. Рассмотрим свободное квантовое поле на этом пространстве-времени. Тогда существует не больше одного глобально несингулярного состояния поля, которое является инвариантным относительно изометрии. Кроме того, в "клиньях" пространства-времени, где изометрии имеют времениподобные орбиты, это состояние (если оно существует) является КМС-состоянием (то есть, термально равновесным) температуры (10) относительно изометрий.

Обратите внимание, что в пространстве-времени Минковского, любая однопараметрическая группа бустов Лоренца имеет связанный с ней раздвоенный киллингов горизонт, образованный двумя пересекающимися нулевыми плоскостями. Уникальное глобально несингулярное состояние, которое является инвариантным относительно этих изометрий, — это просто обычное ("инерциальное") вакуумное состояние, $|0>$. В "правом и левом клиньях" пространства-времени Минковского, определенных киллинговым горизонтом, орбиты изометрий буста Лоренца времениподобны, и действительно, эти орбиты соответствуют мировым линиям равномерно ускоряющихся наблюдателей. Если мы нормируем поле Киллинга буста, b^a, так чтобы киллингово время равнялось собственному времени на орбите с ускорением a, то поверхностная гравитация киллингова горизонта будет $\kappa = a$. Наблюдатель, следующий по этой орбите, естественно использовал бы b^a, чтобы определить понятие "симметрии относительно сдвигов времени". Следовательно, из вышеупомянутого общего результата получается, что когда поле находится в инерциальном вакуумном состоянии, равномерно ускоряющийся наблюдатель описал бы поле как находящееся в тепловом

равновесном состоянии при температуре

$$T = \frac{a}{2\pi} \tag{11}$$

как первоначально обнаружено Унру [34]. Математически строгое доказательство эффекта Унру в пространстве-времени Минковского было дано Bisognano и Wichmann [36] в работе, мотивированной совершенно другими соображениями (и сделанной независимо и почти одновременно с работой Унру). Кроме того, теорема Bisognano-Wichmann сформулирована в общем контексте аксиоматической квантовой теории поля, таким образом устанавливая, что эффект Унру не ограничивается теорией свободного поля.

Хотя имеется тесная математическая связь между эффектом Унру и эффектом Хоукинга, должно быть подчеркнуто, что эти результаты относятся к *различным* состояниям квантового поля. Мы можем разделить моды поздних времен квантового поля следующим образом, согласно свойствам, которые они имели бы в аналитически продолженном пространстве-времени [14], представляющем асимптотическое конечное стационарное состояние черной дыры: назовем те моды, которые исходили бы из области белой дыры аналитически продолженного пространства-времени "моды UP ", а те, которые произойдут из бесконечности – "моды IN". В эффекте Хоукинга, асимптотическое конечное состояние квантового поля – это состояние, в котором моды UP квантового поля термально населены с температурой (10), но моды IN не заселены. Это состояние (обычно упоминаемое как "вакуум Унру") было бы сингулярно на горизонте белой дыры в аналитически продолженном пространстве-времени. С другой стороны, в эффекте Унру и его обобщении на искривленные пространства-времена, обсуждаемое состояние (обычно упоминаемое как "вакуум Хартла-Хоукинга" [37]) глобально несингулярно, и *все* моды квантового поля в "левом и правом клиньях" термально населены [3]

Различия между эффектами Унру и Хоукинга могут драматично проявить себя в случае черной дыры Керра. Можно показать [35], что для черной дыры Керра не существует никакого глобально несингулярного состояния поля, которое было бы инвариантно относительно изометрий, связанных с горизонтом Киллинга, то есть, в пространстве-времени Керра не существует "вакуумного состояния Хартла-Хоукинга". Однако, с выводом эффекта Хоукинга для черных дыр Керра не возникает никаких трудностей, то есть, существует "вакуумное состояние Унру".

Должно быть подчеркнуто, что в эффекте Хоукинга температура (10) представляет собой температуру, измеренную наблюдателем около бесконечности. Для любого наблюдателя, следующего по орбите поля Киллинга, ξ^a, нормального к горизонту, в местном масштабе измеренная температура

[3] состояние, в котором ни одна из мод во внешней к черной дыре области не заселена, обычно упоминается как "Boulware вакуум". Boulware вакуум сингулярен на горизонте и белой, и черной дыры.

мод UP дается формулой

$$T = \frac{\kappa}{2\pi V} \,, \tag{12}$$

где $V = (-\xi^a \xi_a)^{1/2}$. Другими словами, температура излучения Хоукинга, измеренная в местном масштабе, следует закону Толмена. Далее, при подходе к горизонту черной дыры, моды UP доминируют над модами IN. Беря во внимание уравнение (4), мы видим, что $T \to a/2\pi$, при приближении к горизонту черной дыры, $\mathcal{H}$, то есть, в этом пределе уравнение (12) отвечает эффекту Унру в плоском пространстве-времени.

Уравнение (12) показывает, что когда явления квантования приняты во внимание, черная дыра оказывается окружена "тепловой атмосферой", локальная температура которой, измеренная наблюдателями, следующими вдоль орбит ξ^a, становится расходящейся при подходе к горизонту. Как мы увидим в следующей главе, эта тепловая атмосфера оказывает важные физические воздействия на квазистационарные тела, находящиеся около черной дыры. С другой стороны, следует подчеркнуть, что для макроскопической черной дыры наблюдатели, свободно падающие в черную дыру, не заметили бы никаких важных квантовых явлений, когда они приближались бы к горизонту и пересекали его.

4 Обобщенный второй закон термодинамики (GSL)

В этой главе мы рассмотрим некоторые аргументы в пользу обобщенного второго закона термодинамики (GSL). Мы также рассмотрим статус нескольких предложенных пределов энтропии для материи, которые играли роль в обсуждении и исследованиях GSL.

4.1 Аргументы в пользу GSL

Даже в классической общей теории относительности имеется серьезная трудность с обычным вторым законом термодинамики, когда присутствует черная дыра: можно просто взять обычную материю и дать ей упасть в черную дыру, где, согласно классической общей теории относительности, она исчезнет в сингулярности пространства-времени. В этом процессе теряется энтропия, первоначально представленная в материи, и не происходит никакого увеличения (компенсации) обычной энтропии, так что полная энтропия, S, материи вселенной уменьшается. Можно было бы попытаться спасти обычный второй закон, привлекая бухгалтерское правило, что нужно продолжать считать энтропию материи, упавшей в черную дыру, все еще дающей вклад в полную энтропию Вселенной. Однако, тогда второй закон имел бы статус не поддающегося наблюдательной проверке.

Как уже упомянуто в главе 2, после того, как была доказана теорема площади, Бекенстейн [5], [6] предложил выход из этой трудности: припишите черной дыре энтропию, $S_{\rm bh}$, заданную как площадь, A, черной дыры в планковских единицах, умноженную на числовой коэффициент порядка единицы. Определите *обобщенную энтропию*, S', как сумму обычной энтропии, S, материи вне черной дыры плюс энтропия черной дыры

$$S' \equiv S + S_{\rm bh} \tag{13}$$

Наконец, замените обычный второй закон термодинамики на *обобщенный второй закон* (GSL): полная обобщенная энтропия вселенной никогда не уменьшается со временем.

$$\Delta S' \geq 0. \tag{14}$$

Хотя обычный второй закон будет нарушаться при падении материи в черную дыру, при этом будет увеличиваться площадь черной дыры, так что имеется шанс, что GSL будет выполняться.

Предложение Бекенстейном GSL было сделано до открытия излучения Хоукинга. Когда принято во внимание излучение Хоукинга, возникает также серьезная проблема со вторым законом механики черной дыры (то есть, с теоремой площади): сохранение энергии требует, чтобы изолированная черная дыра теряла массу, в качестве компенсации за энергию, излучаемую к бесконечности в процессе Хоукинга. Действительно, если приравнять скорость потери массы черной дыры к потоку энергии на бесконечности, вызванному рождением частиц, получается потрясающий вывод, что изолированная черная дыра за конечное время излучит всю свою массу. В течение этого процесса "испарения" черной дыры A уменьшится. Такое уменьшение площади может происходить, потому что ожидаемый тензор энергии-импульса квантовой материи не удовлетворяет нулевому энергетическому условию, даже для материи, для которой это условие выполняется классически — в нарушение ключевой гипотезы о теореме площади.

