# Проблема космологической постоянной*

Стивен Вайнберг

31 марта 1998

**Аннотация**

Астрономические наблюдения показывают, что космологическая константа является на много порядков меньшей, чем предсказывается современными теориями элементарных частиц. После краткого обозрения истории этой проблемы мы описываем пять различных подходов к ее решению.

abcd

## Содержание



Хьюджес Мирнс

*Перевод на русский язык, ИФВЭ, Протвино, 1998

# I. Введение

Физика живет кризисами. Мы все вспоминаем об огромном прогрессе, достигнутом в результате поисков выхода из прошлых кризисов: невозможности обнаружить движение Земли относительно эфира, открытия непрерывного спектра бета-распада, проблемы $\tau$–$\theta$, ультрафиолетовых расходимостей в электромагнитных, а затем в слабых взаимодействиях и т.д. К несчастью, позднее нам стало недоставать кризисов. "Стандартная модель" электрослабых и сильных взаимодействий сегодня как не сталкивается с внутренними противоречиями, так и не противоречит эксперименту. У нее есть множество проблем, мы не знаем причин, почему кварки и лептоны имеют те массы, которые они имеют, но мы не знаем и причин, которые запрещали бы им иметь эти массы.

Возможно, именно из-за желания других кризисов наш интерес все больше привлекается к одному реальному кризису: теоретические ожидания для космологической постоянной превышают наблюдаемые пределы примерно на 120 порядков величины.[1] В этих лекциях я сначала представлю историю этой проблемы, а затем сделаю обзор различных попыток найти ее решение.

# II. Ранняя история

После построения своей формулировки общей теории относительности в 1915-1916 годах Эйнштейн (1917) попытался применить свою новую теорию к Вселенной в целом. Его основным принципом была статичность Вселенной: "Наиболее важный факт, который мы выводим из наблюдений — это то, что относительные скорости звезд очень малы по сравнению со скоростью света". Такого статического решения вывести из его исходных уравнений никак не удавалось (как и из ньютоновской гравитации), поэтому он модифицировал их, добавив новый член, содержащий произвольный параметр $\lambda$, космологическую постоянную[2]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}. \tag{2.1}$$

[1] Хорошее нематематическое описание проблемы космологической постоянной можно найти у Абботта (1988).

[2] Здесь используются те же обозначения для метрики, кривизны и т.д., что и в книге Вайнберг (1972).

Теперь, при $\lambda > 0$, имелось статическое решение для Вселенной, заполненной пылью при нулевом давлении и плотности массы

$$\rho = \frac{\lambda}{8\pi G}. \tag{2.2}$$

Ее геометрия была геометрией сферы $S_3$ с собственной длиной окружности $2\pi r$, где

$$r = 1/\sqrt{8\pi\rho G}, \tag{2.3}$$

так что масса Вселенной была

$$M = 2\pi^2 r^3 \rho = \frac{\pi}{4}\lambda^{-\frac{1}{2}} G^{-1}. \tag{2.4}$$

В некоторых популярных изложениях этой истории говорится, что к отказу Эйнштейна от его предположения о космологической постоянной его привело открытие Хабблом расширения Вселенной. На самом деле все было и сложнее, и интереснее.

Одно разочарование пришло почти сразу. Эйнштейн был счастлив, получив в своей модели связь между плотностью массы во Вселенной и геометрией, так как он ожидал, вслед за Махом, что распределение масс во Вселенной должно приводить к инерциальным системам отсчета. Поэтому было неприятно, когда его друг де Ситтер, с которым Эйнштейн оставался близок во время войны, в 1917 году предложил другую, с виду статическую модель, совсем без материи! (де Ситтер, 1917) Ее элемент длины (если использовать те же координаты, что и де Ситтер, но с другими обозначениями) имел вид

$$d\tau^2 = \frac{1}{\cosh^2 Hr}\left[dt^2 - dr^2 - H^{-2}\tanh^2 Hr(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right], \tag{2.5}$$

при $H$ связанном с космологической постоянной соотношением

$$H = \sqrt{\lambda/3} \tag{2.6}$$

и $\rho = p = 0$. Очевидно, что материя не требовалась для появления инерции.

Почти в то же время Слифером было открыто красное смещение удаленных объектов. В период с 1910 года до середины 1920-х годов Слифер (1924) наблюдал, что галактики (или, в те времена, спиральные туманности) имели красные смещения $z \equiv \Delta/\lambda$ до 6% и только немногие имели синие смещения. Вейль указал в 1923 году, что модель де Ситтера приводила бы к такому смещению, возрастающему с расстоянием, поскольку, хотя метрика в координатах де Ситтера и не зависела от времени, пробные тела не находятся в покое; имеется ненулевая компонента аффинной связности

$$\Gamma^r_{tt} = -H \sinh Hr \tanh Hr \tag{2.7}$$

дающая красное смещение пропорциональное расстоянию

$$z \simeq Hr \quad \text{для} \quad Hr << 1 \tag{2.8}$$

В своем популярном учебнике Эддингтон (1924) интерпретировал красные смещения Слифера исходя из "статической" вселенной де Ситтера.

Но, конечно, хотя космологическая постоянная было необходима для статической вселенной, она не требовалась в случае расширения. Уже Фридман (1922) описал класс космологических моделей с элементом длины (в современных обозначениях)

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right). \tag{2.9}$$

Это сопутствующие координаты; вселенная расширяется или сжимается когда $R(t)$ возрастает или убывает, но галактики сохраняют свои координаты $r$, $\theta$, $\phi$ постоянными. Эволюция космического масштабного фактора описывается уравнением сохранения энергии

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = -k + \frac{1}{3}R^2\left(8\pi G\rho + \lambda\right). \tag{2.10}$$

Модель де Ситтера есть просто частный случай при $k = 0$ и $\rho = 0$; чтобы привести линейный элемент (2.5) к более общему виду (2.9) необходимо ввести новые координаты

$$\begin{gathered} t' = t - H^{-1}\ln\cosh Hr, \\ r' = H^{-1}\exp(-Ht)\sinh Hr, \\ \theta' = \theta, \quad \phi' = \phi, \end{gathered} \tag{2.11}$$

и затем опустить штрихи. Однако, мы также легко можем получить решения с $\lambda = 0$ и $\rho > 0$. Пайс (1982) цитирует письмо Эйнштейна Вейлю, выражающее его реакцию на открытие расширения Вселенной: "Если квазистатического мира нет, тогда — долой космологический член!"

# III. Проблема

К сожалению, не так-то просто отбросить космологическую постоянную, поскольку все, что дает вклад в плотность энергии вакуума, действует подобно космологической константе. Лоренц-инвариантность говорит нам, что в вакууме тензор энергии-импульса должен иметь вид

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle = -\langle\rho\rangle g_{\mu\nu} \qquad (3.1).$$

(Знак минус появляется здесь оттого что мы используем метрику, которая для плоского пространства-времени дает $g_{00} = -1$.) Изучение (2.1) показывает, что это имеет тот же эффект как и добавление члена $8\pi G\langle\rho\rangle$ к эффективной космологической постоянной

$$\lambda_{eff} = \lambda + 8\pi G\langle\rho\rangle. \qquad (3.2)$$

Эквивалентно, мы можем сказать, что космологическая постоянная Эйнштейна дает вклад $\lambda/8\pi G$ в полную эффективную энергию вакуума

$$\rho_V = \langle\rho\rangle + \lambda/8\pi G = \lambda_{eff}/8\pi G. \qquad (3.3)$$

Грубая экспериментальная верхняя граница для $\lambda_{eff}$ или $\rho_V$ получается из измерений космологического красного смещения как функции от расстояния, эта программа была начата Хабблом в конце 1920-х годов. Современная скорость расширения сейчас оценивается как

$$\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}\right)_{\text{сейчас}} \equiv H_0 \simeq 50\ -\ 100\ \text{км/сек Мпс}$$

$$\simeq (\frac{1}{2}\ -\ 1) \times 10^{-10}\ \text{лет}$$

Кроме того, мы не наблюдаем существенных эффектов от кривизны Вселенной, так что очень грубо

$$|k|/R^2_{\text{сейчас}} \lesssim H_0^2$$

Наконец, обычная, не вакуумная плотность массы во Вселенной не намного больше ее критического значения

$$|\rho - \langle\rho\rangle| \lesssim 3H_0^2/8\pi G$$

Следовательно, (2.10) означает, что

$$|\lambda_{eff}| \lesssim H_0^2$$

или в физических единицах,

$$|\rho_V| \lesssim 10^{-29}\ \text{г/см}^3 \approx 10^{-47}\ \text{Гэв}^4. \tag{3.4}$$

Более точное экспериментальное ограничение будет обсуждено в главе 5, но и этого пока достаточно для наших целей.

Как всем известно, трудность здесь в том, что плотность энергии пустого пространства $\langle\rho\rangle$ вероятно должна быть неизмеримо больше, чем $10^{-47}$ Гэв$^4$. Хотя бы суммирование энергии нулевых колебаний всех нормальных мод некоторого поля массы $m$ до волнового числа обрезания $\Lambda >> m$ дает плотность вакуумной энергии (при $\hbar = c = 1$)

$$\langle\rho\rangle = \int_0^\Lambda \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3}\frac{1}{2}\sqrt{k^2+m^2} \simeq \frac{\Lambda^4}{16\pi^2}. \tag{3.5}$$

Если мы верим в общую теорию относительности вплоть до планковских масштабов, мы можем принять $\Lambda \simeq (8\pi G)^{-\frac{1}{2}}$, что дает

$$\langle\rho\rangle \approx 2^{-10}\pi^{-4}G^{-2} = 2\times 10^{71}\ \text{Гэв}^4. \tag{3.6}$$

Но мы видели, что $|\langle\rho\rangle + \lambda/8\pi G|$ меньше, чем примерно $10^{-47}$ Гэв$^4$, так что эти два члена должны здесь сокращать друг друга с точностью лучшей, чем 118 десятичных знаков! Даже если бы мы беспокоились только об энергии нулевых колебаний в квантовой хромодинамике, мы ожидали бы, что $\langle\rho\rangle$ будет порядка $\Lambda_{QCD}^4/16\pi^2$, или $10^{-6}$ Гэв$^4$, требуя сокращения $\lambda/8\pi G$ этого члена с точностью около 41 десятичного знака.

Вероятно, удивительно, что прошло так много времени, пока физики, занимающиеся элементарными частицами, начали серьезно заниматься этой проблемой, несмотря на демонстрацию в эффекте Казимира реальности энергии нулевых колебаний.[3] Так как космологическая верхняя

[3]Казимир (1948) показал, что квантовые флуктуации в пространстве между двумя плоскими проводящими пластинами, отстоящими на расстояние $d$, порождают на единицу площади силу, равную $\hbar c\pi^2/240d^4$ или $1.30\times 10^{-18}$ дин см$^2/d^4$. Эта величина была измерена Спарнеем (1957), который получил силу на единицу площади $(1-4)\times 10^{-18}$ дин см$^2/d^4$, при $d$ в пределах от 2 до 10 микрон.

граница для $|\langle\rho\rangle + \lambda/8\pi G|$ была существенно ниже любого значения, ожидаемого из физики частиц, большинство теоретиков просто предположило, что по некоторой неизвестной причине эта величина равна нулю. Но космологи, в общем, оставались непредвзятыми, анализируя космологические данные в терминах моделей с возможно ненулевой космологической постоянной.

В действительности, насколько мне известно, первая опубликованная дискуссия о вкладе квантовых флуктуаций в эффективную космологическую постоянную была вызвана астрономическими наблюдениями. В конце 1960-х годов казалось, что наблюдается чрезмерно большое число квазаров с красными смещениями лежащими около $z = 1.95$. Так как $1+z$ — это отношение космического масштабного фактора $R(t)$ в настоящее время к тому, которое было, когда был излучен сейчас наблюдаемый свет, это можно объяснить, предположив, что Вселенная мешкает некоторое время при значении $R(t)$ равном $1/2.95$, умноженном на современное значение. Многие авторы (Петросян, Солпитер и Шекерес (1967); Шкловский (1967); Рован-Робинсон (1968)) предполагали, что такое ее замешательство может быть учтено в модели, предложенной Леметром (1927, 1931). В этой модели имеется положительная космологическая постоянная $\lambda_{\text{eff}}$ и положительная кривизна $k = +1$, как и в статической модели Эйнштейна, тогда как масса вселенной выбирается близкой к эйнштейновскому значению (2.4). Масштабный фактор $R(t)$ стартует с $R = 0$ и затем возрастает, но когда плотность массы падает почти до эйнштейновского значения (2.2), вселенная ведет себя какое-то время подобно статической вселенной Эйнштейна, до тех пор пока нестабильность этой модели не возобладает и вселенная начнет расширяться снова. Чтобы эта идея смогла объяснить избыток красных смещений при $z = 1.95$, плотность энергии вакуума $\rho_V$ должна быть в $(2.95)^3$ раз больше, чем современная невакуумная плотность масс $\rho_0$.

Эти рассуждения привели Зельдовича (1967) к попытке объяснить ненулевую вакуумную плотность энергии в терминах квантовых флуктуаций. Как мы видели, сами энергии нулевых колебаний дают слишком большое значение для $\langle\rho\rangle$, поэтому Зельдович предположил, что они сокращаются членом $\lambda/8\pi G$, оставляя только эффекты высших порядков, в частности, гравитационные силы между частицами в вакуумных флуктуациях. (На языке диаграмм Фейнмана это соответствует отбрасыванию однопетлевых вакуумных графов при сохранении двухпетлевых.) Принимая, что на единичный объем приходится $\Lambda^3$ частиц с энергией $\Lambda$, плотность энергии гравитационного самодействия имеет порядок величины

$$\langle\rho\rangle \approx (G\Lambda^2/\lambda^{-1})\Lambda^3 = G\Lambda^6. \tag{3.7}$$

Без ясных оснований, Зельдович принял обрезание $\Lambda$ равным 1 Гэв, что дает плотность $\langle\rho\rangle \approx 10^{-38}$ Гэв$^4$, намного меньше, чем вклад самих нулевых колебаний, но все же больше, чем наблюдательное ограничение (3.4) на $|\langle\rho\rangle + \lambda/8\pi G|$ примерно на девять порядков. Ни Зельдович, ни кто-либо еще не были слишком воодушевлены этими идеями.

Действительным началом серьезного беспокойства по поводу вакуумной энергии стало время успеха идеи спонтанного нарушения симметрии в электрослабой теории. В этой теории потенциал скалярного поля имел вид (при $\mu^2 > 0$, $g > 0$)

$$V = V_0 - \mu^2\phi^\dagger\phi + g(\phi^\dagger\phi)^2. \tag{3.8}$$

В точке своего минимума он принимал значение

$$\langle\rho\rangle = V_{\min} = V_0 - \frac{\mu^4}{4g}. \tag{3.9}$$

Очевидно, некоторые теоретики чувствовали, что $V$ должен исчезать при $\phi = 0$, что давало бы $V_0 = 0$, так что $\langle\rho\rangle$ должно быть отрицательно определенным.[4] В электрослабой теории это давало бы $\langle\rho\rangle \simeq -g(300\ \text{Гэв})^4$, что даже для $g$ столь малого как $\alpha^2$, должно было дать $|\langle\rho\rangle| \simeq 10^6$ Гэв, больше, чем ограничение для $\rho_V$ на множитель $10^{53}$. Конечно, у нас нет никакой причины, почему $V_0$ или $\lambda$ должны быть равны нулю, и вполне возможно, что $V_0$ или $\lambda$ сокращают член $-\mu^4/4g$ (и поправки высших порядков), но этот пример ярко показывает, как неестественно иметь достаточно малую космологическую постоянную. Также, в ранней вселенной эффективный потенциал, зависящий от температуры, имел положительный коэффициент при $\phi^\dagger\phi$, так что минимум тогда был

[4] Вельтман (1975) приписывает эту точку зрения Линде (1974), себе самому (цитировано как "будет опубликовано") и Дрейтлейну (1974). Однако, статья Линде, как мне кажется, не поддерживает эту позицию. Статья Дрейтлейна предлагает, что уравнение (3.9) может давать приемлемо малую величину для $\langle\rho\rangle$ при $\mu/\sqrt{g}$ фиксированном константой Ферми слабых взаимодействий, если $\mu$ очень мало, порядка $10^{-27}$ Мэв. Работа Вельтмана дает экспериментальные аргументы против этой возможности.