Однако, хотя второй закон механики черной дыры нарушается в процессе испарения черной дыры, если мы подберем числовой коэффициент в определении $S_{\rm bh}$ так, чтобы идентифицировать $\kappa/2\pi$ как температуру в первом законе механики черной дыры — так, чтобы, как в уравнении (9) выше, мы имели $S_{\rm bh} = A/4$ в планковских единицах, тогда GSL продолжает выполняться: хотя A уменьшается, вне черной дыры есть по меньшей мере столько же обычной энтропии, произведенной процессом Хоукинга. Таким образом, хотя обычный второй закон в присутствии черных дыр нарушается, и также, если принять во внимание квантовые явления, терпит неудачу второй закон механики черной дыры, у нас остается возможность, что GSL может всегда выполняться. Если GSL выполняется, кажется ясно, что мы должны интерпретировать $S_{\rm bh}$ как представляющую *физическую* энтропию черной дыры, и что законы механики черной дыры должны верно представлять обычные законы термодинамики в применении к черным

дырам. Таким образом, центральная проблема термодинамики черных дыр — выяснить, выполняется ли GSL во всех процессах.

Бекенстейном было сразу понято [5] (см. также [7]), что с GSL имеются серьезные затруднения, если вы рассматриваете процесс, в котором коробку, содержащую материю с энтропией S и энергией E, тщательно снижают очень близко к горизонту черной дыры перед тем, как туда ее сбросить. Классически, если бы мы могли опустить коробку произвольно близко к горизонту перед тем, как бросить ее, можно было бы возвратить всю энергию, первоначально находившуюся в коробке, как "работу" на бесконечности. Никакая энергия не была бы отдана черной дыре, так что в соответствии с первым законом механики черной дыры, см. уравнение (7), площадь черной дыры, A не увеличится. Однако, в нарушение GSL, можно было бы избавиться от всей энтропии, S, первоначально находившейся в коробке.

Действительно, этот процесс делает явным тот факт, что в классической общей теории относительности, физическая температура черной дыры является абсолютным нулем: вышеупомянутый процесс, в действительности, есть цикл Карно, который конвертирует "высокую температуру" в "работу" со 100% эффективностью [38]. Трудность с GSL в вышеупомянутом процессе может быть рассмотрена как происходящая от несогласованности этого факта с математическим назначением черной дыре конечной (ненулевой) температуры, требуемой в соответствии с первым законом механики черной дыры, если приписывать черной дыре конечную (а не бесконечную) энтропию.

Бекенстейн предложил разрешение вышеупомянутой трудности с GSL в квазистатическом процессе снижения, утверждая [5], [6], что было бы невозможным понизить коробку, содержащую физически разумную материю, достаточно близко к горизонту черной дыры так, чтобы нарушить GSL. Как будет обсуждено далее, в следующем подразделе, это предположение было позже усовершенствовано, путем постулирования универсального ограничения на энтропии систем с данной энергией и размером [39]. Однако, в [40] было предложено альтернативное решение, основанное на идее, что когда приняты во внимание явления квантования, физическая температура черной дыры больше не абсолютный ноль, а скорее – температура Хоукинга, $\kappa/2\pi$. Так как температура Хоукинга стремится к нулю в пределе большой черной дыры, могло бы показаться, что явления квантования в этом случае не могли быть уместны. Однако, несмотря на факт, что излучение Хоукинга на бесконечности является для больших черных дыр действительно незначительным, эффекты квантовой "тепловой атмосферы", окружающей черную дыру, не незначительны для тел, которые квазистатически опускаются к черной дыре. Температурный градиент в тепловой атмосфере (см. уравнение (12)) подразумевает, что имеется градиент давления и, следовательно, на коробку действет выталкивающая сила. Эта сила плавучести становится бесконечно большой в пределе, когда коробка приближается к горизонту. В результате этой силы плавучести, оптимальным местом, для

того чтобы уронить коробку в черную дыру больше не является горизонт, а скорее "точка плавания" коробки, где ее вес равен весу перемещенной тепловой атмосферы. Минимальное увеличение площади черной дыры в этом процессе больше не равняется нулю, скорее оно оказывается той величиной, которая как раз достаточна, чтобы предотвратить появление любого нарушения GSL в этом процессе [40].

Анализ работы [40] рассматривает только специфический класс мысленных экспериментов по нарушению GSL путем квазистатического снижения коробки вблизи черной дыры. Конечно, так как не существует общего доказательства и обычного второго закона термодинамики — действительно, для конечных систем должна всегда иметься необращающаяся в нуль вероятность нарушения обычного второго закона — было бы неразумно ожидать абсолютно общего доказательства для GSL. Однако, в [41], [42] и [15] приводились общие аргументы в пользу законности GSL в рамках квазиклассического приближения для произвольных бесконечно малых квазистатических процессов. Эти аргументы кардинально полагаются на присутствие тепловой атмосферы, окружающей черную дыру. Связанные с ними аргументы в пользу GSL давались в [43] и [44]. В [43] принимается, что входящее состояние — это произведение состояний излучения, происходящего из бесконечности (то есть, IN мод) и излучения, которое, казалось бы, исходит из области белой дыры аналитически продолженного пространства-времени (то есть, UP мод), и обсуждается, что обобщенная энтропия должна увеличиться при унитарной эволюции. В [44] обсуждается, что (обобщенная) энтропия состояния внешней к черной дыре области должна увеличиваться согласно предположению, что она испытывает автономную (но не обязательно унитарную) эволюцию.

Действительно, должно быть отмечено, что если бы мы могли нарушить GSL для бесконечно малого квазистатического процесса в режиме, где с черной дырой можно обращаться квазиклассически, тогда также было бы возможным нарушить обычный второй закон для соответствующего процесса, подразумевающего самогравитирующее тело. А именно, предположим, что GSL мог быть нарушен для бесконечно малого квазистатического процесса, скажем, для шварцшильдовской черной дыры массы M (с M намного большей, чем планковская масса). Этот процесс мог бы подразумевать снижающуюся к черной дыре материю и, возможно, падение туда материи. Однако, наблюдатель, производящий это снижение или падение может "исследовать" только область вне черной дыры, так что будет некоторый радиус $r_0 > 2M$ такой, что детальная структура черной дыры непосредственно войдет в анализ процесса только для $r > r_0$. Теперь заменим черную дыру оболочкой материи массы M и радиуса r_0, и окружим эту оболочку "*реальной*" атмосферой излучения в тепловом равновесии при температуре Хокинга (10), измеренной наблюдателем на бесконечности. Тогда обычный второй закон должен нарушаться, когда тот же самый процесс выполняется для оболочки, окруженной ("реальной") тепловой атмосферой, также

как это происходит при нарушении GSL в присутствии черной дыры. Действительно, аргументы работ [41], [42] и [15] не проводят различий между бесконечно малыми квазистатическими процессами с участием черной дыры, и процессами с участием оболочки, окруженной ("реальной") тепловой атмосферой при температуре Хоукинга.

Резюмируя: кажется, имеются сильные основания для веры в справедливость GSL.

4.2 Пределы для энтропии

Как обсуждалось в предыдущем подразделе, для классической черной дыры GSL был бы нарушен, если бы можно было спустить коробку, содержащую материю, достаточно близко к черной дыре перед тем как ее туда сбросить. Действительно, для шварцшильдовской черной дыры простое вычисление показывает, что если размером коробки можно пренебречь, то GSL нарушится, если опустить коробку, содержащую энергию E и энтропию S, перед тем как сбросить ее, до собственного расстояния D от поверхности бифуркации горизонта событий, где

$$D < S/(2\pi E). \tag{15}$$

(Эта формула выполняется независимо от массы черной дыры M.) Однако, далеко не ясно, что конечным размером коробки можно пренебречь, когда вы опускаете коробку, содержащую физически разумную материю близко к черной дыре. Если пренебречь этим нельзя, то предложенный контрпример к GSL лишается законной силы.

Как уже упомянуто в предыдущем подразделе, эти соображения привели Бекенстейна [39] к предложению универсального ограничения на отношение "энтропии к энергии" для ограниченной материи, вида

$$S/E \leq 2\pi R, \tag{16}$$

где R обозначает "радиус" тела. Можно задать два ключевых вопроса, относительно этого ограничения: (1) выполняется ли оно в природе? (2) необходимо ли оно для законности GSL?

В отношении вопроса (1) легко заметить, что для системы, состоящей из N невзаимодействующих разновидностей частиц с идентичными свойствами, условие (16) должно нарушиться, когда N станет достаточно большим. Таким образом, конечно, существуют модельные системы, которые являются физически разумными (в смысле положительных энергий, причинных уравнений состояния, и т.д.) и для которых условие (16) нарушается. Однако, в системе из N разновидностей свободных безмассовых бозонов или фермионов, для того чтобы нарушить условие (16), N нужно выбирать чрезвычайно большим [45], так что не похоже, чтобы природа воспользовалась преимуществом этих возможных средств нарушения (16).

Условие (16) также нарушается при достаточно низких температурах, если вы определяете энтропию системы , S, через канонический ансамбль, то есть, $S(T) = -\mathrm{tr}[\rho \ln \rho]$, где ρ обозначает матрицу плотности канонического ансамбля, $\rho = \exp(-H/T)/\mathrm{tr}[\exp(-H/T)]$, где H – гамильтониан. Однако, изучение разнообразия модельных систем [45] показывает, что (16) выполняется при низких температурах, если S определено через микроканонический ансамбль, то есть, $S(E) = \ln n$, где n — плотность квантовых состояний с энергией E. Вообще говоря, показано, что условие (16) выполняется для широкого многообразия систем в плоском пространство-времени [45], [46].

Статус условия (16) в искривленном пространстве-времени не ясен; действительно, далеко не ясно даже, что означали бы в общем случае "не сферически симметричного" пространства-времени "E" и "R"[4]. В отношении "E", давно было признано, что в общей теории относительности нет никакого разумного локального понятия гравитационной плотности энергии. Хотя, чтобы определить понятие "квазилокальной массы" связанной с замкнутой 2-поверхностью, были сделаны многочисленные предложения (см., например, [48], [49]), ни одно, кажется, не имеет полностью удовлетворительных свойств. Хотя трудности с определением локализованного понятия энергии известны, кажется, не так широко признано, что имеются также серьезные трудности в определении "R": пусть дана любая пространственноподобная 2-поверхность $\mathcal{C}$ в 4-мерном пространстве-времени и дана любая открытая окрестность, $\mathcal{O}$, для $\mathcal{C}$, тогда существует пространственноподобная 2-поверхность, $\mathcal{C}'$ (составленная из почти нулевых частей) содержащаяся в пределах $\mathcal{O}$ с произвольно маленькой площадью и радиусом. Таким образом, если дана система, ограниченная мировой трубкой в пространстве-времени, то далеко не ясно, как определить какую-либо меру для "размера" области, если, скажем, нам не дано привилегированного разрезания пространственноподобными гиперповерхностями. Однако, тот факт, что условие (16) выполняется для известных решений типа черной дыры (и, действительно, насыщается шварцшильдовской черной дырой), а также правдоподобно, что оно выполняется для самогравитирующего сферически-симметричного тела [50], указывает, что некоторая версия (16) может выполняться и в искривленном пространстве-времени.

В отношении вопроса (2), в предыдущем подразделе мы рассмотрели аргументы в пользу законности GSL, которые не требовали обращения к каким-либо пределам для энтропии. Таким образом, ответом на вопрос (2) будет "нет", если в аргументах предыдущей главы нет дефектов, которые лишили бы законной силы их выводы. Множество таких дефектов было указано Бекенстейном. Точнее, анализ и выводы [40] критиковались Бекенстейном на том основании, что: (i) Было сделано приближение "тонкой коробки" [51]. (ii) Можно взять коробку, *содержимое* которой имеет большую энтро-

[4]Обращают внимание, что те же самые трудности портили бы также попытки дать математически строгую формулировку "догадке кольца" [47].

пию, чем незапертое тепловое излучение той же самой энергии и объема [51]. (iii) Согласно некоторым предположениям относительно размера/формы коробки, характера тепловой атмосферы и местоположения точки плавания, сила плавучести тепловой атмосферы, как можно показать, незначительна, и таким образом, не может играть важной роли для GSL [52]. (iv) При некоторых других предположениях размер коробки в точке плавания будет меньшим, чем типичные длины волн в окружающей тепловой атмосфере, таким образом, вероятно, уменьшая величину плавучести[53]. Ответы на критику (i) давались в [54] и [55]; ответ на критику (ii) давался в [54]; и ответ на (iii) давался в [55]. Насколько я знаю, никакой ответ на (iv) все же не был дан в литературе, кроме обращения внимания в [56], что аргументы [53] должны приписать подобные трудности и обычному второму закону для мысленных экспериментов с привлечением самогравитирующего тела (см. последний параграф подраздела 4 выше). Таким образом, в моем собственном представлении, условие (16) не является необходимым для законности GSL[5]. Однако, этот вывод остается спорным; см. недавнее обсуждение в [57].

Позже было предложено альтернативное ограничение для энтропии: было предложено считать, что энтропия, содержащаяся внутри области, граница которой имеет площадь A, должна удовлетворять соотношению [58], [59], [60]

$$S \leq A/4. \tag{17}$$

Это предположение тесно связано с "голографическим принципом", который, грубо говоря, утверждает, что физика в любой пространственной области может быть полностью описана в терминах степеней свободы, ассоциированных с границей этой области. (Литература по голографическому принципу слишком обширна и быстро растет, так что не стоит и пытаться дать здесь какой-либо ее обзор.) Ограничение (17) может быть выведено из (16) при дополнительном предположении, что самодействие гравитации невелико (так что $E \lesssim R$). Таким образом, многие аргументы в пользу (16) также применимы и к (17). Подобным образом, контрпример к (16), полученный в предположении, что число типов частиц, N, достаточно велико, также приводит к контрпримеру для (17), таким образом, кажется, что (17) может, в принципе, быть нарушено для физически разумных систем (хотя и не обязательно, для систем, действительно встречающихся в природе).

В отличие от уравнения (16), ограничение (17) явным образом содержит гравитационную постоянную G (хотя мы положили $G = 1$ во всех наших

[5]Стоит отметить, что если бы эффекты плавучести тепловой атмосферы были незначительны, ограничения (16) также не было бы достаточно, чтобы гарантировать законность GSL для несферических тел: ограничение (16) было бы сформулировано в терминах "ограничивающего радиуса", то есть, *наибольшего* линейного измерения, принимая во внимание, что если бы эффекты плавучести были незначительны, чтобы обеспечить выполнение GSL потребовалось бы ограничение вида (16) с R являющимся *наименьшим* линейным измерением.

формулах), поэтому, не существует версии (17) для плоского пространства-времени, применимой, когда гравитация "выключена". Также, в отличие от (16), ограничение (17) не относится к энергии, E, содержащейся внутри области, поэтому трудности в определении E в искривленном пространстве-времени не влияют на формулировку (17). Однако, указанная выше трудность определения "ограничивающей площади", A, мировой трубки в общем, искривленном пространстве-времени остается (см. однако ниже).

Был предложен следующий аргумент, что ограничение (17) необходимо для справедливости GSL [60]: предположим, что у нас имеется сферически-симметричная система, но не черная дыра (так что $R > 2E$), и что она нарушает ограничение (17), так что $S > A/4 = \pi R^2$. Тогда рассмотрим коллапс сферической оболочки массы $M = R/2 - E$ на эту систему. В конце концов должна получиться шварцшильдовская черная дыра радиуса R. Но энтропия такой черной дыры равна $A/4$, поэтому в этом процессе обобщенная энтропия будет убывать.

Мне неизвестны какие-либо опубликованные контраргументы к сказанному в предыдущем абзаце, поэтому, я воспользуюсь возможностью привести один из них здесь. Если бы существовала система, которая нарушала бы ограничение (17), тогда приведенный выше аргумент показывал бы, что для обобщенной энтропии коллапс системы в черную дыру был бы невыгоден. Я считаю, что вывод, следующий отсюда, состоит в том, что в этих условиях образовать черную дыру было бы невозможно. Другими словами, ограничение (17) необходимо, чтобы черные дыры были стабильными или метастабильными состояниями, но для справедливости GSL оно не обязательно.

Эта точка зрения поддерживается простым модельным расчетом. Рассмотрим безмассовый газ, состоящий из N разновидностей (бозонных или фермионных) частиц, заключенных в сферическую коробку радиуса R. Тогда (пренебрегая эффектами самогравитации и любыми поправками, возникающими из-за дискретности мод) получаем

$$S \sim N^{1/4} R^{3/4} E^{3/4} \tag{18}$$

Мы хотим рассмотреть конфигурацию, которая уже не является черной дырой, поэтому нам нужно $E < R/2$. Чтобы нарушить (17) — и, таким образом, угрожая нарушить GSL путем коллапса оболочки на систему — мы должны иметь $S > \pi R^2$. Это означает, что нам необходимо рассматривать модель с $N \gtrsim R^2$. Для такой модели начнем с области R, содержащей материю с $S > \pi R^2$, но с $E < R/2$. Если мы попытаемся коллапсировать оболочку на систему, чтобы образовать черную дыру радиуса R, время коллапса будет $\gtrsim R$. Но масштаб времени для излучения Хоукинга в этой модели есть $t_H \sim R^3/N$, так как скорость излучения Хоукинга пропорциональна N. Так как $N \gtrsim R^2$, мы получаем $t_H \lesssim R$, таким образом, время излучения Хоукинга короче, чем время коллапса! Следовательно, черная дыра

в действительности никогда не сформируется. Скорее, она будет просто действовать как катализатор превращения исходного состояния с высокой концентрацией энтропии в состояние с еще большей энтропией свободного излучения Хоукинга.