при $\phi = 0$, где $V(\phi) = V_0$. Таким образом, чтобы сегодня получить нулевую космологическую постоянную, мы должны предположить огромную космологическую постоянную во времена до электрослабого фазового перехода. [Это опыту, в действительности, фазовый переход имеет место при температуре $T$ порядка $\mu/\sqrt{g}$, так что чернотельное излучение, присутствовавшее в те времена, имело плотность энергии порядка $\mu^4/g^2$, больше, чем энергия вакуума на фактор $1/g$ (Блудман и Рудерман, 1977).] В еще более ранние времена были и другие переходы, что подразумевает еще бóльшее раннее значение эффективной космологической постоянной. Сейчас это оценивается положительно, большая ранняя космологическая постоянная порождала бы космическую инфляцию, решая некоторые из старых проблем космологической теории. (Гус, 1981; Альбрехт и Стейнхардт, 1982; Линде, 1982). Мы хотим выяснить, почему космологическая константа мала сейчас, а почему она мала всегда.

Перед тем как закончить эту главу, я хочу отметить особый аспект проблемы космологической постоянной. Появление эффективной космологической постоянной делает невозможным нахождение каких-либо решений уравнений Эйнштейна, в которых $g_{\mu\nu}$ есть постоянная метрика Минковского $\eta_{\mu\nu}$. Таким образом, исходная симметрия общей ковариантности, которая всегда нарушается с появлением любой данной метрики $g_{\mu\nu}$, не может без тонкой подстройки быть нарушена так, чтобы сохранить подгруппу трансляций пространства-времени.

Эта ситуация необычна. Обычно, если теория инвариантна относительно некоторой группы $G$, мы не ожидаем необходимости делать тонкую подстройку параметров теории, чтобы найти вакуумные решения, которые сохраняли бы какую-либо подгруппу $H \subset G$. Например, в электрослабой теории имеется конечная область параметров, где любое число скалярных дублетов получит вакуумные ожидания, сохраняющие подгруппу $U(1)$ $SU(2) \times U(1)$. Почему же это не работает для подгруппы трансляций группы общековариантных преобразований? Предположим, что мы ищем решение полевых уравнений, сохраняющее трансляционную инвариантность. При всех постоянных полях уравнения для материи и гравитации будут иметь вид

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_i} = 0, \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_{\mu\nu}} = 0. \tag{3.11}$$

При $N$ полях $\psi$ имеется $N+6$ уравнений для $N+6$ неизвестных, так что можно ожидать решения без тонкой подстройки. Проблема в том, что когда выполняется (3.10), зависимость $\mathcal{L}$ от $g_{\mu\nu}$ слишком проста, чтобы допускать решение (3.11). Имеется $GL(4)$ симметрия, которая выживает как след от общей ковариантности, даже когда мы ограничиваемся постоянными полями: при $GL(4)$ преобразовании

$$g_{\mu\nu} \to A^{\rho}{}_{\mu} A^{\sigma}{}_{\nu} g_{\rho\sigma}, \tag{3.12}$$

$$\psi_i \to D_{ij}(A)\psi_j; \tag{3.13}$$

лагранжиан преобразуется как плотность

$$\mathcal{L} \to \mathrm{Det} A \mathcal{L}. \tag{3.14}$$

Когда выполняется (3.10) это значит, что $\mathcal{L}$ преобразуется как в формуле (3.14) под действием (3.12). Это имеет единственное решение

$$\mathcal{L} = c(\mathrm{Det} g)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.15}$$

где $c$ не зависит от $g_{\mu\nu}$. С этим $\mathcal{L}$ для (3.11) решений нет, пока по какой-либо причине коэффициент $c$ не обратится в нуль в соотношении (3.10).

Теперь, когда проблема поставлена, обратимся к ее возможному решению. Следующие пять глав будут описывать пять направлений, в которых разрабатывается проблема космологической постоянной.

# IV. Суперсимметрия, супергравитация, суперструны

Вскоре после построения 4-мерных глобально суперсимметричных полевых теорий Зумино (1975) указал, что суперсимметрия в этих теориях, если она не нарушена, приводит к нулевой энергии вакуума. Его рассуждение было очень простым: генераторы суперсимметрии $Q_\sigma$ удовлетворяют антикоммутационному соотношению

$$\{Q_\alpha, Q^\dagger_\beta\} = (\sigma_\mu)_{\alpha\beta} P^\mu, \tag{4.1}$$

где $\alpha$ и $\beta$ – 2-компонентные спиновые индексы, $\sigma_1, \sigma_2\ \sigma_3$ – матрицы Паули, $\sigma_0 = 1$ и $P^\mu$ – оператор 4-вектора энергии-импульса. Если суперсимметрия не нарушена, тогда вакуумное состояние $|0>$ удовлетворяет

$$Q_\alpha|0>= Q^\dagger_\alpha|0>= 0, \tag{4.2}$$

и из (4.1) и (4.2) мы выводим, что вакуум имеет нулевую энергию и импульс

$$\langle 0|P^\mu|0\rangle = 0$$

Это также можно вывести рассматривая потенциал $V(\phi, \phi^\star)$ для киральных скалярных полей $\phi^i$ глобально суперсимметричной теории

$$V(\phi, \phi^\star) = \sum_i \left|\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi^i}\right|^2, \tag{4.3}$$

где $W(\phi)$ – так называемый суперпотенциал. (Калибровочные степени свободы здесь игнорируются, но они не меняют аргументации.) Условием ненарушенной суперсимметрии является то, что $W$ будет стационарным относительно $\phi$, что означает, что $V$ принимает свое минимальное значение

$$\langle\rho\rangle = V_{\min} = 0. \tag{4.4}$$

Квантовые эффекты не меняют этого заключения, так как при симметрии между бозонами и фермионами фермионные петли сокращают бозонные.

Несовершенство этого результата в том, что суперсимметрия в реальном мире нарушена, и в этом случае, и (4.1), и (4.3) показывают, что вакуумная энергия положительно определена. Если бы эта вакуумная энергия была единственным вкладом в эффективную космологическую постоянную, то суперсимметрия превращала бы проблему космологической константы из состояния кризиса в состояние краха.

К счастью, это не все. Невозможно определить значение эффективной космологической постоянной пока мы явным образом не включим в теорию гравитацию. Любая глобально суперсимметричная теория, включающая в себя гравитацию, неизбежно является локально суперсимметричной, теорией супергравитации. В такой теории эффективная космологическая константа  средним значением потенциала, но потенциал теперь дается выражением (Креммер и др., 1978, 1979; Барбери и др., 1982; Виттен и Бэггер, 1982)

$$V(\phi, \phi^\star) = \exp(8\pi G K)\left[D_i W (\mathcal{G}^{-1})^i{}_j (D_j W)^\star - 24\pi G |W|^2\right], \tag{4.5}$$

где $K(\phi, \phi^\star)$ – вещественная функция как $\phi$, так и $\phi^\star$, известная как кэлеров потенциал, $D_i W$ – ковариантная производная вида

$$D_i W \equiv \frac{\partial W}{\partial \phi^i} + 8\pi G W \frac{\partial K}{\partial \phi^i}, \tag{4.6}$$

$(\mathcal{G}^{-1})^i{}_j$ – обратная величина к метрике

$$\mathcal{G}^i{}_j \equiv \frac{\partial^2 K}{\partial \phi^{i\star} \partial \phi^j}. \tag{4.7}$$

Условием ненарушенной суперсимметрии теперь является $D_i W = 0$. Это снова дает стационарную точку потенциала, но теперь это точка, в которой $V$ в общем случае отрицательно. В действительности, даже если бы мы подстроили $W$ так, что была бы суперсимметричная стационарная точка, в которой $W = 0$, и следовательно $V = 0$, такое решение вообще говоря не было бы состоянием с низшей энергией, хотя оно было бы стабильным [Коулмен и де Люччия (1980), Вайнберг (1982).] Необходимо, однако, отметить, что если имеется множество значений поля, при которых $W = 0$ и $D_i W = 0$ для всех $i$ в низшем порядке теории возмущений, то теория имеет суперсимметричную равновесную конфигурацию при $V = 0$ во всех порядках теории возмущений, хотя и не обязательно за пределами теории возмущений. (Грисару, Зигель и Рочек, 1979) Предполагается, что то же самое справедливо в суперструнной теории возмущений. (Фридан, Мартинец и Шенкер, 1986; Мартинец, 1986; Дайн и Зайберг, 1986; Морозов и Переломов, 1987; Аттик, Мур и Сен, 1987)

Без тонкой подстройки мы, в общем случае, можем найти несуперсимметричное множество значений скалярных полей, при которых $V = 0$ и $D_i W \neq 0$, но это вообще говоря не будет стационарной точкой $V$. Таким образом, в супергравитации проблема космологической постоянной больше не приводит к краху, однако, кризис остается, как и в несуперсимметричных теориях.

С другой стороны, теории супергравитации дают возможность изменить контекст проблемы космологической постоянной, если не решить ее.

Креммер и др. (1983) заметили, что имеется класс кэлеровых потенциалов и суперпотенциалов такой, что в широком диапазоне большинства параметров автоматически получается равновесная конфигурация скалярных полей, где $V = 0$, даже при нарушенной суперсимметрии. Вот несколько обобщенная версия: кэлеров потенциал имеет вид

$$K = -3\ln|T + T^\star - h(C^a, C^{a\star})|/8\pi G + \tilde{K}(S^n, S^{n\star}), \tag{4.8}$$

тогда как суперпотенциал есть

$$W = W_1(C^a) + W_2(S^n), \tag{4.9}$$

и $T$, $C^a$, $S^a$ – все киральные скалярные поля. Никаких связей не накладывается на функции $h(C^a, C^{a\star})$, $\tilde{K}(S^n, S^{n\star})$, $W_1(C^a)$, или $W_2(S^n)$, кроме того, что $h$ и $\tilde{K}$ вещественны, и все функции зависят только от указанных полей; в частности, суперпотенциал не должен зависеть от синглетного кирального скаляра $T$.

При этих условиях потенциал (4.5) принимает форму

$$V = \exp(8\pi G\tilde{K})\left[\frac{1}{3(T+T^\star+h)^2}\left(\frac{\partial W}{\partial C^a}\right)\left(\mathcal{N}^{-1}\right)^a{}_b\left(\frac{\partial W}{\partial C^b}\right)^\star + \right.$$

$$\left. +(D_n W)(\mathcal{G}^{-1})^n{}_m(D_m W)^\star\right], \tag{4.10}$$

где $\left(\mathcal{N}^{-1}\right)^a{}_b$ – матрица, обратная к

$$\mathcal{N}^a_b \equiv \frac{\partial^2 h}{\partial C^{a\star}\partial C^b}. \tag{4.11}$$

Матрицы $\mathcal{N}^a_b$ и $\mathcal{G}^n{}_m$ с необходимостью являются положительно определенными, из-за их роли в кинетической части скалярного лагранжиана

$$\mathcal{L}_{\rm kin} = -\mathcal{G}^i{}_j\frac{\partial\phi^{i\star}}{\partial x^\mu}\frac{\partial\phi^j}{\partial x_\mu}$$

$$= -\frac{3}{(T+T^\star+h)^2}\left[\frac{\partial T}{\partial x^\mu} + \frac{\partial h}{\partial C^a}\frac{\partial C^a}{\partial x^\mu}\right]\left[\frac{\partial T}{\partial x_\mu} + \frac{\partial h}{\partial C^b}\frac{\partial C^b}{\partial x_\mu}\right]^\star$$

$$-\frac{3}{|T+T^{\star}+h|}\mathcal{N}^a_{\ b}\frac{\partial C^{a\star}}{\partial x^\mu}\frac{\partial C^b}{\partial x_\mu}-\mathcal{G}^n_{\ m}\frac{\partial S^{n\star}}{\partial x^\mu}\frac{\partial S^m}{\partial x_\mu}. \tag{4.12}$$

Следовательно (4.10) является положительным, и поэтому без дальнейшей тонкой подстройки можно ожидать стационарной точки при $V=0$, определяемой условиями

$$\frac{\partial W}{\partial C^a}=D_nW=0. \tag{4.13}$$

Но это не обязательно будет суперсимметричная конфигурация, поскольку здесь

$$D_aW\equiv\frac{\partial W}{\partial C^a}+8\pi G\frac{\partial K}{\partial C^a}W=-\frac{3}{|T+T^{\star}+h|}\frac{\partial h}{\partial C^a}W, \tag{4.14}$$

и это не обязательно обращается в ноль. (Однако, для нарушения суперсимметрии существенно, что суперпотенциал действительно зависит от от всех этих киральных скаляров $S^n$, ибо иначе условия $D_nW=0$ потребуют, что $W=0$, и следовательно, $D_aW=0$.)

Суперпотенциал $W$ зависит от $C^a$ и $S^n$, но не от $T$, так что условия (4.13) будут в общем случае фиксировать значения $C^a$ и $S^n$ в минимуме $V$, оставляя $T$ неопределенным. Поле $T$ входит в потенциал только как общий масштабный фактор части, зависящей от $C^a$, так что такие теории называются "безмасштабными" (no-scale) моделями. Интенсивное феноменологическое изучение этих моделей проводилось в течение нескольких лет после 1983 года в ЦЕРНе (Эллис, Лаханас и др., 1984; Эллис, Кауннас и др., 1984; Барбиери и др., 1985.)

Конечно, эти модели не решают проблемы космологической постоянной, потому что ни (4.8), ни (4.9) не вытекают ни из какого известного физического принципа. В частности, чтобы сократить второй член в (4.5), существенно, чтобы коэффициент при логарифме при первом члене в (4.8) принимал абсолютно произвольное значение $-3/8\pi G$.

Поэтому показалось очень впечатляющим, когда в одной из первых работ по физическим приложениям теории суперструн было найдено, что компактификация 6 из 10 исходных размерностей дает 4-мерную супергравитацию с кэлеровым потенциалом и суперпотенциалом вида (4.8) и (4.9). В частности, Виттен (1985) нашел кэлеров потенциал вида (4.8) с $h$ квадратичным по $C$ и $K=-\ln(S+S^{\star})/8\pi G$, но с суперпотенциалом, зависящим только от $C$. Включив непертурбативные эффекты конденсации гэйджино (gaugino) Дайн и др. (1985) смогли сделать суперпотенциал зависящим от $S$, (хотя они не рассматривали зависимость кэлерова потенциала или суперпотенциала от $C^a$ полей.) В этой работе поле $S$ является комплексной функцией (теперь часто обозначаемой как $Y$) полей 4-мерных дилатона и аксиона, тогда как поле $T$ представляет масштаб компактифицированного 6-мерного многообразия. Множитель 3 в уравнении (4.8) возникает в этих моделях, оттого что производится компактификация на комплексном многообразии с $(10-4)/2 = 3$ комплексными размерностями (Чанг и др., 1988).

Интригующие сами по себе, эти результаты не были восприняты серьезно (даже самими их авторами) как решение проблемы космологической постоянной. Затруднение состоит в том, что никто не надеется на выживание этих простых структур (4.8), (4.9) за пределами низшего порядка теории возмущений, поскольку они не защищены никакой симметрией, которая сохранялась бы до доступных нам энергий.

Недавно Мур (1987а, 1987б) предпринял более характерно "струнную" атаку на эту проблему. В более ранних работах Рома (1984) и Польчинского (1986) было показано, что при вычислении вакуумной плотности энергии сумма по энергиям нулевых колебаний может быть преобразована в интеграл по комплексному "модулярному параметру" $\tau$. (В струнных теориях двумерная конформная симметрия приводит к обращению в ноль энергии вакуума в древесном приближении.) В прошлом году Мур показал, что для некоторых специальных компактификаций имеется дискретная симметрия пространства модулей, известная как симметрия Эткина-Лехнера, которая приводит к занулению интеграла по $\tau$ несмотря на отсутствие пространственно-временно́й суперсимметрии. До сих пор единственные примеры, где это случается, относились к компактификации в два, а не в четыре пространственно-временных измерения, но нельзя исключить, что могут быть найдены и 4-мерные примеры. Более серьезным препятствием является то, что симметрия Эткина-Лехнера, по-видимому, неразрывно связана с однопетлевым приближением.

Действительно, очень трудно увидеть, как какие-либо свойства теорий супергравитации или суперструн могли бы сделать космологическую постоянную достаточно малой. Недостаточно, чтобы плотность энергии вакуума сокращалась в низшем порядке, или во всех конечных порядках теории возмущений, даже непертурбативные поправки, такие как инстантоны КХД, давали бы слишком большой вклад в эффективную космологическую постоянную, если они не будут сокращены чем-либо еще. Согласно нашим современным теориям, свойства элементарных частиц, такие как приближенное сохранение числа барионов и лептонов, диктуются калибровочными симметриями стандартной модели, сохраняющимися до доступных энергий. Мы не знаем такой симметрии (кроме нереалистического примера ненарушенной суперсимметрии), которая могла бы сохранить эффективную космологическую постоянную достаточно малой. Можно думать, что в супергравитации свойство иметь нулевую эффективную космологическую постоянную выживает вплоть до низких энергий без какой-либо соответствующей симметрии, но это шло бы вразрез со всем нашим опытом в физике.

# V. Антропные соображения

Теперь я перейду к совершенно отличному подходу к космологической постоянной, основанному на том, что Картер (1974) назвал антропным принципом.[5] Говоря кратко, антропный принцип утверждает, что мир таков как он есть, по-крайней мере частично, благодаря тому, что иначе некому было бы спрашивать, почему он таков. Есть много разных версий этого принципа, которые простираются от тех, что слишком слабы и поэтому почти тривиальны, до тех, что слишком сильны и поэтому почти абсурдны. Три версии представляются стоящими упоминания здесь:

1. В одной очень слабой версии антропный принцип предлагает просто учитывать наше присутствие как еще один экспериментальный факт. Например, напомним шутку М. Гольдхабера, что "мы знаем по своим костям", что время жизни протона должно быть больше, чем $10^{16}$ лет, потому что иначе мы не пережили бы ионизирующие частицы, рожденные распадом протонов в наших телах. Никто не может возражать против этой версии, но она не помогает нам ничего объяснить, например, объяснить протон живет так долго. Не дает она также особенно полезной экспериментальной информации; физики-экспериментаторы (включая самого Гольдхабера) ко-

[5]Современные обсуждения антропного принципа даны в книгах Дэвиса (1982) и Барроу и Типлера (1986), а также в статьях Картера (1983), Пейджа (1987) и Риза (1987).

нечно снабдили нас намного лучшими ограничениями на время жизни протона.

2. В одной очень сильной версии антропный принцип говорит, что законы природы, которые иначе будут неполны, дополняются требованием, что необходимо обеспечить условия возникновения разумной жизни, причина в том, что наука, очевидно, невозможна без наблюдателей. Я не знаю, как достичь решения в таких вопросах и просто выскажу мою собственную точку зрения, что хотя наука, конечно, невозможна без ученых, неясно, почему Вселенная невозможна без науки.

3. Ограниченная версия антропного принципа, иногда известная как "слабый антропный принцип", подходит к объяснению того, в каких возможных эрах или частях Вселенной мы обитаем, путем оценки, какие эры или части Вселенной мы населять. Примером может служить первое, я думаю, в современной физике использование антропных аргументов Дикке (1961), в ответ на проблему, поставленную Дираком (1937). На самом деле, Дирак заметил, что комбинация фундаментальных постоянных, имеющая размерность времени, оказывается примерно порядка современного возраста Вселенной

$$\hbar/Gcm_\pi^3 = 4.5 \times 10^{10} \text{ лет.} \tag{5.1}$$

[Имеются разные способы записи этого соотношения, такие как замена $m_\pi$ разными комбинациями масс частиц и введение различных степеней $e^2/\hbar c$. Первоначальное дираковское совпадение "больших чисел" равносильно использованию уравнения (5.1) как формулы возраста Вселенной, с $m_\pi$ замененным на $(137 m_p m_e^2)^{1/3} = 183$ МэВ. Фактически, имеется так много различных возможностей, что можно сомневаться, существует ли хоть какое-нибудь совпадение, которое нуждается в объяснении.] Дирак рассуждал, что, если бы эта связь была реальностью, то, так как возраст вселенной растет (линейно) со временем, некоторые из констант в левой части (5.1) должны были бы изменяться со временем. Он предположил, что $G$ изменяется как $l/t$. [Зи (1985) применил подобные аргументы к самой космологической константе.] Отвечая Дираку Дикке указал,

> что сам вопрос о возрасте вселенной мог бы возникнуть только тогда, когда условия пригодны для существования жизни. Определенно, вселенная должна быть достаточно стара, так чтобы некоторые звезды закончили свою жизнь на главной последовательности, чтобы произвести тяжелые элементы, необходимые для жизни, и она должна быть достаточно молода, так чтобы некоторые звезды все еще производили бы энергию через ядерные реакции. Обе границы на возраст вселенной, верхняя и нижняя, при которых жизнь может существовать, оказываются, приблизительно (очень приблизительно), заданными как раз величиной (5.1). Следовательно для достижения приблизительного согласия величины (5.1) с современным возрастом вселенной нет необходимости предполагать, что какая-либо из фундаментальных констант изменяется со временем.

Именно этот "слабый антропный принцип" будет применяться здесь. Его уместность следует из того факта, что в некоторых современных космологических моделях, вселенная имеет части или эры, в которых эффективная космологическая константа принимает широкое многообразие значений. Вот некоторые примеры.

(1) Вакуумная энергия может зависеть от вакуумного среднего скалярного поля, которое медленно меняется при расширении вселенной, как в модели Бэнкса (1985).

(2) В модели Линде (1986, 1987, 1988b), флуктуации скалярных полей создают экспоненциально расширяющиеся области вселенной, в пределах которых дальнейшие флуктуации создают дальнейшие подвселенные, и так далее. Так как эти подвселенные являются результатом флуктуаций полей, они имеют отличающиеся значения различных "констант" природы.

(3) Вселенная может пройти через очень большое количество фазовых переходов первого рода, в которых формируются пузыри все меньшей вакуумной энергии; в пределах этих пузырей там формируются дальнейшие пузыри еще меньшей вакуумной энергии, и так далее. Это может происходить, если потенциал для некоторого скалярного поля имеет большое количество малых горбов, как в модели Абботта (1985). Альтернативно, стены пузыря могут быть элементарными мембранами, взаимодействующими с калибровочным потенциалом 3-форм $A_{\mu\nu\lambda}$, как в работе

Броуна и Тейтельбойма (1987a, 1987b).

(4) Вселенная может стартовать в квантовом состоянии, в котором космологическая константа не имеет точного значения. Любое “измерение” свойств вселенной дает многообразие возможных значений для космологической константы, с априорными вероятностями, определенными начальным состоянием (Хоукинг, 1987a). Мы увидим примеры этого в главах VII и VIII.

В моделях этих типов совершенно разумно применить антропные соображения, чтобы решить, в какой эре или части вселенной мы могли бы обитать, и следовательно, какие значения космологической константы мы могли бы наблюдать.

Большая космологическая константа влияла бы на появление жизни различными способами, в зависимости от знака $\lambda_{\text{eff}}$. Для большой $\lambda_{\text{eff}}$ вселенная очень рано вступает в экспоненциально расширяющуюся фазу де Ситтера, которая затем продолжается вечно. Экспоненциальное расширение интерферирует с формированием гравитационных уплотнений, но как только сгусток материи становится гравитационно связанным, его последующая эволюция не зависит от космологической постоянной. Дальше, мы не знаем, какие сверхъестественные формы может принимать жизнь, но трудно вообразить, что она могла бы развиваться вообще без гравитационных уплотнений в первоначально гладкой вселенной. Поэтому антропный принцип дает довольно свежее предсказание: $\lambda_{\text{eff}}$ должна быть достаточно мала, чтобы позволить формирование достаточно больших гравитационных уплотнений (Вайнберг, 1987).

Это было разработано количественно, но главный результат легко понять без детальных вычислений. Мы знаем, что в нашей вселенной гравитационное уплотнение уже началось при красном смещении $z_c \geq 4$. В это время плотность энергии была больше, чем существующая плотность массы $\rho_{M_0}$, на множитель $(1 + z_c)^3 \geq 125$. Космологическая константа оказывает слабое влияние, до тех пор пока невакуумная плотность энергии больше, чем $\rho_V$, так что можно заключить, что вакуумная плотность энергии $\rho_V$ не большая, чем, скажем, $100\rho_{M_0}$ не была бы достаточной, чтобы предотвратить гравитационные уплотнения. [Количественный анализ Вайнберга (1987) показывает, что для $k = 0$ вакуумная плотность энергии, не превышающая $\pi^2(1 + z_c)^3\rho_{M_0}/3$ не предотвратила бы гравитационную конденсацию для красного смещения $z_c$; это будет $410\rho_{M_0}$ для $z_c = 4$.]

Этот результат строго предполагает, что если за малость космологической константы отвечает антропный принцип, то мы ожидали бы для вакуумной плотности энергии $\rho_V \sim (10-100)\rho_{M_0}$, потому что нет никакой антропной причины для того, чтобы она была меньше.

Является ли такая большая вакуумная плотность энергии, наблюдательно дозволенной? Имеется множество различных типов астрономических данных, которые дают отличающиеся ответы на этот вопрос.

## A. Плотность массы

Если, как часто предполагается, вселенная теперь имеет незначительную пространственную кривизну, то

$$\Omega_V + \Omega_{M_0} = 1, \tag{5.2}$$

где $\Omega_V$ и $\Omega_{M_0}$ – отношения вакуумной плотности энергии и существующей плотности массы к критической плотности

$$\Omega_V \equiv \frac{8\pi G\rho_V}{3{H_0}^2} = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{3{H_0}^2},$$

$$\Omega_{M_0} = \frac{8\pi G\rho_{M_0}}{3{H_0}^2}. \tag{5.3}$$

Динамика кластеров галактик, кажется, указывает, что $\Omega_{M_0}$ находится в интервале $0.1-0.2$ (Напп и Корменди, 1987), что, при этих предположениях, указывает на значение $\rho_V/\rho_{M_0}$ в интервале $4-9$. Если мы обесцениваем доказательство, происходящее от динамики кластеров галактик, то $\Omega_{M_0}$ могло бы быть равным всего лишь 0.02 (Напп и Корменди, 1987), соответствуя значению $\rho_V/\rho_{M_0} \simeq 50$. [См. также Бахкалл и др. (1987).]

## B. Возрасты

Для вселенной, где доминирует пыль, с $k=0$ и $\rho_V=0$, ее возраст будет равен $t_0 = 2/3H_0$. Для $H_0 = 100$ км/сек Мпс, это – $7\times 10^9$ лет, значительно меньше, чем обычно оцениваемый возраст шаровидных кластеров (Рензини, 1986). С другой стороны, для доминированной пылью вселенной с $k = 0$ и $\rho_V \neq 0$, современный возраст объекта, который сформировался при красном смещении $z_c$, будет

$$t_0(z_c) = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{\rho_{M_0}}{\rho_V}\right)^{1/2} H_0^{-1}\left(\sinh^{-1}\left(\frac{\rho_V}{\rho_{M_0}}\right)^{1/2} - \right.$$

$$\left. - \sinh^{-1}\left[\left(\frac{\rho_V}{\rho_{M_0}}\right)^{1/2}(1+z_c)^{-3/2}\right]\right). \tag{5.4}$$

Например, для $z_c = 4$ и $\rho_V/\rho_{M_0} = 9$ (то есть, $\Omega_{M_0} = 0.1$) это дает возраст $1.1H_0^{-1}$ вместо $\frac{2}{3}H_0{}^{-1}$. Это не противоречит возрасту шаровидных кластеров даже для постоянной Хаббла около 100 км/сек Мпс.

Эти соображения о космическом возрасте и плотности привели множество астрономов к предположению о довольно большой положительной космологической постоянной, с $\rho_V > \rho_{M_0}$ [де Вакулерс (1982,1983); Пиблз (1984,1987a, 1987b); Тернер, Стейгман и Краусс (1984)]. Однако, недавно появился сильный аргумент против этого предположения, который мы теперь рассмотрим.

## C. Численные подсчеты

Лох и Спиллар (1986) выполнили исследование числа галактик как функции красного смещения, впоследствии проанализированного Лохом (1986). Для равномерно распределенного класса объектов, которые все являются достаточно яркими, чтобы быть обнаружимыми при красных смещениях $\leq z_{\max}$, число объектов, наблюдаемых с красным смещением, меньшим чем $z \leq z_{\max}$, в доминированной пылью вселенной с $k = 0$ равно

$$N(<z) \propto \int_{(1+z)^{-3/2}}^{1} ds\, s^{4/3}(1+\rho_V s^2/\rho_{M_0})^{-1/2}\left(\int_0^1 ds' s'^{-2/3}(1+\rho_V s'^2/\rho_{M_0})^{-1/2}\right)^2. \tag{5.5}$$

Конечно, в реальном мире всегда имеются некоторые объекты, которые слишком тусклы, чтобы быть замеченными. Анализ Лоха допускает неизвестное распределение яркости, принимая только, что его форма не изменяется со временем. При этих предположениях он нашел, что вакуумная энергия должна быть весьма мала: а именно,

$$\rho_V/\rho_{M_0} = 0.1^{-0.4}_{+0.2}.$$

Это больше чем тремя порядками величины ниже антропной верхней границы, обсужденной ранее. Если эффективная космологическая константа действительно так мала, то мы должны были бы заключить, что антропный принцип не объясняет, почему она настолько мала. [Однако, имеются причины быть осторожными в этом заключении. Бахкалл и Тремайн (1988) недавно повторно анализировали данные Лоха и Спиллара, используя вероятную модель эволюции галактики, в которой форма распределения яркости изменяется со временем. Они рассмотрели только случай $\rho_V = 0$, оставляя $\Omega_{M_0}$ неопределенным, и нашли, что эволюция в этой модели могла бы увеличивать или уменьшать выведенное значение $\Omega_{M_0}$ на единицу. Возможно это также оказало бы подобный большой эффект на выведенное значение $\rho_V/\rho_{M_0}$, когда $\Omega_{M_0} + \Omega_V$ равно единице. Кроме того, красные смещения Лоха и Спиллара фотометрические, и поэтому менее строгие, чем полученные от сдвигов индивидуальных спектральных линий.]

Теперь позвольте нам рассмотреть космологическую константу другого знака, $\lambda_{\text{eff}} < 0$. Здесь космологическая константа не мешает формированию гравитационных уплотнений. Вместо этого (для $k = 0$ или $k = +1$), целая вселенная коллапсирует к сингулярности за конечное время $T$. Антропное ограничение здесь есть просто, что вселенная живет достаточно долго для появления жизни (Барроу и Типлер, 1986), скажем, $T \geq 0.5 H_0^{-1}$, где $H_0$ является временем Хаббла в нашей вселенной. Для доминированной пылью вселенной с $k = 0$ мы имеем

$$T = \pi(8\pi G|\rho_V|)^{1/2}, \tag{5.6}$$

$$H_0^{-1} = (8\pi G\rho_{M_0}/3)^{1/2},$$

так что антропное ограничение здесь просто

$$|\rho_V| \lesssim \rho_{M_0}. \tag{5.7}$$

В этом случае антропный принцип может объяснить, почему космологическая константа настолько мала, как было найдено Лохом (1986), но не намного меньше. С другой стороны, отрицательная космологическая константа не помогла бы нам с проблемами космической массы и возраста.