Как упомянуто выше, предложенное ограничение (17) плохо определено в общем, не сферически симметричном, искривленном пространстве-времени. Также имеются и другие трудности с (17): в замкнутой вселенной, не очевидно, что находится "внутри", а что "вне" ограничивающей площади. Кроме того, (17) может быть нарушено около космологических и других особенностей, где энтропия соответственно выбранных сопутствующих объемов остается отделенной от нуля, а площадь границы области стремится к нулю. Однако, Bousso [61] -[63] была дана переформулировка (17), которая хорошо определена в общем искривленном пространстве-времени и которая избегает этих трудностей. Переформулировка Буссо может быть выражена следующим образом: пусть $\mathcal{L}$ будет нулевой гиперповерхностью, такой что расширение θ для $\mathcal{L}$ является всюду неотрицательным, $\theta \leq 0$ (или, альтернативно, всюду неположительно, $\theta \geq 0$). В частности $\mathcal{L}$ не разрешается содержать каустики, где θ изменяет знак с $-\infty$ на $+\infty$ (или, соответственно, с $+\infty$ на $-\infty$). Пусть B будет пространственноподобное сечение $\mathcal{L}$. Переформулировка Боуссо предполагает, что

$$S_{\mathcal{L}} \leq A_B/4. \tag{19}$$

где A_B обозначает площадь B, а $S_{\mathcal{L}}$ обозначает поток энтропии через $\mathcal{L}$ в будущее (или, соответственно, прошлое) B.

Обобщение ограничения Буссо было предложено в [56]: Пусть $\mathcal{L}$ – нулевая гиперповерхность, которая начинается сечением B и заканчивается сечением B'. Предположим далее, что $\mathcal{L}$ таково, что его расширение, θ, или всюду неотрицательно или всюду неположительно. Тогда

$$S_{\mathcal{L}} \leq |A_B - A_{B'}|/4. \tag{20}$$

В [56] утверждалось, что ограничение (20) должно иметь силу в классических режимах, когда (a) структура пространства-времени может быть точно описана классической метрикой, (b) гравитационные вклады в энтропию (иные, чем возникающие от черных дыр) незначительны, (c) энтропия материи может быть точно описана током энтропии, как в обычных гидродинамических режимах, и (d) вакуумные энергетические вклады в тензор напряжений незначительны, так чтобы выполнялись классические энергетические условия.

Хотя мы выше утверждали, что законность GSL не должна зависеть от законности ограничений для энтропии (16) или (17), имеется тесная связь между GSL и обобщенным ограничением Bousso (20). А именно, как обсуждено выше в главе 2, классически, горизонт событий черной дыры есть

нулевая гиперповерхность, удовлетворяющая $\theta \geq 0$. Таким образом, в классическом режиме, сам GSL соответствовал бы частному случаю обобщенного ограничения Bousso (20). Это предполагает интригующую возможность, что в квантовой гравитации имеет место более общая формулировка GSL — возможно, применимая к произвольному горизонту, определенному на стр. 134 из [15], а не просто к горизонту событий черной дыры, — которая приводит к (20) в подходящем полуклассическом пределе.

5 Calculations of Black Hole Entropy

Соображения предыдущих глав дают уникальный шанс для слияния законов механики черной дыры с законами термодинамики. В частности они настоятельно предполагают, что $S_{\rm bh}$ (= $A/4$ в общей относительности — см. ур-я (8) и (9) выше) действительно представляет собой физическую энтропию черной дыры. Далее, энтропия обычной материи понимается как результат вычисления числа квантовых состояний, доступных для материи при заданных значениях энергии и других параметров состояния. Хотелось бы получить подобное понимание того, почему $A/4$ представляет собой энтропию черной дыры в общей теории относительности, опознавая (и рассчитывая) квантовые динамические степени свободы черной дыры. Чтобы сделать это, очевидно, будет необходимо выйти за пределы классических и квазиклассических соображений предыдущих глав и рассмотреть черные дыры в рамках полностью квантовой теории гравитации. В этой главе мы кратко суммируем некоторые из главных подходов к прямому вычислению энтропии черной дыры.

Первое прямое квантовое вычисление энтропии черной дыры было дано Гиббонсом и Хоукингом [64] в контексте евклидовой квантовой гравитации. Они начали с формального выражения для функции распределения канонического ансамбля в виде функционального интеграла[6] в евклидовой квантовой гравитации и оценили его для черной дыры в "нульпетлевом" (то есть, классическом) приближении . Как показано в [66], математические шаги в этой процедуре находятся в прямом соответствии с вполне классическим определением энтропии из первого закона механики черной дыры. Множество других вычислений энтропии, которые давались в рамках формальной структуры евклидовой квантовой гравитации, также, как можно показать, эквивалентно классическому выводу (см. [67] для дальнейшего обсуждения). Таким образом, хотя вывод [64] и другие связанные выводы и дают некоторые интригующие проблески о возможных глубоких отношениях между

[6]Имеется несогласованность в использовании канонического ансамбля для вывода формулы энтропии черной дыры, так как энтропия черной дыры слишком быстро растет с энергией, чтобы канонический ансамбль был при этом определен. (Эквивалентно, теплоемкость шварцшильдовской черной дыры отрицательна, так что она не может прийти в равновесие с бесконечным термостатом.) Вывод энтропии черной дыры, использующий микроканонический ансамбль был дан в [65].

термодинамикой черных дыр и евклидовой квантовой гравитацией, они кажется, не обеспечивают большего, чем классический вывод, проникновения в оценку квантовых степеней свободы, ответственных за энтропию черной дыры.

Другой подход к вычислению энтропии черной дыры состоял в том, чтобы приписать ее "энтропии запутанности", следующей из корреляций квантового поля между множеством внешних точек и интерьером черной дыры [68] -[70]. В результате этих корреляций по разные стороны горизонта событий, состояние квантового поля, когда оно ограничено множеством внешних точек черной дыры, является смешанным. Действительно, при отсутствии обрезания на малых расстояниях энтропия фон Неймана, $-\mathrm{tr}[\rho \ln \rho]$, для любого физически разумного состояния расходилась бы. Если теперь вставить обрезание на расстояниях порядка планковской шкалы, то энтропия фон Неймана получится порядка площади горизонта, A. Таким образом, этот подход обеспечивает естественный путь, объясняющий, почему энтропия черной дыры пропорциональна площади ее поверхности. Однако, коэффициент пропорциональности зависит от обрезания и не может быть вычислен (в настоящее время) в пределах этого подхода. Кроме того, далеко не ясно, почему горизонт черной дыры должен быть выделен для такой специальной трактовки квантовых степеней свободы поблизости от него, так как подобные корреляции квантового поля будут существовать по обе стороны любой другой нулевой поверхности. Действительно, особенно озадачивает, почему локальные степени свободы, связанные с горизонтом, должны быть выделены, так как, как уже выше было отмечено в главе 2, горизонт черной дыры в данное время определен в терминах полной будущей истории пространства-времени и, таким образом, не имеет выделенного локального значения. Наконец, так как гравитационное действие и уравнения поля не играют никакой роли в вышеупомянутом выводе, трудно увидеть, как этот подход мог бы привести к энтропии черной дыры, пропорциональной уравнению (8) (а не пропорциональной A) в более общей теории гравитации.

Тесно связанная с этим идея состоит в том, чтобы приписать энтропию черной дыры обычной энтропии ее тепловой атмосферы [71]). Если мы предполагаем, что тепловая атмосфера ведет себя подобно свободному безмассовому (бозонному или фермионному) газу, то плотность его энтропии будет (грубо говоря) пропорциональна T^3. Однако, так как T расходится около горизонта в манере, указанной уравнением (12), мы находим, что полная энтропия тепловой атмосферы около горизонта расходится. Это, в действительности, есть новый тип ультрафиолетовой катастрофы. Она возникает, потому что, из-за произвольно больших красных смещений, теперь имеется бесконечно много мод — произвольно высокой в местном масштабе измеренной частоты — которые дают ограниченную энергию при измерениях на бесконечности. Чтобы излечить эту расходимость, необходимо наложить обрезание на частоту мод, измеренную в местном масштабе. Если мы принимаем обрезание порядка планковской шкалы, то тепловая атмосфера

вносит энтропию порядка площади горизонта, A, также, как и при анализе энтропии запутанности. Действительно, это вычисление — то же самое, что и вычисление энтропии запутанности, так как состояние квантового поля вне черной дыры тепловое, так что его энтропия фон Неймана равна его термодинамической энтропии (см. также [72]). Обратите внимание, что большая часть энтропии тепловой атмосферы сильно локализована в "коже", окружающей горизонт, толщина которой имеет порядок планковской длины.

Так как приписывание энтропии черной дыры ее тепловой атмосфере, по существу, эквивалентно предположению об энтропии запутанности, этот подход имеет, по существу, ту же самую силу и слабость, как и подход энтропии запутанности. С одной стороны, он естественно объясняет энтропию черной дыры, пропорциональную A. С другой стороны, этот результат зависит существенным образом от невычисляемого обрезания, и трудно увидеть, как этот анализ мог бы привести к уравнению (8) в более общей теории гравитации. Привилегированный статус горизонта событий и локализации степеней свободы, ответственных за энтропию черной дыры, в "коже планковской толщины", окружающей горизонт, также остается озадачивающим в этом подходе. Чтобы сделать это более наглядным, рассмотрим коллапс массивной сферической оболочки материи. Тогда, когда оболочка пересекает свой шварцшильдовский радиус, кривизна пространства-времени вне оболочки все еще пренебрежимо мала. Однако, в пределах интервала порядка планковского времени после того, как произошло пересечение шварцшильдовского радиуса, "оболочка" тепловой атмосферы, окружающей недавно сформированную черную дыру, придет в равновесие относительно симметрии сдвигов по времени для статического шварцшильдовского внешнего решения. Таким образом, если энтропия должна быть приписана тепловой атмосфере, в манере, предложенной в соответствии с этим предположением, то степени свободы тепловой атмосферы — те, которые предварительно были рассмотрены как несущественные вакуумные флуктуации, не дающие никакого вклада в энтропию — внезапно, станут "активизированными" проходом оболочки, с целью подсчета их энтропии. Важное изменение энтропии материи во вселенной произошло, даже при том, что наблюдатели, едущие на или около оболочки, не видят ничего существенного.

Другой подход, который близко связан с энтропией запутанности и тепловой атмосферой, — и который также содержит элементы, близко связанные с евклидовым подходом и классическим выводом уравнения (8) — пытается объяснить энтропию черной дыры в контексте теории индуцированной гравитации Сахарова[73], [74]. В подходе Сахарова динамические аспекты гравитации являются результатом коллективных возбуждений массивных полей. На эти массивные поля тогда накладывают связи, чтобы сократить расходимости и гарантировать, что эффективная космологическая константа исчезает. Предложение Сахарова, как ожидается, не обеспечит фунда-

ментального описания квантовой гравитации, но на масштабах ниже планковских оно может обладать общими чертами с другими, более фундаментальными, описаниями. Подобно подходам энтропии запутанности и тепловой атмосферы, энтропия черной дыры объясняется как происходящая от степеней свободы квантового поля вне черной дыры. Однако, в этом случае формула для энтропии черной дыры подразумевает вычитание (расходящегося) выражения при подсчете мод и (одинаково расходящегося) выражения для оператора нетерова заряда, так что, в действительности, только массивные поля вносят вклад в энтропию черной дыры. Результат этого вычитания дает уравнение (9).

Совсем недавно на основе квантовой геометрии был развит другой подход к вычислению энтропии черной дыры [75], [76]. В этом подходе, если рассматривать пространство-время, содержащее изолированный горизонт (см. главу 2 выше), классическая симплектическая форма и классический гамильтониан [7] приобретают дополнительные граничные члены, возникающие из-за изолированного горизонта [20]. Эти дополнительные члены идентичны по форме теории Черна-Саймонса, определенной на изолированном горизонте. Классически, поля на изолированном горизонте определяются с помощью условия непрерывности из полей "внутри" и не представляют собой дополнительных степеней свободы. Однако, в квантовой теории, где допустимы обобщенные поля, эти поля интерпретируются, как дающие дополнительные, независимые степени свободы, связанные с изолированным горизонтом. Тогда вычисляеют "поверхностные состояния" этих полей на изолированном горизонте, подчиненные граничному условию, связывающему поверхностные состояния с "объемными состояниями" и подчиненные условию, что площадь изолированного горизонта (определенного объемным состоянием) находится в пределах квадрата планковской длины от величины A. Этот подсчет состояний для черных дыр, намного больших планковского масштаба, дает энтропию пропорциональную A . В отличие от вычислений энтропии запутанности и тепловой атмосферы, здесь подсчет состояний дает конечные результаты и не требует никакого обрезания. Однако, формула для энтропии содержит свободный параметр ("Immirzi параметр"), который является результатом неоднозначности в процедуре квантования петель, так что коэффициент пропорциональности между S и A не вычисляется.

Наиболее количественно успешные вычисления энтропии черной дыры до настоящего времени — это результаты теории струн. Предполагается, что при "низких энергиях" теория струн должна привести к 10-мерной теории супергравитации (см. [78] для серьезного дальнейшего обсуждения отношений между теорией струн и 10-мерной и 11-мерной супергравитацией). Если обращаться с этой теорией супергравитации как с классической

[7] Фазовое пространство, [77] рассматриваемое здесь, включает граничные условия изолированного горизонта, то есть, допускаются только полевые вариации, которые сохраняют структуру изолированного горизонта.

теорией, подразумевающей метрику пространства-времени, g_{ab}, и другие классические поля, то можно найти решения, описывающие черные дыры. С другой стороны, также можно рассматривать "предел слабого взаимодействия" теории струн, когда с состояниями обращаются как с возмущениями на фоне плоского пространства-времени. В пределе слабого взаимодействия нет никакого буквального понятия черной дыры, также как нет никакого понятия черной дыры в линеаризованной общей теории относительности. Однако, некоторые слабовзаимодействующие состояния могут быть идентифицированы с некоторыми решениями типа черной дыры в низкоэнергетическом пределе теории, в соответствии с их энергией и зарядом. (Здесь в теорию возмущений струн необходимо ввести "D-браны", чтобы получить слабовзаимодействующие состояния с желаемым зарядом.) Теперь, слабовзаимодействующие состояния, в сущности, — обычные квантовые динамические степени свободы в плоском фоновом пространстве-времени, так что их энтропия может быть вычислена обычными методами статистической физики для плоского пространства-времени. Замечательно, что для некоторых классов экстремальных и почти экстремальных черных дыр обычная энтропия слабовзаимодействующих состояний точно согласуется с выражением $A/4$ для соответствующего классического состояния черной дыры; см. [79] для обзора этих результатов. Недавно, было также показано[80], что для некоторых черных дыр, следующие после ведущих поправки к формуле для энтропии состояний, соответствуют высшим струнным поправкам к эффективному гравитационному действию, в точном согласии с уравнением (8).

Так как формула для энтропии имеет нетривиальную функциональную зависимость от энергии и заряда, трудно вообразить, что согласие между обычной энтропией слабовзаимодействующих состояний и энтропией черной дыры могло оказаться результатом случайного совпадения. Кроме того, для низкоэнергетического рассеяния коэффициенты поглощения (эмиссии) ("факторы серого тела") соответствующих слабовзаимодействующих состояний и черных дыр также согласуются [81]. Это предполагает, что может иметь место тесная физическая зависимость между слабовзаимодействующими состояниями и черными дырами, и что динамические степени свободы слабовзаимодействующих состояний, вероятно, по меньшей мере, тесно связаны с динамическими степенями свободы, ответственными за энтропию черной дыры. Однако, трудно представить, чтобы слабовзаимодействующие состояния могли давать точную картину локальной физики, около (и в пределах) области, классически описываемой черной дырой.

Соответствующие степени свободы, ответственные за энтропию в слабовзаимодействующих моделях теории струн, связаны с конформной теорией поля. Недавно Carlip [82], [83] попытался получить прямые соотношения между результатами подсчета состояний теории струн для энтропии черной дыры и классической алгеброй скобок Пуассона в общей теории относительности. После наложения некоторых граничных условий, соответ-

ствующих присутствию локального горизонта Киллинга, Carlip выбирает специфическую подгруппу диффеоморфизмов пространства-времени, произведенных векторными полями ξ^a. Преобразования на фазовом пространстве классической общей теории относительности, соответствующие этим диффеоморфизмам, порождены гамильтонианами H_ξ. Однако, алгебра скобок Пуассона этих гамильтонианов не изоморфна алгебре Ли скобок векторных полей ξ^a, а скорее соответствует центральному расширению этой алгебры. Таким образом, получается алгебра Virasoro. Теперь известно, что асимптотическая плотность состояний в конформной теории поля, основанной на алгебре Virasoro, дается универсальным выражением ("формула Cardy"), которое зависит только от алгебры Virasoro. Для алгебры Virasoro, полученной Carlip, формула Cardy дает энтропию в согласии с уравнением (9). Так как гамильтонианы H_ξ близко связаны с соответствующими нетеровыми токами и зарядами, встречающимися при выводе условий (8) и (9), подход Карлипа предлагает возможность прямого, общего объяснения замечательного согласия между результатами подсчета состояний в теории струн и классической формулой энтропии черной дыры.