Перед завершением этого раздела позвольте мне принять одну возможность, которая может появиться через несколько лет. Предположим, что будет действительно подтверждено, как предполагается космическим возрастом и плотностью, что имеется космологическая константа с $\rho_V$ порядка $\rho_{M_0}$. Будет ли у нас тогда какая-либо альтернатива антропному истолкованию этого значения $\rho_V$? Плотность массы $\rho_M$ изменяется со временем, так что без антропных соображений очень трудно объяснить, почему константа $\rho_V$ должна равняться значению, которое $\rho_M$ имеет в настоящее время. Но возможно $\rho_V$ в действительности — не константа. Например, Пиблз и Ратра (1988) и Ратра и Пиблз (1988) рассмотрели модель, в которой вакуумная энергия зависит от скалярного поля, которое изменяется, когда вселенная расширяется. Чтобы быть квалифицированным как вакуумная энергия для $\rho_V$ необходимо только сопровождаться давлением $p_V = -\rho_V$; значение $\rho_V$ может изменяться, если вакуум обменивается энергией с веществом и излучением. Сохранение энергии тогда связывает изменение $\rho_V$ с изменением плотности вещества (с $p_M = 0$) и излучения (с $p_R = \rho_R/3$):

$$\frac{d}{dt}\rho_V + R^{-3}\frac{d}{dt}(R^3\rho_M) + R^{-4}\frac{d}{dt}(R^4\rho_R) = 0. \tag{5.8}$$

Фриз и др. (1987) рассмотрели возможность, что обмен энергией происходит только между вакуумом и веществом, или вакуумом и излучением, так что или $\rho_V/\rho_M$ или $\rho_V/\rho_R$ остается постоянным, соответственно (см. также Рейтер и Веттерих, 1987). Для вакуума, чтобы передать энергию обычной материи таким способом, когда $\rho_V/\rho_M$ остается постоянным и сохраняется барионное число, было бы необходимо порождать барион-антибарионные пары в достаточном количестве, чтобы произвести затруднительный фон $\gamma$-излучения. Альтернативно, если вакуум передает энергию излучению таким способом, когда $\rho_V/\rho_R$ остается постоянным, и если $\rho_V$ сопоставимо с существующей плотностью массы $\rho_{M_0}$, тогда $\rho_V/\rho_R$ должно быть довольно большим, полностью меняя результаты космологического нуклеосинтеза.

Еще одна возможность, которая не рассматривалась Фризом и др., — это что вакуум передает энергию излучению, избегая проблем барион-антибарионной аннигиляции, но таким способом, чтобы поддерживать постоянным отношение $\rho_V/\rho_M$, а не $\rho_V/\rho_R$. Однако, это также не работает. При $\rho_V = c\rho_M$ и постоянном $R^3\rho_m$, уравнение (5.8) дает

$$\rho_R = \rho_{R_0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^4 + 3c\rho_{M_0}\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^3 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^4\right]$$

$$\underset{R << R_0}{\rightarrow} (\rho_{R_0} - 3c\rho_{M_0}) \left(\frac{R_0}{R}\right)^4 . \tag{5.9}$$

Итак, чтобы не было никакой интерференции с вычислениями космологического нуклеосинтеза, нам необходимо

$$\rho_R \approx \rho_{R_0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^4 ,$$

и поэтому

$$|\rho_V|/\rho_M \equiv |c| \lesssim \frac{\rho_{R_0}}{3\rho_{M_0}} << 1. \tag{5.10}$$

Таким образом, даже если мы желаем предполагать, что энергия вакуума изменяется со временем, кажется очень трудным объяснить вакуумную плотность энергии, сопоставимую с существующей плотностью массы, исходя из иных, чем антропные, оснований.

# VI. Механизмы регулирования

Я теперь обращаюсь к идее, которую действительно пытался использовать каждый, кто был озабочен космологической постоянной [см., например, Долгов (1982); Вильчек и Зи (1983); Вильчек (1984, 1985); Печчеи, Сола и Веттерих (1987); Барран и Хохберг (1988)]. Предположим, что имеется некоторый скаляр $\phi$, чей источник пропорционален следу тензора энергии-импульса

$$\Box^2 \phi \propto T^\mu_{\ \mu} \propto R. \tag{6.1}$$

(Здесь $T^{\mu\nu}$ – полный тензор энергии-импульса, который возможно включает член с космологической постоянной $-\lambda g^{\mu\nu}/8\pi G$.) Предположим также что $T^\mu_{\ \mu}$ зависит от $\phi$ и исчезает при некотором полевом значении $\phi_0$. Тогда $\phi$ будет эволюционировать, пока не достигнет равновесного значения $\phi_0$, где $T^\mu_{\ \mu} = 0$, и полевые уравнения Эйнштейна имеют решение в виде плоского пространства.

Конечно, мы не наблюдаем такого скалярного поля, но для этих целей оно может взаимодействовать настолько слабо, насколько нам нужно; слабое взаимодействие просто подразумевает, что равновесное значение $\phi_0$ очень велико. В этом отношении скаляр $\phi$ аналогичен аксиону, особенно в поздней "невидимой" версии [Ким (1979); Дайн, Фишлер, Средницки (1981)].

Даже взаимодействуя очень слабо, возможно, поле $\phi$ могло бы давать интересные эффекты, потому что оно должно иметь очень малую массу. Если оно имеет любую массу отличную от нуля $M_\phi$, то при энергиях ниже $m_\phi$, мы можем работать с эффективной функцией Лагранжа, в которой $\phi$ было бы "проинтегрировано" и таким образом, не появлялось явно. Но безмассовые поля, такие как гравитационное и электромагнитное, все еще будут появляться в этой эффективной функции Лагранжа, и их вакуумные колебания внесут вклад в эффективную космологическую постоянную. Чтобы удовлетворить $\rho_V < 10^{-48}$ ГэВ$^4$, мы нуждаемся в регулировании скалярного поля, чтобы погасить воздействие гравитационных и электромагнитных колебаний до частот $10^{-12}$ ГэВ; для этой цели мы должны иметь $m_\phi < 10^{-12}$ ГэВ. Такое легкое поле будет иметь макроскопический радиус действия: $\hbar/m_\phi c \gtrsim 0.01$ см. К сожалению, кажется невозможным построить теорию с одним или несколькими скалярными полями, имеющую принятые свойства. Это можно показать в самом общем виде. Чего мы хотим, это найти равновесное решение полевых уравнений в котором $g_{\mu\nu}$ и все поля материи $\psi_n$ (возможно, тензоры, также как и скаляры) постоянны в пространстве-времени. Для таких постоянных полей уравнения Эйлера-Лагранжа будут просто

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_{\mu\nu}} = 0, \tag{6.2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_n} = 0. \tag{6.3}$$

Как мы видели в главе III, проблема состоит в том, чтобы удовлетворить следу гравитационного полевого уравнения. Чтобы сделать решение естественным, мы хотели бы, чтобы этот след был линейной комбинацией полевых уравнений для $\psi_n$; то есть мы хотим

$$g_{\lambda\nu}\frac{\partial \mathcal{L}(g,\psi)}{\partial g_{\lambda\nu}} = \sum_n \frac{\partial \mathcal{L}(g,\psi)}{\partial \psi_n} f_n(\psi) \tag{6.4}$$

для всех постоянных $g_{\mu\nu}$ и $\psi_n$. Это может быть переформулировано как условие симметрии: для постоянных полей лагранжиан должен быть инвариантным относительно преобразования

$$\delta g_{\lambda\nu} = 2\varepsilon g_{\lambda\nu}, \quad \delta\psi_n = -\varepsilon f_n(\psi). \tag{6.5}$$

При этом условии, если мы найдем решение $\psi^{(0)}$ уравнений Эйлера-Лагранжа для $\psi_n$,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_n} = 0 \qquad \psi_n = \psi_n^{(0)}, \tag{6.6}$$

уравнение следа полевого уравнения для $g_{\mu\nu}$ удовлетворяется автоматически.

Проблема в том, что при этих предположениях невозможно (без тонкой подстройки $\mathcal{L}$) найти решение полевых уравнений (6.3) для $\psi_n$. Чтобы увидеть это, заменим $N$ полей $\psi_n$ на $N-1$ полей $\sigma_a$ (не обязательно скалярных) и один скаляр $\phi$, таким образом, что преобразование симметрии (6.5) примет вид

$$\delta g_{\lambda\nu} = 2\varepsilon g_{\lambda\nu}, \quad \delta\sigma_a = 0, \quad \delta\phi = -\varepsilon. \tag{6.7}$$

[Чтобы сделать это, мы сначала определяем "поперечную" поверхность $S$ в полевом пространстве уравнением $T(\psi) = 0$, где $T(\psi)$ – любая функция, на которой $\sum_n (\partial T/\partial \psi_n) f_n(\psi)$ не обращается в нуль. Мы берем $\sigma_a$ как любое множество координат на этой $(N-1)$-мерной поверхности и определяем $\psi_n(\sigma; \phi)$ как решение обычного дифференциального уравнения $d\psi_n/d\phi = f_n(\psi)$ при условии, что при $\phi = 0$ $\psi_n$ находится в точке на $S$ с координатами $\sigma$. Условие, что $S$ является поперечной поверхностью, гарантирует что, по крайней мере в пределах конечной области полевого пространства, любая точка $\psi_n$ находится только на одной из этих траекторий.] Эта симметрия просто гарантирует, что для постоянных полей лагранжиан может зависеть от $g_{\lambda\nu}$ и $\phi$ только в комбинации $e^{2\phi} g_{\lambda\nu}$. Общие аргументы главы III тогда показывают, что когда полевые уравнения для $\sigma$ удовлетворены, функция Лагранжа должна иметь вид

$$\mathcal{L} = e^{4\phi} (\mathrm{Det} g)^{1/2} \mathcal{L}_0(\sigma). \tag{6.8}$$

Мы видим, что источником $\phi$ является след тензора энергии-импульса

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = T^{\mu}{}_{\mu} (\mathrm{Det} g)^{1/2}, \tag{6.9}$$

$$T^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} e^{4\phi} \mathcal{L}_0(\sigma). \tag{6.10}$$

Верно, что если бы имелось значение $\phi$, при котором $\mathcal{L}$ являлось бы стационарным относительно $\phi$, то след полевых уравнений Эйнштейна был бы автоматически удовлетворен в этой точке, но ясно, что нет никакого такого стационарного полевого значения (если, конечно, мы не прибегнем к тонкой подстройке $\mathcal{L}_0$, так чтобы оно исчезало в стационарной точке). Другими словами, так как $\mathcal{L}$ зависит только от $\phi$ и $g^{\mu\nu}$, и только в комбинации $\hat{g}_{\mu\nu} \equiv e^{2\phi} g_{\mu\nu}$ (и от производных $\phi$ и $g^{\mu\nu}$), мы могли бы также переопределить метрику как $\hat{g}^{\mu\nu}$, вместо $g^{\mu\nu}$. Тогда $\phi$ – просто скаляр с взаимодействием только через производные, и очевидно не может помочь в нашей проблеме[6].

Как один пример многих неудавшихся попыток в этом направлении, позвольте нам рассмотреть предложение Печчеи, Сола и Веттериха (1987). Они заметили, что симметрия (6.5) или (6.7) может быть нарушена конформными аномалиями, типа тех, которые производят $\beta$-функцию квантовой хромодинамики, таким образом, что эффективная функция Лагранжа принимает вид[7]

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = (\text{Det}g)^{1/2}[e^{4\phi}\mathcal{L}_0(\sigma) + \phi\Theta^{\mu}{}_{\mu}], \tag{6.11}$$

где $\Theta^{\mu}{}_{\mu}$ представляет эффект конформной аномалии. Источник поля $\phi$ теперь

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = (T^{\mu}{}_{\mu} + \Theta^{\mu}{}_{\mu})(\text{Det}g)^{1/2}, \tag{6.12}$$

где $T^{\mu\nu}$ – предыдущий тензор энергии-импульса (6.10). Теперь мы можем находить равновесное решение для поля $\phi$, при значении $\phi_0$, таком что

$$4e^{4\phi_0}\mathcal{L}_0 + \Theta^{\mu}{}_{\mu} = 0. \tag{6.13}$$

Затруднение состоит в том, что это  условием для плоского пространственного решения; уравнение Эйнштейна для постоянной метрики будет

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{eff}}}{\partial g_{\mu\nu}} \propto e^{4\phi}\mathcal{L}_0 + \phi\Theta^{\mu}{}_{\mu}, \tag{6.14}$$

что не то же самое, что (6.13). Дело в том, что только называя аномальный член в (6.11) $\Theta^{\mu}{}_{\mu}$ мы еще не делаем его членом в следе тензора

---

[6]Это замечание принадлежит Польчинскому (1987).

[7]Уравнение, по существу, эквивалентное (6.11) появилось в версии препринта статьи Печчеи, Сола и Веттериха (1987). В изданной версии это уравнение было удалено, и было подтверждено, что тонкая подстройка все еще необходима, чтобы заставить космологическую константу обратиться в нуль. Однако, это уравнение было тем временем процитировано в статье Эллиса, Цамиса и Волошина (1987), которая главным образом имеет дело с наблюдаемыми последствиями присутствия легкой скалярной частицы в этой модели.

энергии-импульса, с которым взаимодействует $g_{\mu\nu}$. Этот результат не удивителен, так как (6.11) не удовлетворяет условиям симметрии (6.7). Нельзя сделать обе вещи сразу: или мы сохраняем симметрию, тогда нет никакого равновесного решения для $\phi$, или мы нарушаем симметрию, тогда такое равновесное решение не является решением полевых уравнений для постоянной метрики. (Также см. Кухлан и другие, 1988; Веттерих, 1988.)

В слегка отличной версии этого общего класса моделей мы можем попробовать так подключить скалярное поле, чтобы скаляр кривизны $R$, а не след тензора энергии-импульса, непосредственно служил источником скалярного поля. [См. например, Долгов (1982); Бэрр (1987); Форд (1987).] Например, мы могли бы взять функцию Лагранжа

$$\mathcal{L} = \sqrt{g}\left(-\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{\lambda}{8\pi G} - \frac{1}{16\pi G}R - U(\phi)R\right). \tag{6.15}$$

Это дает решение типа плоского пространства с $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ и $\phi = \phi_0$ (константа), если

$$U(\phi_0) = \infty. \tag{6.16}$$

Однако, как заметили вышеупомянутые авторы, эффективная постоянная гравитационного взаимодействия в этой теории дается формулой

$$G_{\text{eff}} = \frac{G}{1 + 16\pi G U(\phi_0)} = 0. \tag{6.17}$$

Это не большой прогресс; мы всегда знали, что отличная от нуля вакуумная энергия не препятствует иметь плоское пространственное решение, если гравитационная константа нулевая.

Теорема несуществования (“no-go”), доказанная в этом разделе не должна быть расценена как конец всех надежд в этом направлении. Такие теоремы доверяются, очевидно, техническим предположениям[8], которые позже, как оказывается, имеют исключения, представляющие значительный физический интерес. (Известный пример — теорема Коулмена-Мандулы.) Более обескураживающим, чем любая теорема, является тот

[8]Например, мы предполагали, что в решении с плоским пространством все поля постоянны, но могло быть так, что это решение сохраняет только некоторую комбинацию трансляции и калибровочной инвариантности, тогда некоторые калибровочно-неинвариантные поля могли бы зависеть от положения в пространстве-времени. (Дело обстоит так для модели калибровочного поля с 3-формами, обсуждаемой в конце главы VII и в главе VIII.) Кроме того, возможно, что заполнение полевого пространства слоями, которое позволяет нам заменять $\psi_n$ на $\sigma_a$ и $\phi$, неприменимо для всего полевого пространства.

факт, что многие теоретики пробовали изобретать механизмы регулирования для сокращения космологической постоянной, но пока без какого-либо успеха.

# VII. Изменяя гравитацию

Множество авторов предлагало изменить правила классической общей теории относительности таким способом, чтобы космологическая константа появлялась как постоянная интегрирования, не связанная ни с какими параметрами в действии [Ван дер Бий и др. (1982); Вайнберг (1983); Вильчек, Зи (1983); Бухмюллер и Дрэгон (1988a, 1988b)]. Это не решает проблему космологической постоянной, но изменяет ее соблазнительным образом.