6 Открытые Проблемы

Результаты, описанные в предыдущих главах дают замечательную возможность утверждать, что стационарные черные дыры являются локализованными тепловыми равновесными состояниями квантового гравитационного поля, и что законы механики черной дыры являются просто обычными законами термодинамики, приложенной к системе, содержащей черную дыру. Хотя никакие результаты термодинамики черных дыр не были подвергнуты экспериментальным или наблюдательным испытаниям, теоретическая основа термодинамики черных дыр, кажется, достаточно твердой, чтобы обеспечить прочное основание для дальнейших исследований и предположений о природе квантовых гравитационных явлений. В этой главе кратко обсужу две ключевые нерешенные проблемы термодинамики черных дыр, которые могут пролить новый и существенный свет на квантовую гравитационную физику.

6.1 Эволюционирует ли чистое квантовое состояние к смешанному состоянию в процессе формирования черной дыры и ее испарения?

В классической общей теории относительности материя, ответственная за формирование черной дыры, падает в сингулярность, находящуюся в глубине черной дыры. Предположим, что материя, которая формирует черную дыру, обладает квантовыми корреляциями с материей, которая остается далеко снаружи черной дыры. Тогда трудно представить себе, как эти кор-

реляции могли бы быть восстановлены в течение процесса испарения черной дыры, если не происходит грубых нарушений причинной связи. Фактически, квазиклассические исследования процесса Хоукинга показывают, что, напротив, корреляции между множеством внешних точек и интерьером черной дыры непрерывно возрастают, когда она испаряется (см. [15] для дальнейшего обсуждения). Действительно, эти корреляции играют существенную роль в придании излучению Хоукинга в точности теплового характера [26].

Как уже упомянуто выше в подразделе 4.1, изолированная черная дыра "испарится" полностью через процесс Хоукинга за конечное время. Если корреляции между внутренностью и внешностью черной дыры не будут восстановлены в течение процесса испарения, то ко времени, когда черная дыра испарится полностью, начальное чистое состояние эволюционирует в смешанное состояние, то есть, "информация" будет потеряна. В квазиклассическом анализе процесса испарения такая информационная потеря имеет место, и она приписывается распространению квантовых корреляций в сингулярность внутри черной дыры. Ключевая нерешенная проблема в термодинамике черных дыр – продолжает ли этот вывод оставаться справедливым в полной квантовой теории гравитации. С одной стороны, можно утверждать[15], что альтернативы потере информации — типа формирования "остатка" с высокой энтропией или постепенного восстановления корреляций в течение последних стадий процесса испарения — кажутся весьма неправдоподобными. С другой стороны, обычно говорят, что эволюция из начального чистого состояния в конечное смешанное состояние находится в конфликте с квантовой механикой. По этой причине, проблема того, может ли чистое состояние развиться в смешанное состояние в процессе формирования и испарения черной дыры, обычно называется "*информационным парадоксом черной дыры* ".

По-видимому, имеются два логически независимых основания считать, что эволюция от начального чистого состояния к конечному смешанному состоянию находится в конфликте с квантовой механикой: (1) Такая эволюция, как утверждается, несовместима с фундаментальными принципами квантовой теории, которая постулирует унитарную эволюцию во времени вектора состояния в гильбертовом пространстве. (2) Такая эволюция обязательно вызвала бы нарушения причинной связи и(или) закона сохранения импульса-энергии, и если бы это произошло при формировании черной дыры или в процессе испарения, в обычной лабораторной физике имели бы место существенные нарушения причинной связи и(или) закона сохранения импульса-энергии (через процессы с "виртуальными черными дырами").

В отношении (1): в пределах квазиклассической структуры эволюция начального чистого состояния к конечному смешанному состоянию в процессе формирования черной дыры и испарения может быть приписана тому факту, что временной срез конечного состояния не будет поверхностью Коши в пространстве-времени [15]. Никакого нарушения локальных законов

квантовой теории поля при этом не происходит. Фактически, весьма похожая эволюция от начального чистого состояния к конечному смешанному состоянию происходит для свободного безмассового поля в пространстве-времени Минковского, если выбрать конечное "время" гиперболоидом, а не гиперплоскостью [15]. (Здесь "потеря информации" при временной эволюции происходит благодаря излучению, направленному к бесконечности, а не в черную дыру.) Действительно, эволюция от начального чистого состояния к конечному смешанному состоянию находит свое естественное место в алгебраическом подходе к квантовой теории [15], а также в структуре обобщенной квантовой теории [84].

Главные аргументы в пользу (2) приведены в [85] (см. также [86]). Однако, эти аргументы предполагают, что эффективный закон эволюции, управляющий лабораторной физикой, имеет "марковский" характер, так что вполне локален во времени. Как указано в [87], можно было бы ожидать, что черная дыра сохранит "память" (запасенную в ее внешнем гравитационном поле) о своем импульсе-энергии, так что далеко не ясно, будет ли эффективная модель закона эволюции для процесса формирования и испарения черной дыры марковской по своему характеру. Кроме того, даже в пределах марковского контекста, нетрудно построить модели, где на планковских масштабах происходит быстрая потеря информации, а в лабораторном масштабе имеют место только незначительные отклонения от обычной динамики[87]. По вышеупомянутым причинам, я не думаю, что проблема, переходит ли чистое состояние в смешанное в процессе формирования и испарения черной дыры, должна называться "парадоксом". Однако, разрешение этой проблемы имеет большое значение: если чистое состояние остается чистым, то наше основное понимание черных дыр в классической и квазиклассической гравитации должно будет в квантовой гравитации подвергнуться существенному пересмотру. С другой стороны, если чистое состояние переходит в смешанное при вполне квантовой трактовке гравитационного поля, то по крайней мере, понимание классической сингулярности как места, где "информация может потеряться" должно остаться и в квантовой гравитации. В таком случае, вместо "сглаживания" особенностей классической общей теории относительности, можно ожидать, что особенности будут играть фундаментальную роль в формулировке квантовой гравитации [88]. Таким образом, решение этой проблемы сообщило бы нам много интересного, и о природе черных дыр, и о существовании сингулярностей в квантовой гравитации.

6.2 Какие (и где находящиеся) степени свободы отвечают за энтропию черной дыры?

Вычисления, описанные в главе 5, дают, по-видимому, противоречивую картину степеней свободы, ответственных за энтропию черной дыры. В подходах энтропии запутанности и тепловой атмосферы, соответствующие

степени свободы связывались с обычными степенями свободы квантовых полей вне черной дыры. Однако, доминирующий вклад в эти степени свободы дают моды (почти) планковских масштабов, локализованные на (почти) планковском расстоянии от черной дыры, так что, эффективно, соответствующие степени свободы связаны с горизонтом. В подходе квантовой геометрии соответствующие степени свободы также связаны с горизонтом, но кажется, имеют другой характер, они проживают непосредственно на горизонте (хотя они и ограничены внешним состоянием). Наконец, вычисления теории струн подразумевают слабо взаимодействующие состояния в плоском пространстве-времени, так что неясно, чему соответствовали бы эти слабовзаимодействующие степени свободы в пределе низких энергий, где эти состояния допускают интерпретацию в виде черной дыры. Однако, в вычислениях нет никакого указания, что эти степени свободы должны рассматриваться как локализованные около горизонта черной дыры.

Вышеупомянутые вычисления не обязательно находятся в конфликте друг с другом, так как возможно, что каждое из них может представлять дополнительный аспект тех же самых физических степеней свободы. Однако, кажется далеко не ясным, должны ли мы думать об этих степенях свободы как о проживающих вне черной дыры (например, в тепловой атмосфере), на горизонте (например, в состояниях Черна-Саймонса), или внутри черной дыры (например, в степенях свободы, связанных с тем, что классически соответствует сингулярности, лежащей глубоко внутри черной дыры).

Следующая загадка [89] может помочь сфокусировать внимание на некоторых из проблем, связанных со степенями свободы, ответственными за энтропию черной дыры и, следовательно, на значении энтропии в квантовой гравитационной физике. Как мы уже обсудили, одно предположение, объясняющее энтропию черной дыры, требует приписать ее обычной энтропии ее тепловой атмосферы. Если сделать это, то как предварительно было упомянуто выше в главе 5, главная загадка состоит в том, чтобы объяснить, почему степени свободы квантового поля около горизонта вносят чрезвычайно большой вклад в энтропию, принимая во внимание, что подобные степени свободы, которые присутствуют повсюду во Вселенной — и в местном масштабе неотличимы от тепловой атмосферы — рассматриваются как простые "вакуумные флуктуации", которые не вносят вклада в энтропию. Но, возможно, еще большая загадка возникнет, если бы мы припишем тепловой атмосфере незначительную энтропию (по сравнению с площадью черной дыры, A), что необходимо, если мы желаем приписать энтропию черной дыры другим степеням свободы. Рассмотрим черную дыру, замкнутую в отражающую полость, и находящуюся в равновесии с ее излучением Хоукинга. Конечно, вдали от черной дыры тепловая атмосфера в полости должна вносить в энтропию вклад, определенный обычной формулой для нагретого газа в (почти) плоском пространстве-времени. Однако, если тепловая атмосфера должна внести незначительную полную энтропию (по сравнению с A), то на некотором собственном расстоянии D от горизон-

та, намного большем планковской длины, тепловая атмосфера должна вносить в энтропию намного меньший вклад, чем обычный результат ($\propto T^3$), полученный наивным подсчетом мод. Если это имеет место, то рассмотрим коробку обычной термальной материи на бесконечности, энергия которой выбрана так, чтобы ее точка плавания была бы на расстоянии, меньшем чем D, от горизонта. Позвольте нам теперь медленно снижать коробку к ее точке плавания. Ко времени, когда она достигнет точки плавания, содержание коробки будет неотличимо от тепловой атмосферы, так что энтропия в пределах коробки также должна быть меньше, чем полученная обычным подсчетом мод. Из этого следует, что энтропия в коробке, должно быть, уменьшилась в течение процесса снижения, несмотря на тот факт, что наблюдатель внутри коробки по-прежнему видит ее заполненной тепловым излучением и рассматривает процесс снижения как адиабатический. Кроме того, предположим, что снижают (или, более точно, подталкивают) к тому же самому расстоянию от черной дыры пустую коробку. Различие в энтропии между пустой коробкой и коробкой, заполненной излучением, должно, по-прежнему, даваться обычной формулой подсчета мод. Поэтому, пустой коробке пришлось бы приписать отрицательную энтропию.

Я полагаю, что для лучшего понимания степеней свободы, ответственных за энтропию черной дыры, необходимо более глубокое понимание самого понятия энтропии. Даже в плоском пространстве-времени мы далеки от универсального соглашения о значении энтропии — особенно в квантовой теории — и о природе второго закона термодинамики. Ситуация в общей теории относительности является значительно более темной [90], например, нет никакого единственного, твердого, понятия "трансляций по времени" и классическая общерелятивистская динамика кажется несовместимой с любым понятием "эргодичности". Весьма вероятным кажется то, что чтобы получить адекватное понимание энтропии в квантовой гравитационной физике, нам потребуется новая концептуальная структура .

7 Acknowledgements

This research was supported in part by NSF grant PHY 95-14726 to the University of Chicago.

Список литературы

[1] R.M. Wald, *General Relativity*, University of Chicago Press (Chicago, 1984).

[2] S.W. Hawking and G.F.R. Ellis, *The Large Scale Structure of Spacetime*, Cambridge University Press (Cambridge, 1973).

[3] P. T. Chrusciel, E. Delay. G.J. Galloway, and R. Howard, "The area theorem", preprint (1999).

[4] S.W. Hawking, "Gravitational Radiation from Colliding Black Holes", Phys. Rev. Lett. **26**, 1344-1346 (1971).

[5] J.D. Bekenstein, "Black Holes and Entropy", Phys. Rev. **D7**, 2333-2346 (1973).

[6] J.D. Bekenstein, "Generalized Second Law of Thermodynamics in Black-Hole Physics", Phys. Rev. **D9**, 3292-3300 (1974).

[7] J.M. Bardeen, B. Carter, and S.W. Hawking, "The Four Laws of Black Hole Mechanics" Commun. Math. Phys. **31**, 161-170 (1973).

[8] M. Heusler, *Black Hole Uniqueness Theorems*, Cambridge University Press (Cambridge, 1996).

[9] B. Carter, "Black Hole Equilibrium States" in *Black Holes*, ed. by C. DeWitt and B.S. DeWitt, 57-214, Gordon and Breach (New York, 1973).

[10] H. Friedrich, I. Racz, and R.M. Wald, "On the Rigidity Theorem for Spacetimes with a Stationary Event Horizon or a Compact Cauchy Horizon", Commun. Math. Phys. **204**, 691-707 (1999).

[11] D. Sudarsky and R.M. Wald, "Extrema of Mass, Stationarity and Staticity, and Solutions to the Einstein-Yang-Mills Equations" Phys. Rev. **D46**, 1453-1474 (1992).

[12] D. Sudarsky and R.M. Wald, "Mass Formulas for Stationary Einstein-Yang-Mills Black Holes and a Simple Proof of Two Staticity Theorems" Phys. Rev. **D47**, R5209-R5213 (1993).

[13] P.T. Chrusciel and R.M. Wald, "Maximal Hypersurfaces in Stationary Asymptotically Flat Spacetimes" Commun. Math Phys. **163**, 561-604 (1994).

[14] I. Racz and R.M. Wald, "Global Extensions of Spacetimes Describing Asymptotic Final States of Black Holes" Class. Quant. Grav. **13**, 539-552 (1996).

[15] R.M. Wald, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime and Black Hole Thermodynamics*, University of Chicago Press (Chicago, 1994).

[16] V. Iyer and R.M. Wald, "Some Properties of Noether Charge and a Proposal for Dynamical Black Hole Entropy", Phys. Rev. **D50**, 846-864 (1994).

[17] M. Aizenman and E.H. Lieb, "The Third Law of Thermodynamics and the Degeneracy of the Ground State for Lattice Systems", J. Stat. Phys. **24**, 279-297 (1981).

[18] R.M. Wald, "'Nernst Theorem' and Black Hole Thermodynamics", Phys. Rev. **D56**, 6467-6474 (1997).

[19] A. Ashtekar, C. Beetle, and S. Fairhurst, "Isolated Horizons: A Generalization of Black Hole Mechanics", Class. Quant. Grav. **16**, L1-L7 (1999).

[20] A. Ashtekar, C. Beetle, and S. Fairhurst, "Mechanics of Isolated Horizons", gr-qc/9907068.

[21] A. Ashtekar and A. Corichi, "Laws Governing Isolated Horizons: Inclusion of Dilaton Couplings", gr-qc/9910068.

[22] J. Lewandowski, "Spacetimes Admitting Isolated Horizons", gr-qc/9907058.

[23] R. Geroch and J. Hartle, "Distorted Black Holes", J. Math. Phys. **23**, 680-692 (1982).

[24] S.W. Hawking, "Particle Creation by Black Holes", Commun. Math. Phys. **43**, 199-220 (1975).

[25] L. Parker, "Quantized Fields and Particle Creation in Expanding Universes", Phys. Rev. **183**, 1057-1068 (1969).

[26] R.M. Wald, "On Particle Creation by Black Holes", Commun. Math. Phys. **45**, 9-34 (1975).

[27] K. Fredenhagen and R. Haag, "On the Derivation of the Hawking Radiation Associated with the Formation of a Black Hole", Commun. Math. Phys. **127**, 273-284 (1990).

[28] W.G. Unruh, "Experimental Black-Hole Evaporation?", Phys. Rev. Lett. **46**, 1351-1353 (1981).

[29] W.G. Unruh, "Dumb Holes and the Effects of High Frequencies on Black Hole Evaporation" Phys. Rev. **D51**, 2827-2838 (1995).

[30] S. Corley and T. Jacobson, "Hawking Spectrum and High Frequency Dispersion" Phys. Rev. **D54**, 1568-1586 (1996).

[31] S. Corley and T. Jacobson, "On the Origin of the Outgoing Black Hole Modes" Phys. Rev. **D53**, 7082-7088 (1996).

[32] S. Corley and T. Jacobson, "Lattice Black Holes", Phys. Rev. **D57**, 6269-6279 (1998).

[33] T. Jacobson and D. Mattingly, "Hawking radiation on a falling lattice", hep-th/9908099.

[34] W.G. Unruh, "Notes on Black Hole Evaporation", Phys. Rev. **D14**, 870-892 (1976).

[35] B.S. Kay and R.M. Wald, "Theorems on the Uniqueness and Thermal Properties of Stationary, Nonsingular, Quasifree States on Spacetimes with a Bifurcate Killing Horizon", Phys. Rep. **207**, 49-136 (1991).

[36] J.J. Bisognano and E.H. Wichmann, "On the Duality Condition for Quantum Fields", J. Math. Phys. **17**, 303-321 (1976).

[37] J.B. Hartle and S.W. Hawking, "Path Integral Derivation of Black Hole Radiance", Phys. Rev. **D13**, 2188-2203 (1976).

[38] R. Geroch, colloquium given at Princeton University, December, 1971 (unpublished).

[39] J.D. Bekenstein, "Universal Upper Bound on the Entropy-to-Energy Ratio for Bounded Systems", Phys. Rev. **D23**, 287-298 (1981).