Я буду описывать одну версию этой идеи, в которой сохраняется общая ковариантность, но формализм реинтерпретируется так, чтобы детерминант метрики не был динамическим полем.  теория может быть записана в виде, который является формально общековариантным, так что пользуясь обычными аргументами, мы можем взять действие для гравитации и материи как

$$I[\psi, g] = \frac{-1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{g} R + I_M[\psi, g], \tag{7.1}$$

где $\psi$ – множество полей материи, появляющихся в действии для материи $I_M$. ($I_M$ включает возможный член с космологический постоянной $-\lambda \int \sqrt{g} d^4x / 8\pi G$.) Вариационная производная (7.1) относительно метрики есть

$$\frac{\delta I}{\delta g_{\mu\nu}} = \frac{1}{8\pi G} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) + T^{\mu\nu}, \tag{7.2}$$

где, как обычно, $T^{\mu\nu}$ – вариационная производная $I_M$ по $g_{\mu\nu}$. В обычной общей теории относительности все компоненты метрики — динамические поля, так что (7.2) обращается в нуль для всех $\mu, \nu$ давая обычные эйнштейновские полевые уравнения. Однако, как раз потому что мы используем общековариантный формализм, вовсе не подразумевается, что мы обязаны рассматривать все компоненты метрики как динамические поля. Например, все мы изучаем в детстве, как писать уравнения ньютоновой механики в общих криволинейных пространственных системах координат, вовсе не предполагая, что 3-метрика должна удовлетворять каким бы то ни было полевым уравнениям.

В частности если детерминант $g$ не является динамическим, то действие должно быть стационарно только относительно тех вариаций метрики, которые поддерживают детерминант постоянным, то есть, для которых $g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} = 0$; следовательно только бесследовая часть (7.2) должна обращаться в нуль, давая полевое уравнение

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}R = -8\pi G(T^{\mu\nu} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}T^{\lambda}_{\ \lambda}). \tag{7.3}$$

Это как раз бесследовая часть полевых уравнений Эйнштейна; эти уравнения, очевидно, содержат меньшее количество информации чем эйнштейновы, но как мы увидим, не намного меньшее. Поскольку весь формализм общековариантен, тензор энергии-импульса удовлетворяет обычному закону сохранения

$$T^{\mu\nu}_{\ \ ;\mu} = 0, \tag{7.4}$$

и, конечно, тождества Бьянки все еще выполняются,

$$(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R)_{;\mu} = 0. \tag{7.5}$$

Полные эйнштейновы полевые уравнения автоматически совместимы с (7.4) и (7.5), но для бесследовой части мы получаем нетривиальное условие совместимости. Взятие ковариантной производной от уравнения (7.3) по $x^\mu$ дает

$$\frac{1}{4}\partial_\mu R = 8\pi G\frac{1}{4}\partial_\mu T^{\lambda}_{\ \lambda},$$

или, другими словами, $R - 8\pi G T^{\lambda}_{\ \lambda}$ – константа, которую мы обозначим как $-4\Lambda$:

$$R - 8\pi G T^{\lambda}_{\ \lambda} = -4\Lambda \quad \text{(константа)}. \tag{7.6}$$

Из (7.3) и (7.6) мы получаем

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R - \Lambda g^{\mu\nu} = -8\pi G T^{\mu\nu}. \tag{7.7}$$

Таким образом мы восстанавливаем эйнштейновы полевые уравнения, но с космологической константой, которая не имеет никакого отношения к любым членам в действии или к вакуумным флуктуациям, возникая, вместо этого, как простая константа интегрирования. Чтобы выразить это другим способом, уравнение (7.3) не содержит космологической константы; вклад вакуумных колебаний автоматически сокращается в правой части уравнения (7.3), так что это уравнение имеет решения с плоским пространством при отсутствии вещества и излучения. В этой формулировке остается проблема: почему мы должны выбирать плоские решения?

Перед продолжением разбора этой теории, я должен сделать паузу, чтобы упомянуть, что это тесно связано[9] с предположением, давно сделанным Эйнштейном (1919). После его формулировки общей теории относительности и ее приложения к космологии Эйнштейн обратился к старой проблеме полевой теории материи. В статье названной "Играют ли гравитационные поля существенную роль в структуре элементарных частиц материи?" он предложил заменить первоначальное гравитационное полевое уравнение уравнением

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}R = -8\pi G t_{\mu\nu}. \tag{7.8}$$

Это допустимо только если $t_{\mu\nu}$ – бесследовый тензор; однако, Эйнштейн принимал за $t_{\mu\nu}$ не полный тензор энергии-импульса вещества и излучения, а только один бесследовый тензор излучения. Он, конечно, сохраняется только вне вещества. В таких областях нет никакой разницы между уравнениями (7.8) и (7.3), так что тем же самым вычислением, которое приведено здесь, Эйнштейн был способен восстановить уравнение (7.7), с $\Lambda$ как постоянной интегрирования. Однако, внутри вещества уравнение (7.8) отличается от (7.3), разница в том, что правая часть уравнения (7.3) включает бесследовую часть тензора энергии-импульса материи. Следствием этого различия является то, что в заряженной материи $R$ является неопределенной функцией, за исключением того, что она постоянна вдоль мировых линий.

Я также воспользуюсь этой паузой, чтобы прокомментировать связь между формулировкой, описанной здесь и аналогичной формулировкой Зи (1985) и Бухмюллера, Дрэгона (1988a, 1988b). Эти авторы берут в качестве отправной точки предположение, что действие является инвариантным не относительно группы всех преобразований координат, но только относительно подгруппы преобразований $x^\mu \to x'^\mu$ при $\mathrm{Det}(\partial x'^\mu/\partial x^\nu) =$

---

[9]Это было указано мне кем-то в аудитории во время лекций в Гарварде. Я благодарю моего осведомителя за эту интересную историческую ссылку.

1. Это действительно не противоречит формулировке, представленной здесь; общая ковариантность уравнения (7.1) достигнута ценой введения метрики, которая частично является нединамической (так же как мы можем сделать ньютонову механику формально лоренц-инвариантной, вводя как нединамическую величину скорость системы отсчета). Однако, при отказе от общей ковариантности, можно придти к теории с ненужными элементами. При преобразованиях с $\mathrm{Det}(\partial x'/\partial x) = 1$, детерминант метрики $g$ ведет себя точно так же, как любое скалярное поле, так что в действии, там и сям, можно вводить произвольные функции $g$. Здесь нет ничего неправильного, но это не необходимо, и ничем не отличается от введения в теорию нового скалярного поля.

Теперь позвольте нам вернуться к теории, описанной полевыми уравнениями (7.3). В моем представлении, ключевой вопрос при решении, является ли она вероятной классической теорией гравитации это — может ли она быть получена как классический предел какой-либо физически удовлетворительной квантовой теории гравитации. Чтобы помочь ответить на этот вопрос и также осветить вопросы, поднятые в предыдущем параграфе, позвольте нам рассмотреть простую модель (Тейтельбойм, 1982), которая разделяет некоторые особенности изучаемой здесь теории гравитации.

Рассмотрим свободную релятивистскую частицу, с пространственно-временной траекторией $x^\mu(s)$, параметризованной переменной $s$. Чтобы действие было инвариантным при произвольных репараметризациях $s \to s'(s)$, мы должны ввести монаду ("einbein") $g(s)$, с правилом преобразования

$$g(s) \to g'(s') = g(s)\left(\frac{ds'}{ds}\right)^{-1}. \tag{7.9}$$

Действие тогда можно взять в виде

$$I[x,g] = \frac{1}{2}\int dsg^{-1}(s)\frac{dx^\mu(s)}{ds}\frac{dx_\mu(s)}{ds} - \frac{m^2}{2}\int dsg(s). \tag{7.10}$$

Условия того, чтобы $I$ было стационарным при вариациях $x^\mu(s)$ и $g(s)$, соответственно, будут

$$\frac{dp^\mu}{ds} = 0, \tag{7.11}$$

$$p^\mu p_\mu = -m^2,$$

где $p_\mu$ канонически сопряжен $x^\mu$:

$$p_\mu(s) = g^{-1}(s)\frac{dx_\mu(s)}{ds}. \tag{7.13}$$

Однако, то что мы решили записать действие в инвариантном относительно репараметризаций виде еще не обязательно подразумевает, что мы должны трактовать монаду $g(s)$ как динамическую величину. Если мы трактуем $x^\mu(s)$, но не $g(s)$, как динамические переменные, то мы получаем уравнение (7.11), но не (7.12). Конечно, уравнение (7.11) подразумевает, что $p^\mu p_\mu$ – константа, (также как уравнение (7.3) подразумевает, что $R - 8\pi G T^\lambda_\lambda$ – константа). При желании мы можем называть эту константу $-m^2$, но теперь это простая константа интегрирования, не связанная ни с чем в первоначальном действии.

Теперь перейдем к квантованию. Гамильтониан здесь будет

$$H(s) = p_\mu \frac{dx^\mu}{ds} - L = \frac{1}{2} g(p^\mu p_\mu + m^2), \tag{7.14}$$

так что в квантовой механике мы вычисляем амплитуды через функциональный интеграл

$$A = \int [dx][dp][dg] \exp\left(i\int ds\left(p_\mu(s)\frac{dx^\mu(s)}{ds} - H(s)\right)\right). \tag{7.15}$$

Монада $g(s)$ не имеет никакой канонически сопряженной переменной и появляется здесь только как лагранжев множитель, интегрирование по которому дает фактор

$$\prod_s \delta(p^\mu p_\mu + m^2). \tag{7.16}$$

Возможно, классическая теория, в которой $g$ не будет динамическим, была бы получена как классический предел квантовой теории, в которой мы не вычисляем функциональный интеграл по $g(s)$, и следовательно, не получаем множителя (7.16). Но тогда не было бы никаких оснований считать $p^\mu$ времениподобным. Это настолько тривиальная теория, что трудно сказать, что в ней что-нибудь не так физически; но мы можем ожидать, что в менее тривиальных теориях, мы будем нуждаться в поле, которое может служить как лагранжев множитель для каждой степени свободы с отрицательной нормой, подобной $p^0$. Дело обстоит так, например, в теориях струны, где, чтобы получить условия Вирасоро на физические состояния, необходимо интегрирование по метрике мирового листа.

Квантовая теория гравитации может быть представлена подобным образом. При использовании формализма Арновитта-Дезера-Мизнера (1962) мы вычисляем амплитуды как функциональные интегралы,

$$Z = \int [dh_{ij}][d\pi^{ij}][d\tilde{N}][dN^i]\times$$

$$\times \exp\left[ i\int \left( \pi^{ij}\frac{\partial h_{ij}}{\partial t} - (\tilde{\mathcal{H}} - 2\lambda)\tilde{N} - \mathcal{H}_i N^i \right) d^4x \right].$$

Здесь $h_{ij}$, $\tilde{N}$, и $N^i$ параметризуют 4-метрику с элементом длины

$$d\tau^2 = (h^{-1}\tilde{N}^2 - N^i N^j h_{ij})dt^2 - 2h_{ij}N^i dx^j dt - h_{ij}dx^i dx^j, \qquad (7.18)$$

$$h \equiv \mathrm{Det}(h_{ij}). \qquad (7.19)$$

Кроме того, $\pi^{ij}$ являются каноническим сопряженными с $h_{ij}$, и $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\mathcal{H}_i$, – функции $h_{ij}$ и $\pi^{ij}$ и их пространственных производных, заданные формулами

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\mathcal{G}_{ij,kl}\pi^{ij}\pi^{kl} - {}^{(3)}R, \qquad (7.20)$$

$$\mathcal{H}_i = -2h_{ij}\nabla_k \pi^{jk}, \qquad (7.21)$$

где ${}^{(3)}R$ – скалярная кривизна и $\nabla_k$ – ковариантная производная, обе величины вычисляются с использованием 3-метрики $h_{ij}$, и

$$\mathcal{G}_{ij,kl} \equiv h_{ik}h_{jl} + h_{il}h_{jk} - h_{ij}h_{kl}. \qquad (7.22)$$

Мы видим, что $\tilde{N}$ и $N^i$ действуют только как лагранжевы множители для $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\mathcal{H}_i$, соответственно. Кроме того, из (7.18) мы видим, что только $\tilde{N}^2$ – величина, чей статус нас здесь интересует, детерминант 4-метрики[10] есть

$$\tilde{N} = (\mathrm{Det} g_{\mu\nu})^{1/2}. \qquad (7.23)$$

Таким образом, так же как интеграл по монаде $g(s)$ дает связь $p^\mu p_\mu = -m^2$, интеграл по $\mathrm{Det} g$ дает связь

$$\tilde{\mathcal{H}} = 2\lambda. \qquad (7.24)$$

[10] Чтобы получить этот результат, я определил $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\tilde{N}$ отличными от обычных $\mathcal{H}$ и $N$, перемещая множитель $h^{1/2}$ от $N$ к $\mathcal{H}$.

Эти два условия весьма подобны. Также, как $\eta_{\mu\nu}$ имеет сигнатуру $+++-$, величина (7.22), рассматриваемая как матрица $6 \times 6$, имеет сигнатуру $+,+,+,+,+,-$. Следовательно, интегрирование по $\mathrm{Det} g_{\mu\nu}$ имеет своим результатом устранение одной степени свободы с отрицательной нормой для каждого $\mathbf{x}$, $\pi^{ij} \propto (h^{-1})^{ij}$, так же как интеграл по монаде $g(s)$ позволяет устранить переменную $p^0$. Однако, для гравитации имеется "потенциальный" член в $\tilde{\mathcal{H}}$, пропорциональный 3-кривизне, и мне не совсем ясно, действительно ли необходимо ограничить $\tilde{\mathcal{H}}$ фиксированным значением. Пока, вопрос о том, необходимо ли интегрировать по $\mathrm{Det} g_{\mu\nu}$, должен быть оставлен открытым. [Недавняя работа Энно и Тейтельбойма (1988) показывает, что существует разумная общековариантная квантовая версия классической теории, описанной уравнением (7.3).]

Перед завершением этого раздела, я должен заметить, что некоторые авторы сделали весьма отличающееся предположение, которое также приводит к преобразованию космологической константы из функции параметров в действии в константу движения (Аурилья и др., 1980; Виттен, 1983; Энно и Тейтельбойм, 1984). Они предложили прибавить к действию член

$$I_F = -\frac{1}{48} \int d^4x \sqrt{g} F_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu\rho\sigma}, \tag{7.25}$$

где $F_{\mu\nu\rho\sigma}$ является внешней производной калибровочного поля 3-форм $A_{\nu\rho\sigma}$,

$$F_{\mu\nu\rho\sigma} = \partial_{[\mu} A_{\nu\rho\sigma]}, \tag{7.26}$$

и $g \equiv -\mathrm{Det} g_{\mu\nu}$. Так как $F_{\mu\nu\rho\sigma}$ является полностью антисимметричным, оно может быть выражено как

$$F^{\mu\nu\rho\sigma} = c\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} / \sqrt{g}, \tag{7.27}$$

где $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ является плотностью тензора Леви-Чивиты, с $\varepsilon^{0123} = 1$, а $c$ – скалярное поле. Полевое уравнение для $A$ будет

$$F^{\mu\nu\rho\sigma}{}_{;\mu} = 0, \tag{7.28}$$

так что, используя (7.27),

$$\frac{\partial c}{\partial x^\mu} = 0.$$

Но действие (7.25) тогда принимает вид

$$I_F = +\frac{1}{2} c^2 \int d^4x \sqrt{g}. \tag{7.30}$$

Другими словами, что бы еще ни вносило вклад в космологическую постоянную, есть один член, который зависит от константы интегрирования $c$,

$$\lambda_F = 4\pi G c^2. \tag{7.31}$$

И снова, это не решает проблему космологической постоянной, но изменяет путь, каким она возникает.