[40] W.G. Unruh and R.M. Wald, "Acceleration Radiation and the Generalized Second Law of Thermodynamics", Phys. Rev. **D25**, 942-958 (1982).

[41] W.H. Zurek and K.S. Thorne, "Statistical Mechanical Origin of the Entropy of a Rotating, Charged Black Hole", Phys. Rev. Lett. **54**, 2171-2175 (1986).

[42] K.S. Thorne, W.H. Zurek, and R.H. Price, "The Thermal Atmosphere of a Black Hole", in *Black Holes: The Membrane Paradigm*, ed. by K.S. Thorne, R.H. Price, and D.A. Macdonald, 280-340, Yale University Press (New Haven, 1986).

[43] V.P. Frolov and D.N. Page, "Proof of the Generalized Second Law for Quasistatic, Semiclassical Black Holes", Phys. Rev. Lett. **71**, 3902-3905 (1993).

[44] R.D. Sorkin, "The Statistical Mechanics of Black Hole Thermodynamics", in *Black Holes and Relativistic Stars*, ed. by R.M. Wald, 177-194, University of Chicago Press (Chicago, 1998).

[45] J.D. Bekenstein, "Entropy Content and Information Flow in Systems with Limited Energy", Phys. Rev. **D30**, 1669-1679 (1984).

[46] J.D. Bekenstein and M. Schiffer, "Quantum Limitations on the Storage and Transmission of Information", Int. J. Mod. Phys. **C1**, 355 (1990).

[47] C.W. Misner, K.S. Thorne, and J.A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman (San Francisco, 1973).

[48] R. Penrose, "Quasi-Local Mass and Angular Momentum ", Proc. Roy. Soc. Lond. **A381**, 53-63 (1982).

[49] J.D. Brown and J.W. York, "Quasilocal Energy and Conserved Charges Derived from the Gravitational Action", Phys. Rev. **D47**, 1407-1419 (1993).

[50] R.D. Sorkin, R.M. Wald, and Z.J. Zhang, "Entropy of Self-Gravitating Radiation", Gen. Rel. Grav. **13**, 1127-1146 (1981).

[51] J.D. Bekenstein, "Entropy Bounds and the Second Law for Black Holes", Phys. Rev. **D27**, 2262-2270 (1983).

[52] J.D. Bekenstein, "Entropy Bounds and Black Hole Remnants", Phys. Rev. **D49**, 1912-1921 (1994).

[53] J.D. Bekenstein, "Non-Archimedian Character of Quantum Buoyancy and the Generalized Second Law of Thermodynamics", Phys. Rev. **D60**, 124010 (9 pages) (1999).

[54] W.G. Unruh and R.M. Wald, "Entropy Bounds, Acceleration Radiation and the Generalized Second Law", Phys. Rev. **D27**, 2271-2276 (1983).

[55] M.A. Pelath and R.M.Wald, "Comment on Entropy Bounds and the Generalized Second Law", Phys. Rev. **D60**, 104009 (4 pages) (1999).

[56] E.E. Flanagan, D. Marolf, and R.M. Wald, "Proof of Classical Versions of the Bousso Entropy Bound and of the Generalized Second Law", hep-th/9909373

[57] W. Anderson, "Does the GSL Imply and Entropy Bound?", in *Matters of Gravity*, ed. by J. Pullin, gr-qc/9909022.

[58] G. 't Hooft, "On the Quantization of Space and Time", in *Quantum Gravity*, ed. by M.A. Markov, V.A. Berezin, and V.P. Frolov, 551-567, World Scientific Press (Singapore, 1988).

[59] J.D. Bekenstein, "Do We Understand Black Hole Entropy ?", in *Proceedings of the VII Marcel Grossman Meeting*, 39-58, World Scientific Press (Singapore, 1996).

[60] L. Susskind, "The World as a Hologram", J. Math. Phys. **36**, 6377-6396 (1995).

[61] R. Bousso, "A Covariant Entropy Conjecture", JHEP **07**, 004 (1999).

[62] R. Bousso, "Holography in General Space-times", JHEP **06**, 028 (1999).

[63] R. Bousso, "The Holographic Principle for General Backgrounds", hep-th/9911002.

[64] G. Gibbons and S.W. Hawking "Action Integrals and Partition Functions in Quantum Gravity", Phys. Rev. **D15**, 2752-2756 (1977).

[65] J.D. Brown and J.W. York, "Microcanonical Functional Integral for the Gravitational Field", Phys. Rev. **D47**, 1420-1431 (1993).

[66] R.M. Wald, "Black Hole Entropy is the Noether Charge", Phys. Rev. **D48**, R3427-R3431 (1993).

[67] V. Iyer and R.M. Wald, "A Comparison of Noether Charge and Euclidean Methods for Computing the Entropy of Stationary Black Holes", Phys. Rev. **D52**, 4430-4439 (1995).

[68] L. Bombelli, R.K. Koul, J. Lee, and R. Sorkin, "Quantum Source of Entropy for Black Holes" Phys. Rev. **D34**, 373-383 (1986).

[69] C. Callen and F. Wilzcek, "On Geometric Entropy", Phys. Lett **B333**, 55-61 (1994).

[70] C. Holzhey, F. Larsen, and F. Wilzcek, "Geometric and Renormalized Entropy in Conformal Field Theory", Nucl. Phys. **B424**, 443-467 (1994).

[71] G. 't Hooft, "On the Quantum Structure of a Black Hole", Nucl. Phys. **B256**, 727-745 (1985).

[72] S. Mukohyama, "Aspects of Black Hole Entropy", gr-qc/9912103.

[73] V.P. Frolov, D.V. Fursaev and A.I. Zelnikov, "Statistical Origin of Black Hole Entropy in Induced Gravity", Nucl. Phys. **B486**, 339-352 (1997).

[74] V.P. Frolov and D.V. Fursaev, "Mechanism of the Generation of Black Hole Entropy in Sakharov's Induced Gravity", Phys. Rev. **D56**, 2212-2225 (1997).

[75] A. Ashtekar, J. Baez, A. Corichi, and K. Krasnov, "Quantum Geometry and Black Hole Entropy", Phys. Rev. Lett. **80**, 904-907 (1998).

[76] A. Ashtekar and K. Krasnov, "Quantum Geometry and Black Holes", in *Black Holes, Gravitational Radiation, and the Universe*, ed. by B.R. Iyer and B. Bhawal, 149-170, Kluwer Academic Publishers (Dordrecht, 1999).

[77] A. Ashtekar, A. Corichi, and K. Krasnov, "Isolated Horizons: the Classical Phase Space", gr-qc/9905089.

[78] D. Marolf, "String/M-branes for Relativists", gr-qc/9908045.

[79] G. Horowitz, "Quantum States of Black Holes", in *Black Holes and Relativistic Stars*, ed. by R.M. Wald, 241-266, University of Chicago Press (Chicago, 1998).

[80] G.L. Cardoso, B. de Wit, and T. Mohaupt, "Area Law Corrections from State Counting and Supergravity", hep-th/9910179.

[81] J.M. Maldacena and A. Strominger, "Black Hole Greybody Factors and D-Brane Spectroscopy", Phys.Rev. **D55**, 861-870 (1997).

[82] S. Carlip, "Entropy from Conformal Field Theory at Killing Horizons", Class. Quant. Grav. **16**, 3327-3348 (1999).

[83] S. Carlip, "Black Hole Entropy from Horizon Conformal Field Theory", gr-qc/9912118.

[84] J. Hartle, "Generalized Quantum Theory in Evaporating Black Hole Spacetimes", in *Black Holes and Relativistic Stars*, ed. by R.M. Wald, 195-219, University of Chicago Press (Chicago, 1998).

[85] T. Banks, L. Susskind, and M.E. Peskin, "Difficulties for the Evolution of Pure States into Mixed States", Nucl. Phys. **B244**, 125-134 (1984).

[86] J. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos, and M. Srednicki, "Search for Violations of Quantum Mechanics", Nucl. Phys. **B241**, 381-405 (1984).

[87] W.G. Unruh and R.M. Wald, "Evolution Laws Taking Pure States to Mixed States in Quantum Field Theory", Phys. Rev. **D52**, 2176-2182 (1995).

[88] R. Penrose, "Singularities and Time-Asymmetry" in *General Relativity, an Einstein Centennary Survey*, ed. by S.W. Hawking and W. Israel, 581-638, Cambridge University Press (Cambridge, 1979).

[89] R.M. Wald, "Gravitation, Thermodynamics, and Quantum Theory", Class. Quant. Grav. **16**, A177-A190 (1999).

[90] R.M. Wald, "Black Holes and Thermodynamics", in *Black Holes and Relativistic Stars*, ed. by R.M. Wald, 155-176, University of Chicago Press (Chicago, 1998).