Если $\lambda$ – постоянная интегрирования, то в квантовой теории мы ожидаем, что вектор состояния вселенной будет суперпозицией состояний с различными значениями $\lambda$, в этом случае антропные соображения главы V давали бы нам ограничения на эффективную космологическую константу.

# VIII. Квантовая космология

Последнее приближение к проблеме космологической постоянной, которое я буду здесь описывать, основано на приложении квантовой механики к целой вселенной. В 1984 Хоукинг (1984b) описал, как в квантовой космологии могло бы возникнуть распределение значений для эффективной космологической константы с огромным пиком при $\lambda_{\text{eff}} = 0$. Совсем недавно, этот подход обрел второе дыхание в захватывающей статье Коулмена (1988b), который использовал новый механизм для получения распределения значений космологической константы (частично основанный на другой работе Хоукинга и Коулмена) и обнаружения еще более острого пика. Связанные с этим идеи также были недавно обсуждены Бэнксом (1988). Перед описанием работы Коулмена и Хоукинга, я должен буду сказать пару слов о квантовой космологии вообще.

Большинство трактовок квантовой космологии основано на "волновой функции вселенной," функции $\Psi[h, \phi]$ от 3-метрики и полей материи на пространственноподобной поверхности. [3-метрика $h_{ij}$ может быть удобно определена, приспосабливая систему координат пространства-времени так, чтобы пространственноподобная поверхность имела постоянное $t$, и затем разлагая 4-метрику $g_{\mu\nu}$ согласно уравнению (7.19).] Эта волновая функция удовлетворяет своего рода уравнению Шредингера, известному как уравнение Уилера-ДеВитта [ДеВитт (1967); Уилер (1968)]:

$$\left(\frac{1}{2h^{1/2}}\frac{\delta}{\delta h_{ij}}h^{1/2}\mathcal{G}_{ij,kl}\frac{\delta}{\delta h_{kl}} - {}^{(3)}R - 2\lambda + 8\pi G T_{00}\right)\Psi = 0, \tag{8.1}$$

с системой обозначений, объясненной в главе VII (за исключением того, что мы теперь включаем плотность энергии материи $T_{00}$, в которой канонически сопряженная к полю материи $\Phi$ переменная заменена на $\delta/\delta\Phi$). В последующем будет очень важно, что мы выражаем решение как интеграл по траекториям

$$\Psi \propto \int [dg][d\Phi] \exp(-S[g,\Phi]), \tag{8.2}$$

где мы интегрируем по всем 4-метрикам евклидовой сигнатуры $g_{\mu\nu}$ и полям материи $\Phi$, определенным на 4-многообразии $M_4$, которое имеет 3-многообразие $M_3[h,\phi]$, с 3-метрикой $h_{ij}$ и полями материи $\phi$, своей границей. ( Уравнение Уилера-ДеВитта — это связь, полученная в результате интегрирования по лагранжеву множителю $\tilde{N}$, как обсуждено нами в главе VII.) Здесь $S$ – евклидово действие[11]

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int_{M_4} \sqrt{g}(R + 2\lambda) + \text{члены материи} + \text{поверхностные члены} \tag{8.3}$$

Так как уравнение (8.1) – это дифференциальное уравнение в бесконечномерном пространстве [на множестве $h_{ij}(\mathbf{x})$ и $\phi(\mathbf{x})$ для всех $\mathbf{x}$], оно имеет бесконечное множество решений, которые могут быть определены, если задавать 4-многообразию в уравнении (8.2) другие границы, помимо $M_3[h,\phi]$, на которых задаются 3-метрика и поля материи. Хартл и Хоукинг (1983), предложили в качестве космологического начального условия, что многообразие $M_4$ не должно иметь никаких других границ кроме $M_3(h,\phi)$. Мы увидим, что приближение Коулмена (1988b) не зависит критически от выбора начальных условий. Существуют технические проблемы, связанные с этим формализмом. Одна из них — это неоднозначность при упорядочивании операторов: имеются различные пути упорядочивания[12] полей $h_{ij}$ и операторов $\delta/\delta h_{ij}$ в (8.1), все они имеют (8.2) своим решением, но с различными определениями меры $[dg][d\Phi]$ (Хоукинг и Пэйдж, 1986). Другая проблема, потенциально более беспокоящая нас, — это то, что для гравитации евклидово действие (8.3) не

[11] Евклидово действие $S$ противоположно по знаку тому, которое мы бы получили, если бы заменили метрику $g_{\mu\nu}$ в действии $I$ в уравнении (7.1) на метрику с сигнатурой $+,+,+,+$. Этот знак $S$ выбран так, чтобы обычная материя давала положительный вклад в $S$.

[12] Вставка множителей $h^{-1/2}$ и $h^{1/2}$ в уравнении (8.1) представляет один выбор упорядочивания оператора, который делается, чтобы сделать возможным вывод уравнения сохранения (8.8).

ограничено снизу. Гиббонс, Хоукинг и Перри предложили такое вращение контура интегрирования для общего фактора 4-метрики, чтобы он располагался параллельно мнимой оси. Нам не потребуется здесь вникать в эти технические особенности, потому что окажется, что мы должны иметь дело с эффективным действием только в точке равновесия.

Проблема, которая здесь является более уместной для нас, относится к вероятностной интерпретации волновой функции $\Psi$ и евклидовых континуальных интегралов, подобных (8.2). Хоукинг предложил (1984a, 1984c), чтобы $\exp(-S[g,\Phi])$ понималась как пропорциональная вероятности данной частной истории метрики и полей материи. Не сразу ясно, что при этом предполагается — даже, если бы мы имели божественную способность измерять поля гравитации и материи повсюду в пространстве-времени, это было бы пространство-время лоренцевой, а не евклидовой сигнатуры. Однако, так как мы можем (иногда) перейти от одной сигнатуры к другой комплексным преобразованием координат, возможно, евклидова история $g_{\mu\nu}(x), \Phi(x)$ могла бы интерпретироваться в терминах корреляций скалярных величин, так же как если бы пространство-время было лоренцевым. Во многом работы Хоукинга (например, Хоукинг, 1979), избегают этих вопросов, используя формализм только для вычисления вероятности того, что в пространственно-временной истории вселенной имеется пространственноподобная 3-поверхность с данной 3-метрикой $h_{ij}(\mathbf{x})$ и полями материи $\phi(\mathbf{x})$. Например, с начальными условиями Хартла-Хоукинга (1983), мы интегрировали бы по всем замкнутым 4-многообразиям, которые содержат такую 3-поверхность. Если эта поверхность делит пополам 4-многообразие, то это может быть расценено как граница двух половин из 4-многообразия, так что интеграл равен (с некоторыми уточнениями) просто квадрату волновой функции (8.2). Но все еще возникают вопросы относительно вероятностной интерпретации $\Psi$, особенно, относительно нормировки. Если $|\Psi[h,\phi]|^2$ – плотность вероятности того, что существует 3-поверхность, на которой 3-метрика – $h_{ij}(\mathbf{x})$ и поля материи – $\phi(\mathbf{x})$, тогда мы не хотели бы просто положить функциональный интеграл от $|\Psi[h,\phi]|^2$ по $h_{ij}(\mathbf{x})$ и $\phi(\mathbf{x})$ равным единице, потому что в этом функциональном интеграле мы суммируем возможности, которые не являются взаимно исключающими; если вселенная имеет некоторые $h_{ij}(\mathbf{x})$ и $\phi(\mathbf{x})$ на одном 3-поверхностном сечении, то она может также иметь некоторые другие $h'_{ij}(\mathbf{x})$ и $\phi'(\mathbf{x})$ на некоторой другой 3-поверхности. В конце концов, Вы ведь не думаете, будто вероятности того, что если Вы однажды в Вашей жизни подбросите монету и она упадет орлом, и того, что Вы в другой раз когда-либо подбросите монету и она упадет на решку, должны сложиться в единицу.

Я хотел бы предложить интерпретацию того, что имеется в виду при рассмотрении $|\Psi[h,\Phi]|^2$ как плотности вероятности, которая кажется мне неявно содержащейся в публикациях Хоукинга (и может уже быть прямо высказана где-нибудь в литературе). Как всем понятно, проблема должна иметь связь с ролью времени в квантовой гравитации. [См., например, Хартл (1987).] Проблемы, поднятые здесь, не возникают в асимптотически плоских космологиях, потому что в таких теориях имеется естественное определение времени, и мы вообще задаем вопросы о вероятностях того, что поля имеют определенные значения в заданное время. Однако, здесь время является просто одной из координат, без всякого объективного значения, к тому же, это координатное время еще и мнимое. Как предупреждал Августин (398): "Я не должен позволять моему сознанию настаивать, что время есть нечто объективное"[13]. Учитывающий это предупреждение предполагает, что мы выбираем некоторое "хронометрирующее" поле $a(\mathbf{x},t)$, например, след тензора энергии-импульса, и используем его значение, чтобы определить местное время $\alpha$. Каждое значение $\alpha$ определяет 3-поверхность, на которой координата времени $t$ является функцией $t(\mathbf{x},\alpha)$, неявно определенной соотношением

$$a(\mathbf{x}, t(\mathbf{x},\alpha)) \equiv \alpha. \tag{8.4}$$

Далее, нас интересует вероятность того, что касательные компоненты метрики и всех полей материи, кроме $a(\mathbf{x},t)$, имеют определенные значения на этой поверхности. Обозначая эти величины $b_n(\mathbf{x},t)$, мы видим что плотность вероятности того, чтобы $b_n(\mathbf{x},t)$ имели значения $\beta_n(\mathbf{x})$ в местное время $\alpha$ есть

$$P_\alpha[\beta] = N\int_{M_4}[dg][d\Phi]\exp(-S[g,\Phi])\prod_{n,\mathbf{x}}\delta(b_n(\mathbf{x},t(\mathbf{x},\alpha))-\beta_n(\mathbf{x})), \tag{8.5}$$

[13]Эта цитата — не просто показ бесполезной эрудиции. Книга XI *Исповеди* Августина содержит известное обсуждение природы времени, и цитирование этой главы, кажется, должно стать традицией в публикациях по квантовой космологии. Так Хоукинг (1979) цитирует: "Что Бог делал прежде, чем Он создал Небеса и Землю? Я не отвечаю шуткой, как все: Он готовил Ад тем, кто задает такие вопросы. Ибо без времени Бог не делал ничего, само время было создано Богом. " Коулмен (1988a) цитирует: "прошлое есть настоящая память." К этому, я могу прибавить еще одну очень уместную цитату: " я признаюсь Тебе, Господи, что я все еще не знаю, каково время. Все же я признаюсь также, что я знаю, что я говорю это во времени, что я говорил о времени в течение долгого времени, .... "

где $N$ – коэффициент нормировки, определенный условием, что полная вероятность обнаружения значения для $b_n(\mathbf{x})$ в местное время $\alpha$ должна быть единицей:

$$1 = \int P_\alpha[\beta][d\beta] = N \int_{M_4} [dg][d\Phi] \exp(-S[g, \Phi]). \tag{8.6}$$

[Это обычно делает $N$ функцией от $\alpha$, потому что в (8.5) и (8.6) мы интегрируем только по тем историям материи и метрики, для которых на некоторой 3-поверхности удовлетворяется уравнение (8.4). При некоторых граничных условиях это условие удовлетворяется автоматически и тогда $N$ оказывается независимым от $\alpha$. Например, если $M_4$ имеет две границы, на которых требуется, чтобы $a(x)$ принимало значения $\alpha_1$ и $\alpha_2$, то имеются 3-поверхности, на которых (8.4) удовлетворяется для всех $\alpha$ из интервала $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$.] Там, где поверхность постоянного $a$ делит 4-пространство пополам, $P_\alpha[\beta]$ может быть записано как пропорциональное квадрату волновой функции $\Psi[\alpha, \beta]$, но с $\alpha$ постоянным в 3-пространстве.

Коулмен (1988b) замыкает накоротко многие из проблем, которые возникают при вероятностной интерпретации евклидовых континуальных интегралов, используя такие интегралы только для вычисления средних значений: среднее значение произвольного скалярного поля $A_{g,\Phi}(x)$, которое может зависеть от метрики, полей материи и их производных, принимается равным

$$\langle A \rangle = \frac{\int [dg][d\Phi] A_{g,\Phi}(x) \exp(-S[g, \Phi])}{\int [dg][d\Phi] \exp(-S[g, \Phi])}. \tag{8.7}$$

Общая ковариантность теории делает $\langle A \rangle$ независимым от $x$. Действительно, стоит подчеркнуть, что этот вид средних значений включает среднее по времени в истории вселенной, где измерено $A$. С другой стороны, вероятность $P_\alpha[\beta]$, обсужденная выше — это среднее значение нелокального оператора, дельта-функции в (8.5), и относится к определенному местному времени $\alpha$.

( Я должен упомянуть здесь, что существует очень отличный и очевидно независимый подход к проблеме вероятностной интерпретации волновой функции $\Psi$. Уравнение Уилера-ДеВитта (8.1) напоминает уравнению Клейна-Гордона для частицы в скалярном потенциале и немедленно ведет к подобному закону сохранения (теперь данному для чистой гравитации):

$$0 = \frac{\delta}{\delta h_{ij}(\mathbf{x})}\left(h^{1/2}(\mathbf{x})\mathcal{G}_{ij,kl}(\mathbf{x})\mathrm{Im}\left(\Psi^\star[h]\frac{\delta}{\delta h_{kl}(\mathbf{x})}\Psi[h]\right)\right). \tag{8.8}$$

Сначала надеялись, что такой закон сохранения мог бы быть использован для построения подходящей плотности вероятности (ДеВитт, 1967). Обычно (8.8) используется в контексте минисуперпространства, где $h_{ij}(\mathbf{x})$ ограничено зависимостью только от конечного числа параметров. Так как $\mathcal{G}_{ij,kl}h^{kl} = -h_{ij}$, естественно трактовать полный масштаб $h_{ij}$ как своего рода глобальную координату времени, и брать как плотность вероятности соответствующую компоненту сохраняющегося "тока" в (8.8). Я хочу сказать здесь, что такое построение не ограничено какой-либо частной формулировкой минисуперпространства, но может быть выполнено в общем случае. Возьмем $\Psi$ зависящим от "глобального времени"

$$T[h] = \left(\int d^3x h^{1/2}(\mathbf{x})\right)^{1/2} \tag{8.9}$$

и произвольного (фактически, бесконечного) числа других параметров $\zeta_n[h]$, все $\zeta_n$ независимы от полного масштаба $h_{ij}(\mathbf{x})$:

$$0 = \int d^3x h^{1/2}(\mathbf{x})h_{kl}(\mathbf{x})\frac{\delta\zeta_n[h]}{\delta h_{kl}(\mathbf{x})}. \tag{8.10}$$

Мы также введем якобиан $J(\zeta, T)$ и запишем функциональную меру как

$$[dh] = J[d\zeta]dT. \tag{8.11}$$

Умножая уравнение (8.8) на $\delta(T[h]-T)$, интегрируя по $\mathbf{x}$ и вычисляя функциональный интеграл по $h_{ij}(\mathbf{x})$ мы легко находим условие постоянства

$$0 = \frac{d}{dT}\int J[d\zeta]\mathrm{Im}\left(\Psi^\star\frac{\partial\Psi}{\partial T}\right). \tag{8.12}$$

Затруднение здесь, конечно, то же самое, с которым мы столкнулось в вероятностной интерпретации уравнения Клейна-Гордона: подинтегральное выражение в (8.12), вообще говоря, не является положительным. Бэнкс, Фишлер и Сасскинд (1985) и Виленкин (1986, 1988a) рассмотрели модели минисуперпространства, в которых $\Psi$ является комплексным, с растущей фазой, тогда подинтегральное выражение в уравнении (8.12) является положительно определенным; однако, в общем случае, и в частности, для граничных условий Хартла-Хоукинга, дело обстоит не так. Недавнее более общее обсуждение, см. Виленкин (1988b).)

Я теперь хочу дать упрощенное описание предложенного Хоукингом (1984b) решения проблемы космологической постоянной, используя частично для этой цели анализ Коулмена (1988b). Чтобы превратить космологическую константу в динамическую переменную, Хоукинг вводит калибровочное поле 3-форм $A_{\mu\nu\lambda}$, подобное описанному в конце главы VII. Согласно общим идеям евклидовой квантовой космологии, распределение вероятности для скаляра $c(x)$, определенного уравнением (7.27) в любой точке $x = x_1$ имеет вид

$$P(c) = \langle \delta(c(x_1) - c) \rangle \propto \int [dA][dg][d\Phi]\delta(c(x_1) - c)\exp(-S[A, g, \Phi]). \quad (8.13)$$

Известно, что такие функциональные интегралы могут быть выражены как экспоненты эффективного действия в стационарной точке[14]. В нашем случае получаем

$$P(c) \propto \exp(-\Gamma[A_c, g_c, \Phi_c]), \quad (8.14)$$

где $\Gamma[A, g, \Phi]$ – полное действие (сумма одночастично неприводимых диаграмм с внешними линиями, замененными полями $A$, $g$, и $\Phi$) и нижний индекс $c$ указывает, что эта величина должна быть оценена в окрестностях точки, где $\Gamma$ стационарно относительно любых вариаций $A_{\mu\nu\lambda}(x)$, $g_{\mu\nu}(x)$ или $\Phi(x)$, которые оставляют $c(x_1) = c$ фиксированным. Теперь, среди всех возможных стационарных точек $\Gamma$ имеется та, которая может быть найдена, исходя только из эффективного действия, соответствующего большим 4-многообразиям. В этом случае удобно положить все поля кроме $A_{\mu\nu\lambda}(x)$ и $g_{\mu\nu}(x)$ равными их ($A$- и $g$-зависимым) стационарным значениям, тогда эффективное действие может быть разложено по

[14]Обычное доказательство, для случая без дельта-функции в подинтегральном выражении, производится добавлением к действию члена $\int J\Omega$, где $\Omega$ обозначает различные поля, а $J$ – множество соответствующих токов. Интеграл по траекториям тогда будет равен $\exp[-W(J)] \equiv \int d\Omega \exp(-S - \int J\Omega)$. Эффективное действие определено преобразованием Лежандра $\Gamma(\Omega) = W(J_\Omega) - \int J_\Omega \Omega$, где $J_\Omega$ – ток, который дает данное среднее значение $\Omega = \delta W/\delta J$. Условием для нулевого тока является то, что $\Gamma(\Omega)$ должно быть стационарным относительно $\Omega$, и в этой точке $\Gamma(\Omega) = W(0)$. С дельта-функцией в (8.13) можно иметь дело, записав ее как интеграл $\int d\omega \exp\{i\omega[c(x_1) - c]\}$. Можно тогда использовать вышеупомянутую теорему, чтобы вычислить функциональный интеграл перед интегрированием по $\omega$, теперь без ограничения на $c(x)$, и затем вычисляя интеграл по $\omega$.

обратным степеням размера многообразия[15]

$$\Gamma_{\text{eff}}[A,g] = \frac{\lambda}{8\pi G}\int\sqrt{g}d^4x + \frac{1}{16\pi G}\int\sqrt{g}Rd^4x +$$

$$+\frac{1}{48}\int d^4x\sqrt{g}F_{\mu\nu\lambda\rho}F^{\mu\nu\lambda\rho} + \cdots, \tag{8.15}$$

опущенные члены, включают больше чем две производных $g$ и(или) $A$. Как мы видели в главе VII, условие стационарности по $A_{\mu\nu\lambda}$ [для вариаций, которые сохраняют $c(x_1)$ фиксированным] есть то, что $F_{\mu\nu\lambda\rho}$ имеет исчезающую ковариантную дивергенцию, из чего следует, что $c$ в уравнении (7.27) постоянно; следовательно,

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\lambda(c)}{8\pi G}\int\sqrt{g}d^4x + \frac{1}{16\pi G}\int\sqrt{g}Rd^4x + \cdots, \tag{8.16}$$

где

$$\lambda(c) = \frac{c^2}{2} + \lambda. \tag{8.17}$$

Условием стационарности относительно $g_{\mu\nu}$ является, конечно, то, что $g_{\mu\nu}$ удовлетворяют полевым уравнениям Эйнштейна с космологической константой $\lambda(c)$. Для любого такого решения $R = -4\lambda(c)$, так что в стационарной точке

$$\Gamma_{\text{eff}} = -\frac{\lambda(c)}{8\pi G}\int\sqrt{g}d^4x. \tag{8.18}$$

При граничных условиях Хартла-Хоукинга, решением уравнений Эйнштейна для $\lambda(c) > 0$ является 4-сфера с длиной окружности большого круга $2\pi r$, где

$$r = \sqrt{3/\lambda(c)}, \tag{8.19}$$

дающая плотность вероятности, пропорциональную

$$\exp(-\Gamma_{\text{eff}}) = \exp[3\pi/G\lambda(c)]. \tag{8.20}$$

[15]Такое эффективное действие может использоваться как исходное для вычислений, в которые мы включаем квантовые эффекты только от виртуальных безмассовых частиц с $|q|^2$ меньше, чем некоторое обрезание $\Lambda^2$. Такие эффекты, разумеется, конечны, и их $\Lambda$-зависимость должна сократиться, если задать коэффициентам в $\Gamma_{\text{eff}}$ подходящую $\Lambda$-зависимость. (Эта точка зрения описана Вайнбергом, 1979b.) Чтобы предохранить эти квантовые эффекты от генерации недопустимой космологической константы, обрезание $\Lambda$ должно быть принято очень малым.

С другой стороны, для $\lambda(c) < 0$ наложением условий периодичности решения могут быть сделаны компактными, но они все имеют $\Gamma_{\text{eff}} \geq 0$. Заключение Хоукинга состоит в том, что плотность вероятности имеет бесконечный пик при $\lambda(c) \to 0+$; следовательно, после нормировки $P$,

$$P(c) = \delta(c - c_0), \tag{8.21}$$

где $c_0$ - значение $c$ (в предположении, что имеется хотя бы одно такое), для которого $\lambda(c) = 0$.

Важно, что величина $\lambda(c)$ является истинной эффективной космологической константой, выше называемой $\lambda_{\text{eff}}$, которая может быть измерена в гравитационных явлениях на больших расстояниях.[16] Константа $\lambda$ в уравнении (8.15) включает все эффекты остальных полей, кроме $g_{\mu\nu}$ и $A_{\mu\nu\lambda}$, включая все квантовые колебания. Следовательно результат (8.21), если он имеет силу, действительно решает проблему космологической постоянной.

Мы можем проверить, что этот результат не лишается законной силы из-за членов, которыми пренебрегается в уравнении (8.16). Для большого радиуса $r$, показанные в (8.16) члены имеют порядок $\lambda r^4/G$ и $r^2/G$, соответственно, в то время как член с $D \geq 4$ производными дал бы вклад в $\Gamma_{\text{eff}}$ порядка $(mr)^{4-D}$, где $m$ – некоторая комбинация планковской массы и масс элементарных частиц. Для $\lambda(c) \lesssim m^2$ это изменяет размер многообразия на

$$\delta r/r \approx G\lambda(c)[\lambda(c)/m^2]^{(D-4)/2} << 1.$$

Изменение стационарного значения действия тогда будет

$$\delta\Gamma_{\text{eff}} \approx [\lambda(c)/m^2]^{(D-4)/2} \lesssim 1,$$

так что эти члены с производными высших порядков не влияют на сингулярность (8.20).

Коулмену (1988b) не потребовалось вводить калибровочное поле 3-форм $A_{\mu\nu\lambda}$, вместо этого, чтобы превратить космологическую константу в динамическую переменную он рассмотрел действие топологических

[16]Это свойство она разделяет со смелым решением проблемы космологической постоянной, предложенным Линде (1988a).

скреплений, известных как кротовые норы.[17] Явный пример кротовой норы дается метрикой (Хоукинг, 1987b, 1988)

$$ds^2 = (1 + b^2/x^\mu x^\mu)^2 dx^\mu dx^\mu. \tag{8.22}$$

Кажется, что она имеет особенность в точке $x^\mu = 0$, но элемент длины инвариантен при преобразовании

$$x^\mu \to x'^\mu = x^\mu b^2/x^\nu x^\nu, \tag{8.23}$$

так что область $x^\mu x^\mu < b^2$ фактически имеет ту же самую геометрию как и $x^\mu x^\mu > b^2$. Пространство, описанное уравнением (8.22), поэтому состоит из двух асимптотически плоских 4-пространств, соединенных вместе 3-поверхностью с $x^\mu x^\mu = b^2$, 3-сферой, известной как "дочерняя вселенная" (baby universe). Эта 4-метрика не является решением классических уравнений Эйнштейна (хотя имеет $R = 0$), но это не так уж и важно; действие есть

$$S = 3\pi b^2/G, \tag{8.24}$$

так что множитель $\exp(-S)$ подавляет эффекты всех кротовых нор, кроме тех, что имеют планковские или меньшие размеры, для которых несомненно важными являются квантовые явления. [Модель с классическими решениями кротовой норы, основанными на аксионе с 2-формами, была представлена Гиддингсом и Строминджером (1988a).]

Если кротовые норы планковских размеров могут соединять асимптотически плоские 4-пространства, то они могут соединять любые 4-пространства, которые являются большими по сравнению с планковским масштабом. Поэтому мы приходим к рассмотрению вкладов в евклидов континуальный интеграл от больших 4-пространств [подобных 4-сферам в теории Хоукинга (1984b)], связанных сами с собой и друг с другом кротовыми норами планковского размера. Каждая кротовая нора может быть расценена как создание и последовательное разрушение дочерней вселенной [как 3-сферы с окружностью большого круга $4\pi b$ в модели кротовой норы Хоукинга (1987b, 1988)], такие дочерние вселенные могут также появляться как часть границы 4-многообразия.

[17]Значение квантовых флуктуаций топологии пространства-времени на малых масштабах было подчеркнуто много лет назад Уилером (например, 1964), и недавно Хоукингом (1978) и Строминджером (1984). Такая "пространственно-временна́я пена" рассматривалась как механизм для сокращения космологической константы Хоукингом (1983).

Каковы результаты воздействия этих кротовых нор и дочерних вселенных? В масштабах, больших по сравнению с масштабом дочерней вселенной, создание или разрушение дочерней вселенной может обнаруживаться только через вставку локального оператора в континуальном интеграле. Различные типы дочерних вселенных могут классифицироваться согласно форме этих локальных операторов. Результат создания и разрушения произвольного числа дочерних вселенных всех типов может таким образом быть выражен добавлением подходящего члена в действие

$$\tilde{S} = S + \sum_i (a_i + a_i^\dagger) \int d^4x O_i(x), \tag{8.25}$$

где $a_i$ и $a_i^\dagger$ являются операторами рождения и уничтожения дочерней вселенной типа $i$, и $O_i(x)$ – соответствующий локальный оператор. [Это было впервые предложено Хоукингом (1987b). Операторы рождения и уничтожения для дочерних вселенных были ранее использованы Строминджером (1984). Для доказательства уравнения (8.25), см. Коулмен (1988a) и Гиддингс, Строминджер (1988b).] Континуальный интеграл по всем 4-многообразиям с данными граничными условиями должен быть рассчитан по формуле

$$\int [dg][d\Phi]e^{-S} = \int_{\text{НЕТ}} [dg][d\Phi]\langle B|e^{-\tilde{S}}|B\rangle, \tag{8.26}$$

где НЕТ означает, что кротовые норы и дочерние вселенные исключены, и $|B\rangle$ – нормированное состояние дочерней вселенной, зависящее от граничных условий. Например, при граничных условиях Хартла-Хоукинга, $|B\rangle$ – пустое состояние

$$a_i|B\rangle = 0. \tag{8.27}$$

Эти дочерние вселенные оказывают важное воздействие, даже если ни одна из них не появляется как часть границы 4-многообразия, как при граничных условиях Хартла-Хоукинга. Хоукинг (1987b, 1988) предположил, что, так как дочерние вселенные ненаблюдаемы, результатом их воздействия является эффективная потеря квантовой когерентности. [См. также Хоукинг (1982); Тейтельбойм (1982); Строминджер (1984); Лаврешвили, Рубаков и Тиняков (1987, 1988); Гиддингс и Строминджер (1988b). Противоположная точка зрения была принята Гроссом (1984).] Недавно Коулмен (1988a) аргументировал (убедительно, по-моему) в пользу другой интерпретации [см. также Гиддингса и Строминджера (1988b)].

Состояние $|B\rangle$ в уравнении (8.26) может всегда быть разложено по собственным состояниям операторов $a_i + a_i^\dagger$:

$$|B\rangle = \int f_B(\alpha) \prod_i d\alpha_i |\alpha\rangle, \tag{8.28}$$

$$(a_i + a_i^\dagger)|\alpha\rangle = \alpha_i |\alpha\rangle, \tag{8.29}$$

$$\langle \alpha' | \alpha \rangle = \prod_i \delta(\alpha_i' - \alpha_i), \tag{8.30}$$

где функция $f_B(\alpha)$ зависит от граничных условий. Например, для условий Хартла-Хоукинга, $|B\rangle$ удовлетворяет уравнению (8.27), и таким образом,

$$f_B(\alpha) = \prod_i \pi^{-1/4} \exp(-\alpha_i^2/2). \tag{8.31}$$

(При $n$ дочерних вселенных на границе 4-пространства, это умножалось бы на многочлен Эрмита порядка $n$.) В состоянии $|\alpha\rangle$, воздействие создания и уничтожения дочерних вселенных должно изменить действие S следующим образом:

$$S_\alpha = S + \sum_i \alpha_i \int O_i(x) d^4x. \tag{8.32}$$

То есть константа взаимодействия, умножаемая на каждый возможный локальный член $\int O_i d^4x$, изменяется на величину $\alpha_i$. Как только мы начинаем делать любые измерения, состояние вселенной разбивается в некогерентную суперпозицию этих $|\alpha\rangle$, каждое появляется с вероятностью $|f_B(\alpha)|^2$, но для каждого члена мы имеем обычную, свободную от кротовых нор, квантовую теорию, с $\alpha$-зависимым действием (8.32).

Если все, что мы хотим — это объяснить, почему космологическая константа не так огромна, то наша работа, по существу, выполнена. Эффективная космологическая константа является функцией $\alpha_i$, потому что среди $O_i$ имеется простой оператор $O_1 = \sqrt{g}$, чей коэффициент вносит член $8\pi G \alpha_1$ в $\lambda$, а также потому, что вакуумная энергия $\langle \rho \rangle$ зависит от констант всех взаимодействий, каждая из которых имеет член пропорциональный одному из $\alpha_i$. Теперь, состояния общего вида дочерней вселенной $|B\rangle$ будут иметь как компоненты $|\alpha\rangle$, для которых $\lambda_{\text{eff}}$ очень мала, так и другие, для которых она является огромной. Антропные соображения главы VI говорят нам, что любой ученый, который спрашивает о значении космологических постоянных, может жить только в компонентах $|\alpha\rangle$, для которых $\lambda_{\text{eff}}$ является весьма малой, иначе и галактики, и звезды никогда не могли бы сформироваться (для $\lambda_{\text{eff}} > 0$) , или не было бы достаточно времени для развития жизни (для $\lambda_{\text{eff}} < 0$)).

Однако, представляет большой интерес спросить, является ли эффективная космологическая константа действительно нолем, или только достаточно малой, чтобы удовлетворить антропным ограничениям, тогда она должна проявиться в наблюдениях. Вероятность получения любого частного значения $\alpha_i$, и следовательно обнаружения значения $\lambda_{\text{eff}}(\alpha)$, дается не только функцией $|f_B(\alpha)|^2$, являющейся результатом граничных условий, но также зависит непосредственно от функционального интеграла.

При вычислении этого эффекта Коулмен (1988b) заметил, что, хотя мы должны интегрировать только по связным 4-многообразиям, при масштабах, много больших, чем масштаб кротовой норы, те многообразия, которые кажутся разъединенными, будет в действительности связаны кротовыми норами. Следовательно любая плотность вероятности или среднее значение будут содержать как множитель сумму по разъединенным многообразиям, состоящим из произвольного числа замкнутых, связных, свободных от кротовых нор компонент.[18] Так же как и для фейнмановских диаграмм, эта сумма является экспонентой от интеграла по траекториям для единственного замкнутого, связного, свободного от кротовых нор многообразия

$$F(\alpha) = \exp\left(\int_{\text{CC}} [dg] \exp(-S_\alpha(g))\right), \tag{8.33}$$

где CC указывает, что мы включаем только замкнутые, связные, свободные от кротовых нор многообразия, и $S_\alpha(g)$ является действием (8.32), где по всем полям, кроме $g_{\mu\nu}(x)$, проинтегрировано.

Интеграл по путям в (8.33) может быть оценен точно теми же самыми методами, как было описано выше в связи с моделью Хоукинга (1984b) [и использовалось для этой цели Коулменом (1988b)]. Результатом является то, что плотность вероятности для $\lambda_{\text{eff}}$ содержит фактор (для $\lambda_{\text{eff}} > 0$)

$$F = \exp\left(\exp\left(\frac{3\pi}{G\lambda_{\text{eff}}} + O(1)\right)\right). \tag{8.34}$$

[18]Эта сумма фактически включает многообразия, которые в действительности не связаны кротовыми норами, или чем-нибудь еще, но их вклад есть безопасный мультипликативный фактор, который, так или иначе, сокращается при нормировке $P(\alpha)$.

Тот факт, что теперь это есть экспонента от экспоненты, а не просто экспонента, несуществен при решении проблемы космологической постоянной (хотя это важно при фиксировании других констант, как описано в конце этого раздела). Как ни крути, распределение вероятности имеет бесконечный пик при $\lambda_{\text{eff}} \to 0+$, который, после нормировки, такой, чтобы полная вероятность была единицей, означает, что $P(\alpha)$ содержит множитель

$$P(\alpha) \propto \delta(\lambda_{\text{eff}}(\alpha)). \tag{8.35}$$

Кроме того, как и в случае Хоукинга, из способа, которым $F$ было рассчитано, ясно, что эта $\lambda_{\text{eff}}$ является константой, которая появляется в эффективном действии для чистой гравитации при интегрировании по всем колебаниями высоких энергий, следовательно, это космологическая константа, подлежащая астрономическому наблюдению.

Решена ли проблема космологической постоянной? Возможно, но все еще имеются некоторые основания для беспокойства относительно приближения Коулмена, как и более ранней работы Хоукинга. Вот их краткий перечень.

1. Имеет ли евклидова квантовая космология какое-либо отношение к реальному миру? И для Коулмена и для Хоукинга существенно, что интеграл по траекториям дается стационарной точкой евклидова действия — вывод был бы полностью уничтожен, если бы вместо $\exp(3\pi/G\lambda_{\text{eff}})$ мы нашли $\exp(3\pi i/G\lambda_{\text{eff}})$. Некоторые из технических и концептуальных трудностей евклидовой квантовой космологии были обсуждены в начале этого раздела.

2. Каковы граничные условия? Всегда возможно, что существенная особенность в $\exp(\exp[3\pi/G\lambda(\alpha)])$ сокращается существенным нолем в вероятности $|f_B(\alpha)|^2$. Однако, дело обстоит не так для граничных условий Хартла-Хоукинга, где $|f_B(\alpha)|^2$ просто гауссово. Кроме того, Коулмен (1988b) показал, что в его теории такой существенный ноль был бы разрушен почти любым возмущением граничных условий; вместо того, чтобы было неестественным иметь нулевую космологическую константу, теперь было бы крайне неестественным не иметь ее. Однако, проблема граничных условий беспокоит нас, потому что

она напоминает нам, что квантовая космология является неполной теорией.

3. Реальны ли кротовые норы? Вычисление Коулмена зависит от ясного разделения между очень большими 4-многообразиями, для которых эффективное действие для больших расстояний является стационарным (и при этом, большим и отрицательным), и очень малыми кротовыми норами, чей вклад в действие порядка единицы (и вообще говоря, положительный). Кроме того, кротовые норы предполагались настолько отдаленными, что можно игнорировать их взаимодействия (приближение "разряженного газа"). Может быть и можно построить теорию, в которой масштаб кротовой норы [как $b$ в уравнении (8.22)] является несколько бо́льшим, чем масштаб Планка, достаточно больши́м, чтобы позволить рассчитывать классически метрику кротовой норы, но мы все еще не уверены, имеет ли это место фактически. Хоукингу (1984b) не надо было беспокоиться о кротовых норах, но кто сказал, что калибровочное поле 3-форм реально? Вопрос для обоих авторов: даже при гарантированном существовании стационарной точки действия, в которой $\Gamma_{\text{eff}} = -3\pi/\lambda G$, откуда мы знаем что это именно доминирующая стационарная точка?

4. Как насчет других членов в эффективном действии? Например, предположим, что мы включаем член с 6-ми производными[19]

$$\Gamma_{\text{eff}} = \int d^4x\sqrt{g}\left(\frac{\lambda(\alpha)}{8\pi G(\alpha)} + \frac{R}{16\pi G(\alpha)} + \zeta(\alpha)G(\alpha)R_{\mu\nu}{}^{\lambda\rho}R_{\lambda\rho}{}^{\sigma\tau}R_{\sigma\tau}{}^{\mu\nu}\right), \tag{8.36}$$

где $\zeta(\alpha)$ – безразмерный коэффициент, который, подобно $\lambda$ и $G$, зависит от параметров дочерней вселенной $\alpha_i$. Хоукинг и Коулмен нашли стационарную точку этого действия, для которой $\Gamma_{\text{eff}} \to -\infty$ при $\lambda(\alpha)G(\alpha) \to 0$, но для этого существенно, чтобы $\zeta(\alpha)$ оставалось ограниченным в этом пределе. (Мы на-

[19] Члены, содержащие тензор Риччи $R_{\mu\nu}$ или его след $R$ здесь не включены, потому что они представляют собой просто переопределение метрики; см., например, Вайнберг (1979a). Член с 4-ой производной $R_{\mu\nu\lambda\rho}R^{\mu\nu\lambda\rho}$ не включен, потому что он может быть объединен с членами, включающими $R_{\mu\nu}$ или $R$, образуя при этом топологический инвариант, и поэтому физически неизмеряем при фиксированной крупномасштабной топологии.

поминаем, что в нашем предыдущем обсуждении производных высшего порядка в $\Gamma_{\text{eff}}$ мы принимали, что коэффициент $m^{4-D}$ при членах с $D \geq 4$ производными оставался меньшим, чем $\lambda^{(D-4)/2}$, когда $\lambda \to 0$). Но если мы можем допустить стремление к бесконечности $1/\lambda G$, тогда почему бы не допустить, что $\zeta$ также стремится к бесконечности? В частности, почему не использовать размерный фактор $1/\lambda(\alpha)$ вместо $G(\alpha)$ в последнем члене уравнения (8.36)? Это полностью лишило бы законной силы анализ особенности в плотности вероятности $P(\alpha)$ и могло бы полностью зачеркнуть вывод.

Последнее из этих четырех затруднений предлагает некоторые интересные возможности. Предположим, что по некоторым причинам константы подобные $\zeta(\alpha)$ в уравнении (8.36) ограничены. Тогда результат воздействия кротовых нор не только должен фиксировать $\lambda(\alpha)$ в ноле, но также фиксировать и другие константы на их нижних или верхних границах. [Я думаю, что это правильная интерпретация того, что Коулмен (1988b) назвал "большим фиксированием."] Например, при ограниченном $\zeta(\alpha)$ и $|\lambda(\alpha)G(\alpha)| << 1$, действие (8.36) стационарно для сферы окружности большого круга $2\pi r$, где

$$r^2 = \frac{3}{\lambda} - \frac{64\zeta\pi G^2\lambda}{3}, \tag{8.37}$$

для которого эффективное действие принимает значение

$$G_{\text{eff}} = -\frac{3\pi}{G\lambda} - \frac{128\zeta G\lambda\pi^2}{3}. \tag{8.38}$$

Таким образом распределение вероятности $\exp[\exp(-\Gamma_{\text{eff}})]$ не только имеет бесконечный пик в $\lambda(\alpha) = 0$, но также содержит множитель

$$\exp\left(\frac{128\zeta G\pi^2}{3}\exp\left(\frac{3\pi}{G\lambda}\right)\right). \tag{8.39}$$

Для $G\lambda \to 0$, величина $G\lambda\exp(3\pi/G\lambda)$ становится бесконечной, так что нормированная вероятность будет иметь дельта-функцию на верхнем пределе $\zeta(\alpha)$. Все константы в эффективном действии для гравитации, включая члены с любым числом производных, могут быть рассчитаны этим способом[20], но все они должны быть ограничены при $\lambda(\alpha)G(\alpha) \to 0$, чтобы каждое из них имело смысл.

Может быть, ограничения (если они есть) на параметры, подобные $\zeta(\alpha)$ являются результатом деталей физики кротовой норы, тогда эти замечания вряд ли сейчас будут полезны для расчетов. Однако, имеется другая, более захватывающая, возможность, что имеются только унитарные ограничения, которые могли бы быть рассчитаны исходя непосредственно только из низкоэнергетической эффективной теории. Конечно, мы вряд ли будем способны измерить параметры, подобные $\zeta(\alpha)$, но было бы хорошо уметь вычислять их, потому что до сих пор единственной действительно неудовлетворительной особенностью квантовой теории гравитации была очевидная произвольность этого бесконечного множества параметров.

# IX. Перспективы

Все пять подходов к проблеме космологической постоянной, описанные в главах IV-VII остаются интересными. В настоящее время, пятый, основанный на квантовой космологии, кажется наиболее многообещающим. Однако, если кротовые норы (или калибровочные поля 3-форм) дают распределение значений для космологической константы, но без бесконечного пика в $\lambda_{\text{eff}} = 0$, то мы должны будем возвратиться к антропному принципу для объяснения, почему $\lambda_{\text{eff}}$ не во много-много раз больше, чем позволено наблюдениями. Альтернативно, может быть требуется некоторое изменение в теории гравитации, подобное тому, какое было описано здесь в главе VII, для получения распределения значений $\lambda_{\text{eff}}$. Подходы, основанные на суперсимметрии и механизмах регулиро-

[20] В той степени, в какой станет возможным вычислять функции, подобные $\lambda(\alpha)$, $G(\alpha)$, $\zeta(\alpha)$ и т.д., в терминах параметров основной фундаментальной теории, типа теории струн, локализация дельта-функций в $F$ может позволить нам вывести кое-что относительно значений $\alpha_i$, и параметров в основной теории. Однако, без такой основной теории невозможно использовать вычисления $\lambda G$, $\zeta$, и т.д., для вывода каких-нибудь данных относительно наблюдаемых параметров некоторой промежуточной теории, подобной стандартной модели. Это так, потому что, в дополнение к зарядам, массам, и т.д., стандартная модель неявно также включает параметры $\lambda_0$, $G_0$, $\zeta_0$, появляющиеся в эффективном действии для гравитации. Когда мы интегрируем по кваркам, лептонам, калибровочным и хиггсовским бозонам, мы получаем новые значения для $\lambda$, $G$, $\zeta$, и т.д.; но эти новые значения зависят от равного числа неизвестных $\lambda_0$, $G_0$, $\zeta_0$, и т.д., также как от зарядов и масс.

вания, описанных в главах IV и VI, кажутся наименее обещающими в настоящее время, но это может измениться.

Все пять подходов имеют еще одну общую черту: они показывают, что любое решение проблемы космологической постоянной должно, вероятно, иметь весьма широкое влияние на другие области физики или астрономии. Не надо объяснять потенциальное значение супергравитации и суперструн. Легкий скаляр, подобный тому, который нужен для механизмов регулирования, мог бы проявляться макроскопически как "пятая сила." Изменяя гравитацию путем рассмотрения $\mathrm{Det} g_{\mu\nu}$ как нединамической величины заставило бы нас заново продумать наши квантовые теории гравитации, и кротовые норы могли бы сдвинуть все константы в этих теориях к их внешним границам. Наконец, и это представляет самый большой интерес для астрономии, если только антропные ограничения удерживают эффективную космологическую константу в пределах эмпирических пределов, то эта константа должна быть довольно большой, достаточно большой, чтобы вскоре обнаружиться в астрономических наблюдениях.

Как можно было ожидать, за время, пока этот доклад готовился к публикации, появились большое количество препринтов, которые исследуют дальше различные аспекты работ Коулмена (1988b) и Бэнкса (1988). Имеется частичный список: Ассетта и др. (1988); Адлер (1988); Фишлер и Сасскинд (1988); Гиддингс и Строминджер (1988c); Гильберт (1988); Гринстейн и Вайз (1988); Гупта и Вайз (1988); Хосойя (1988); Клебанов, Сасскинд и Бэнкс (1988); Майерс и Перивал (1988); Польчинский (1988); Рубаков (1988). Я не могу рецензировать здесь все эти статьи. Однако, я хочу упомянуть два дальнейших затруднения, принимая во внимание предложенное Коулменом решение проблемы космологической постоянной, которые обсуждаются в некоторых из этих статей. Сначала, Фишлер и Сасскинд (1988), частично на основе бесед с В. Каплуновским, указали, что экспоненциальное демпфирование больших кротовых нор может быть преодолено двойной экспонентой Коулмена. Если бы это имело место, мы бы столкнулись с близко упакованными кротовыми норами макроскопических, так же как планковских, масштабов. Это было бы несчастьем для предложенного Коулменом решения проблемы космологической постоянной, и также указывало бы, что мы не полностью понимаем, как использовать евклидовы интегралы по путям в квантовой космологии. Затем, Польчинский (1988) нашел, что евклидов интеграл по траекториям по замкнутым, связным, свободным от кротовых нор многообразиям, стоящий внутри экспоненты в (8.33) имеет фазу, которая могла бы устранить пик в распределении вероятностей при нулевой космологической константе. Как указано здесь в сноске 15, когда мы используем, эффективное действие для оценивания таких интегралов по путям, эффективное действие должно быть принято как исходное для вычислений, в которые мы включаем квантовые колебания безмассовых полей частиц с импульсами до некоторого ультрафиолетового обрезания $\Lambda$ . Это обрезание должно быть принято таким же как и инфракрасное обрезание, которое использовалось при вычислении $\Gamma_{\text{eff}}$, чтобы все колебания были приняты во внимание. В сноске 15 было отмечено, что $\Lambda$ должно быть принято очень малым, чтобы избежать повторного введения космологической константы, но как теперь отмечает Польчинский, независимо от того, насколько малым мы берем $\Lambda$, интеграл по флуктуациям в гравитационном поле с импульсами, меньшими, чем $\Lambda$, дает фазу в интеграле. Так как эта фаза появляется внутри экспоненты в уравнении (8.33), если ее реальная часть не положительна определена, то не будет никакого экспоненциального пика при нулевой космологической константе. С другой стороны, в отсутствии кротовых нор эта фаза появилась бы как общий множитель перед единственной экспонентой, так что она не затрагивала бы пик при нулевой космологической постоянной, найденный Хоукингом (1984b).

# Благодарности

При подготовке этого обзора мне очень помогли беседы со многими коллегами. Вот список немногих из них, кому я особенно обязан. Глава 2: Дж. Холтон; глава 3: Э. Виттен; глава 4: С. де Олвис, Дж. Польчинский, Э. Виттен; глава 5: П. Д. Е. Пиблз, П. Шапиро, Е. Вишняк; глава 6: Дж. Польчинский; глава 7: К. Тейтельбойм, Ф. Вильчек; глава 8: Л. Абботт, С. Коулмен, Б. ДеВитт, В. Фишлер, С. Гиддингс, Л. Сасскинд, К. Тейтельбойм, Ф. Вильчек. Конечно, они не несут ответственности ни за какие мои ошибки. Исследование было частично поддержано Фондом Роберта А. Велча и грантом NSF No. PHY 8605978.